

RESUMEN DE CONTENIDOS



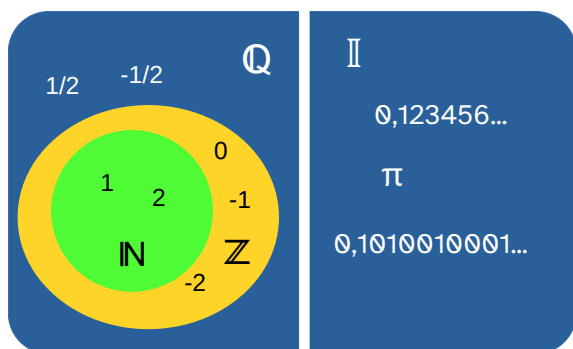
ÍNDICE

Racionaliza tu monte.....	2
Conjuntos numéricos: racionales e irracionales.....	2
Intervalos.....	2
Aproximación de resultados.....	2
Números decimales y fracciones.....	3
Números racionales: producto, cociente y potencia.....	4
Potencias de base racional.....	4
Operaciones con potencias (propiedades).....	4
Potencias de exponente negativo.....	5
Radicales.....	6
Raíz n-ésima.....	6
Cálculo de raíces.....	6
Operaciones con radicales.....	7
Notación científica.....	7
Definición.....	7
Operaciones en notación científica.....	8
Coordenadas.....	9
Tipos de coordenadas.....	9
Atribución de los recursos incorporados al documento.....	9

Racionaliza tu monte

Conjuntos numéricos: racionales e irracionales

A partir del estudio de los distintos tipos de números se llega a los conjuntos numéricos.



a) El conjunto de los números racionales, \mathbb{Q} , está formado por todos los números que pueden ser expresados como una fracción a/b , con a y b enteros y $b \neq 0$.

b) El conjunto de los números irracionales, \mathbb{I} , está formado por todos los números que no se pueden expresar como una fracción.

Ambos conjuntos unidos forman el conjunto de los

números reales, \mathbb{R} , y cubren toda la recta numérica.

La relación entre los conjuntos se expresa así: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ además $\mathbb{Q} \cup \mathbb{I} = \mathbb{R}$

El símbolo “U” significa “unión” y el símbolo “ \subset ” significa contenido.

Intervalos

Si tomas una parte de la recta, un segmento, obtienes un **intervalo**.

- **Cerrado:** los extremos forman parte de él. Se usan corchetes.
 - Ejemplo: $[2, -4]$
- **Abierto:** los extremos no se incluyen. Se usan paréntesis.
 - Ejemplo: $(-2, 4)$
- **Semiabierto:** solo se incluye un extremo.
 - Ejemplo: $(2, -4]$; números entre -2 y 4; el -2 no entra, el 4 sí).
- **Semirrectas e Infinito:** la parte infinita se expresa con el símbolo ∞ .
 - **Números positivos (incluido el 0):** $[0, \infty)$
 - **Números negativos (incluido el 0):** $(-\infty, 0]$

Aproximación de resultados

Para mantener la precisión al escribir un valor numérico usa la **expresión exacta**.

Si quieres acortar la expresión decimal puedes optar por:

- **Truncar:** cortar el número sin cambios.
- **Redondear:** si la siguiente cifra es mayor o igual que 5, se suma 1 a la última cifra.

Números decimales y fracciones

Algunos números decimales pueden convertirse en fracción.

A esta fracción irreducible que los representa se le llama “Fracción generatriz”.

La forma de calcularla depende del tipo de número decimal.

I. Decimal exacto

Forma 1: dividir entre la potencia de 10

Se interpreta como una división entre 10, 100, 1000... según la cantidad de cifras decimales.

• **Ejemplo 1:** $0,9 = \frac{9}{10}$

• **Ejemplo 2:** $0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

La fracción generatriz de 0,25 es 1/4.

Forma 2: método de la ecuación

Se busca transformar el número en un entero despejando una incógnita.

1. Asigna un nombre al número decimal, por ejemplo $a = 0,9$
2. Multiplica ambos miembros por 10: $10a = 9$
3. Despeja: $a = \frac{9}{10}$

II. Decimal periódico puro

Para transformar un número como 1,363636... sigue estos pasos:

1. **Llama x al número:** $x = 1,363636...$
2. **Multiplica para desplazar la coma un período completo:** como tiene dos cifras, multiplica por 100: $100x = 136,363636...$
3. **Resta las igualdades** para eliminar la parte decimal infinita:

$$\begin{array}{r} 100x = 136,3636... \\ - x = 1,3636... \\ \hline 99x = 135 \end{array}$$

4. **Despeja y simplifica:** $x = \frac{135}{99} = \frac{15}{11}$

III. Decimal periódico mixto

Ejemplo: Convertir $x = 1,23636...$ (2 es el anteperíodo, 36 es el período).

