

RESUMEN DE CONTENIDOS



Índice

GeoSoluciones SL.....	2
Poliedros.....	2
Prismas.....	2
Pirámides.....	2
Cuerpos de revolución.....	3
Cilindros.....	3
Conos.....	3
Esfera.....	4
Semejanza.....	4
Teorema de Tales.....	4
Troncos de cono y pirámide.....	4
Atribución de los recursos incorporados al documento.....	6

GeoSoluciones SL

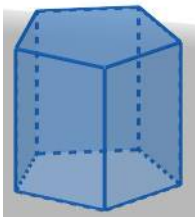
Poliedros



Un **poliedro** es un cuerpo geométrico limitado por caras en forma de polígonos.

Dos tipos de poliedros son los prismas y las pirámides.

Prismas



Los prismas son poliedros con dos bases iguales y paralelas, que pueden ser cualquier polígono y caras laterales paralelogramos.

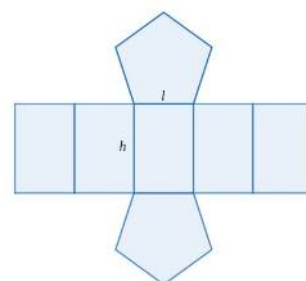
La altura de un prisma es la distancia perpendicular entre las dos bases.

Desarrollo plano:

- **Área total: área lateral + área bases**

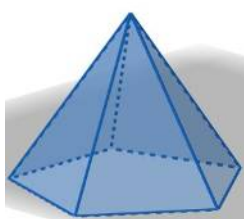
Las caras laterales son rectángulos por lo que $A_{lateral} = n^{\circ} lados \cdot l \cdot h$.

Las bases son dos polígonos iguales por lo que bastará calcular el área de uno de ellos y multiplicar por 2.



- **Volumen** $V_{prisma} = A_{base} \cdot h$

Pirámides



Las pirámides son poliedros con una sola base, que puede ser cualquier polígono y caras laterales en forma de triángulos que se unen en un mismo punto llamado vértice de la pirámide.

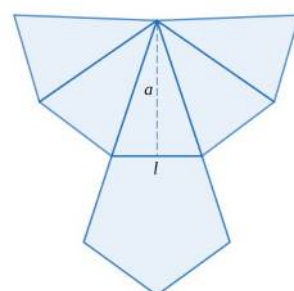
Desarrollo plano:

- **Área total: área lateral + área base**

Las caras laterales son triángulos por lo que

$$A_{lateral} = n^{\circ} lados \cdot \frac{l \cdot a}{2}$$

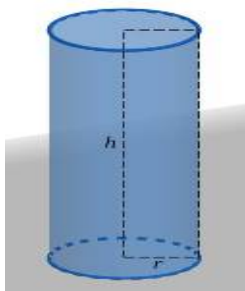
La base es un polígono por lo que bastará calcular el área de dicha figura plana.



- **Volumen** $V_{pirámide} = \frac{V_{prisma}}{3} = \frac{A_{base} \cdot h}{3}$

Observa que es un tercio de la fórmula del volumen de un prisma con su misma base y altura.

Cuerpos de revolución



Un **cuerpo de revolución** es el que se forma al girar una figura (como una poligonal o una curva) alrededor de una recta, llamada eje de revolución.

Cilindros

Los cilindros son cuerpos de revolución porque se obtiene al hacer girar un rectángulo alrededor de uno de sus lados.

Tienen dos bases circulares iguales y paralelas y una superficie lateral curva.

Desarrollo plano:

- **Área total: área lateral + área bases**

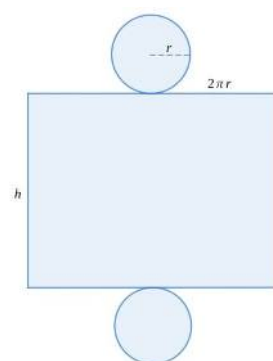
El desarrollo plano de un cilindro está formado por un rectángulo cuya altura la misma que la del cilindro (h) y cuyo lado es igual a la longitud de la circunferencia de la base ($2\pi r \cdot h$)

$$A_{lateral} = 2\pi r \cdot h$$

y dos círculos (las bases)

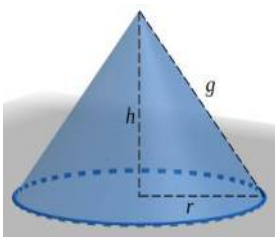
$$A_{base} = \pi r^2$$

- **Volumen** $V_{cilindro} = A_{base} \cdot h = \pi r^2 \cdot h$



Conos

Los conos son cuerpos de revolución porque se obtienen al hacer girar un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos. Tienen una base circular y una superficie lateral curva.