1. **Llama x al número:** $x = 1,23636...$
2. **Lleva la coma hasta el inicio del período:** multiplica por 10: $10x = 12,3636...$

3. Lleva la coma hasta el final del primer período: Multiplica el original por 1000:
 $1000x = 1236,3636\dots$

4. Resta las dos ecuaciones nuevas:

$$\begin{array}{r} 1000x = 1236,3636\dots \\ - 10x = 12,3636\dots \\ \hline 990x = 1224 \end{array}$$

5. Despeja y simplifica:

$$x = \frac{1224}{990} = \frac{68}{55}$$

Recuerda dejar siempre la fracción irreducible.

Números racionales: producto, cociente y potencia

Potencias de base racional

Para elevar una fracción a una potencia se elevan el numerador y el denominador.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad \text{Ejemplo: } \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}$$

Operaciones con potencias (propiedades)

1. La potencia de un producto es el producto de las potencias y viceversa, el producto de potencias con el mismo exponente es la potencia de su producto:

$$\left[\left(\frac{a}{b}\right) \cdot \left(\frac{c}{d}\right)\right]^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^n \quad \text{o bien} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left[\left(\frac{a}{b}\right) \cdot \left(\frac{c}{d}\right)\right]^n$$

$$\text{Ejemplo: } \left(\frac{3}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^4 = \left[\left(\frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{4}{3}\right)\right]^4 = \left(\frac{2}{1}\right)^4 = 2^4 = 16$$

2. La potencia de un cociente es el cociente de las potencias y viceversa, el cociente de potencias con el mismo exponente es la potencia de su cociente:

$$\left[\left(\frac{a}{b}\right) : \left(\frac{c}{d}\right)\right]^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{c}{d}\right)^n \quad \text{o bien} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left[\left(\frac{a}{b}\right) : \left(\frac{c}{d}\right)\right]^n$$

$$\text{Ejemplo: } \left(\frac{3}{2}\right)^4 : \left(\frac{4}{3}\right)^4 = \left[\left(\frac{3}{2}\right) : \left(\frac{4}{3}\right)\right]^4 = \left(\frac{9}{8}\right)^4 = \frac{9^4}{8^4} = \frac{6561}{4096}$$

3. **El producto de potencias de igual base** tiene como resultado una potencia con la misma base y con exponente la suma de los exponentes.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{(n+m)} \quad \text{Ejemplo: } \left(\frac{3}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^{4-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$$

4. **El cociente de potencias de igual base** tiene como resultado una potencia con la misma base y con exponente la diferencia de los exponentes.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{(n-m)} \quad \text{Ejemplo: } \left(\frac{3}{2}\right)^4 : \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^{4-(-2)} = \left(\frac{3}{2}\right)^6 = \frac{3^6}{2^6} = \frac{729}{64}$$

5. **La potencia de una potencia** tiene como resultado una potencia con la misma base y con exponente el producto de los exponentes.

$$\left(\left(\frac{a}{b}\right)^n\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{(n \cdot m)} \quad \text{Ejemplo: } \left(\left(\frac{3}{2}\right)^4\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^{(4 \cdot 2)} = \left(\frac{3}{2}\right)^8 = \frac{6561}{256}$$

Observa que estas operaciones se realizan del mismo modo cuando la base es un número natural o un número entero.

Potencias de exponente negativo

Una potencia con exponente un número entero negativo es igual al cociente entre la unidad y dicha potencia con el exponente positivo:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{si } a \neq 0 \quad \text{Ejemplo: } 5^{-3} = \frac{1}{5^3}$$

Para cualquier valor de $a \neq 0$ y $b \neq 0$ siempre se cumplen las siguientes propiedades:

$$a^0 = 1 \quad a^1 = a \quad a^{-1} = \frac{1}{a} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Observa que el exponente negativo se puede utilizar para expresar el inverso de un número. Por ejemplo: el inverso de 2 es 2^{-1} .

Radicales

Raíz n-ésima

Se llama **raíz n-ésima** de un número **a**, y se escribe $\sqrt[n]{a} = b$, a un número real **b** que cumple $b^n = a$.

Ejemplos:

$$\sqrt[3]{27} = 3 \text{ ya que } 3^3 = 27 \qquad \sqrt[4]{64} = \pm 2 \text{ ya que } 2^6 = (-2)^6 = 64$$

Las raíces pueden expresarse en forma de potencia. Para ello se pone como base el radicando y como exponente una fracción cuyo numerador es el exponente del radicando y cuyo denominador es el índice de la raíz.

$$\sqrt[n]{a^m} = (a^m)^{1/n} = a^{m/n} \quad \text{Ejemplo: } \sqrt[3]{2^6} = 2^{6/3} = 2^2 = 4$$

Cálculo de raíces

Para calcular las **raíces n-ésimas** debes:

1. Estudiar el signo del radicando
2. Estudiar si el índice es par o impar
3. Decidir cuántas raíces tiene y buscar el número **b** que cumpla que $b^n = a$

Observa cómo cambia el número de raíces según el índice y el radicando.