La generatriz de un cono es la hipotenusa del triángulo rectángulo que lo genera; y la altura la distancia perpendicular desde el vértice (donde convergen todas las generatrices) y la base.

Desarrollo plano:

- **Área total: área lateral + área base**

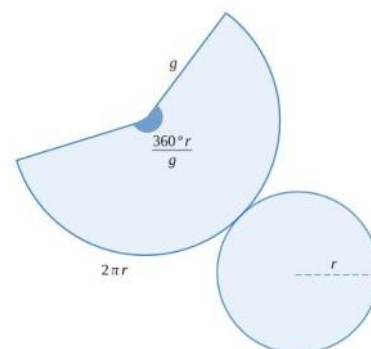
El desarrollo plano de un cono está formado por un sector circular con radio igual a la generatriz del cono (g) y un arco con longitud la de la circunferencia de la base

$$A_{lateral} = \pi r g$$

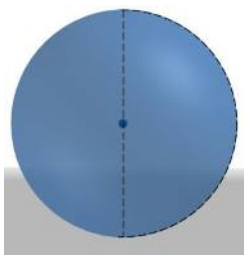
El ángulo del sector se calcula aplicando proporcionalidad entre la amplitud del ángulo y la longitud del arco que forma

$$\frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{2\pi r}{2\pi g}$$

- **Volumen** $V_{cono} = \frac{V_{cilindro}}{3} = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3}$ (Observa que es un tercio del volumen de un cilindro de igual base y altura).



Esfera



La esfera es un cuerpo de revolución porque se obtiene al hacer girar un semicírculo alrededor de su diámetro.

El radio de la esfera es la distancia del centro a cualquier punto de la misma.

- **Área** $A_{esfera} = 4\pi r^2$.

- **Volumen** $V_{esfera} = V_{cilindro} - V_{cono} = \pi r^2 \cdot 2r - \frac{\pi r^2 \cdot 2r}{3} = \frac{4\pi r^3}{3}$

Semejanza

En geometría, la semejanza representa proporcionalidad entre figuras y cuerpos.

Dos figuras o cuerpos son **semejantes** cuando se diferencian en tamaño, pero no en forma. Deben cumplir que se guarde la proporción entre la medida de cada segmento de una de ellas y la de su correspondiente en la otra.

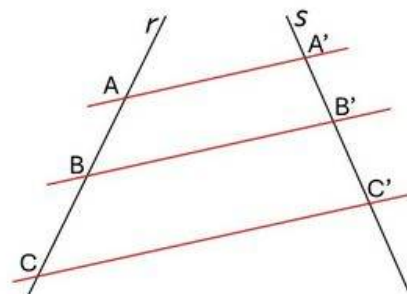
Si dos cuerpos son semejantes, con razón de semejanza entre sus segmentos K , la relación entre sus áreas es k^2 y entre sus volúmenes, es k^3 .

En su estudio se utilizan las distintas versiones del Teorema de Tales.

Teorema de Tales

Al cortar dos rectas cualesquiera r y s mediante rectas paralelas, los segmentos que se determinan en cada una de ellas son proporcionales:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$



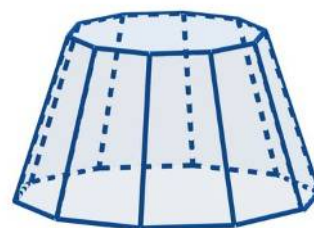
Dos triángulos están en **posición de Tales** si tienen un ángulo común y los lados opuestos a ese ángulo son paralelos entre sí.

Los contenidos anteriores son del curso pasado, repásalos si no los recuerdas.

Troncos de cono y pirámide

Un tronco es la figura que se forma al cortar una pirámide o un cono con un plano paralelo a la base. Tiene:

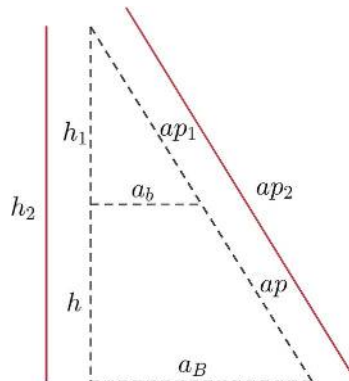
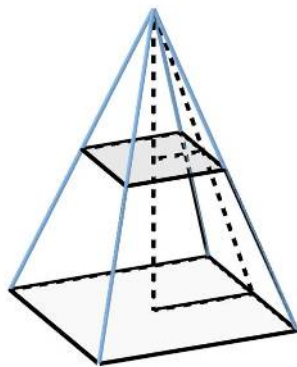
- Dos bases: una mayor y otra más pequeña. Si se trata de un tronco de pirámide las bases son dos **polígonos semejantes** y si es un tronco de cono son dos círculos.
- Una altura que se corresponde con la distancia entre las dos bases.
- Una o varias caras laterales.



- **Posición de Tales**

Para obtener medidas desconocidas, necesitarás identificar si los triángulos que se formen en los troncos están en **posición de Tales**.

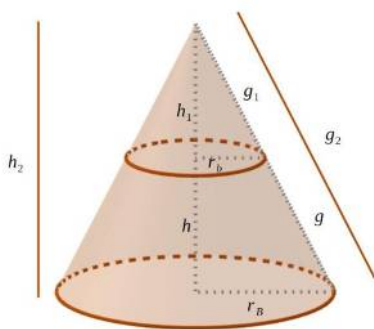
Observa el dibujo y, también, las nomenclaturas y proporciones:



$$\frac{a_B}{a_b} = \frac{h_2}{h_1} = \frac{ap_2}{ap_1}$$

Busca estos triángulos con las alturas, los radios de las bases, las aristas laterales, generatrices...

- **Volumen**

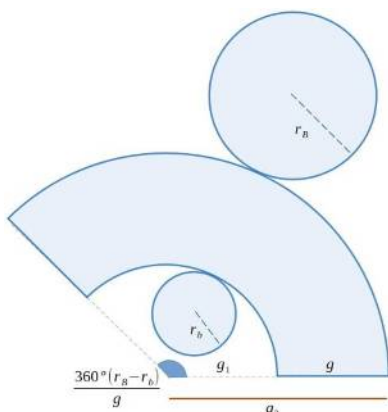


Para trabajar con un tronco te puede ayudar imaginar la figura completa original y pensar qué parte se ha eliminado. El volumen de un cuerpo truncado se puede calcular restando al volumen de la figura completa el volumen de la parte que se ha cortado.

Es decir:

Volumen pir./cono grande - Volumen pir./cono pequeño
Lo verás como $V_2 - V_1$.

- **Área**



El desarrollo plano de un tronco de pirámide está formado por dos bases poligonales (las bases de las pirámides que lo componen) y caras laterales con forma de trapecios. Para calcular su área bastará sumar el área de todas sus caras.

En el tronco de cono, el desarrollo plano es diferente. Al desplegar la superficie lateral aparece una corona circular, además de las dos bases que son círculos.

El área lateral se calcula como el área del sector circular grande menos el área del sector pequeño, ambos con el mismo ángulo.

La fórmula del área lateral es $A_{lateral} = \pi(r_B + r_b)g$

Atribución de los recursos incorporados al documento

Las imágenes que figuran en este documento son de elaboración propia (proyecto cREAgal) utilizando para su realización el software GeoGebra. [Licencia GeoGebra](#).



“Resumen de contenidos: GeoSoluciones SL”, del proyecto *cREAgal*, se publica con la [Licencia Creative Commons Reconocimiento No-comercial Compartir igual 4.0](#)