$\sqrt[n]{a} = b$	Índice y radicando	Número de raíces
	n par y $a > 0$	Dos raíces
	n par y $a < 0$	No tiene raíz
	n impar	Una raíz

También se pueden hallar aplicando distintas estrategias matemáticas, una de las más usadas es la factorización del radicando. Esto permite resolver los factores por separado.

Habitualmente se usa la calculadora para resolverlas.

Para dar resultados aproximados se usa la acotación, que consiste en delimitar entre qué dos valores está una cantidad, tope inferior y superior. Por ejemplo, $\sqrt{5}$ está acotada entre 2 y 3.

Operaciones con radicales

- a) Producto de radicales del mismo índice: se basa en que la raíz de un producto es el producto de las raíces.

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b} \quad \text{Ejemplo:} \quad \sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{8 \cdot 2} = \sqrt[4]{16} = 2$$

- b) Cociente de radicales del mismo índice: se basa en que la raíz de un cociente es el cociente de las raíces.

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad \text{Ejemplo:} \quad \sqrt[3]{16} : \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{16 : 2} = \sqrt[3]{8} = 2$$

- c) Radical de un radical: se expresa con una raíz cuyo índice es el producto de los índices.

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a} \quad \text{Ejemplo:} \quad \sqrt[4]{\sqrt[3]{4096}} = \sqrt[4 \cdot 3]{4096} = \sqrt[12]{4096} = 2$$

Notación científica

Definición

Cualquier número real “r”, puede expresarse en **notación científica** del siguiente modo:

$$r = a \cdot 10^n$$

La parte que se escribe como número decimal, “a” se llama **mantisa** y el exponente de la potencia de 10, “n”, es el **orden de magnitud**, además $1 \leq |a| < 10$, $a \in \mathbb{R}$ y $n \in \mathbb{Z}$.

El número de cifras que tiene la mantisa son sus **cifras significativas**.

Ejemplos:

- La concentración de un contaminante en un río es de 0,000000018 g/l, que en notación científica se expresaría como: $1,8 \cdot 10^{-8}$ g/l. La mantisa “1,8”, tiene dos cifras significativas, y es de orden “-8”.
- El número de insectos de una plaga asciende a 512 000 000, es decir, $5,12 \cdot 10^8$ insectos. La mantisa “5,12”, tiene tres cifras significativas, y es de orden “8”.

Operaciones en notación científica

Sumar o restar

Para **sumar** o restar dos números en notación científica que tienen **el mismo orden** se saca factor común la potencia de diez y se suman o restan las mantisas.

Ejemplo:

$$3,23 \cdot 10^{-23} + 7,12 \cdot 10^{-23} = (3,23 + 7,12) \cdot 10^{-23} = 10,35 \cdot 10^{-23}$$

En este caso, el resultado no está en notación científica.

Para expresarlo en notación científica, se multiplica la mantisa por 10^{-1} (equivale a dividir la mantisa por 10^1) y la potencia de diez por 10^1 (utilizando la propiedad del producto de potencias de la misma base, deja la misma base y suma los exponentes):

$$10,35 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-23} \cdot 10 = \frac{10,35}{10} \cdot 10^{-23+1} = 1,035 \cdot 10^{-22}$$

Para sumar dos números en notación científica con **distinto orden** hay que transformar uno de ellos para que tenga el mismo orden que el otro.

Ejemplo:

$$3,23 \cdot 10^{23} + 5,12 \cdot 10^{21}$$

Transforma $5,12 \cdot 10^{21}$ multiplicando la potencia de diez por 10^2 y la mantisa por 10^{-2} .

$$5,12 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{21} \cdot 10^2 = \frac{5,12}{10^2} \cdot 10^{21+2} = 0,0512 \cdot 10^{23}$$

Ahora que son del mismo orden se pueden sumar:

$$3,23 \cdot 10^{23} + 5,12 \cdot 10^{21} = 3,23 \cdot 10^{23} + 0,0512 \cdot 10^{23} = (3,23 + 0,0512) \cdot 10^{23} = 3,2812 \cdot 10^{23}$$

Multiplicación o división

Para multiplicar o dividir dos números en notación científica se multiplican o dividen las mantisas y se multiplican o dividen las potencias de base diez.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} 1,7 \cdot 10^{-23} \cdot 7,6 \cdot 10^{-15} &= 1,7 \cdot 7,6 \cdot 10^{-23} \cdot 10^{-15} = 12,92 \cdot 10^{-38} = \\ &= 12,92 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-38} \cdot 10 = 1,292 \cdot 10^{-37} \end{aligned}$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \frac{1,748 \cdot 10^{23}}{7,6 \cdot 10^{15}} &= \frac{1,748}{7,6} \cdot \frac{10^{23}}{10^{15}} = 0,23 \cdot 10^{23-15} = 0,23 \cdot 10^8 = 0,23 \cdot 10 \cdot 10^8 \cdot 10^{-1} = \\ &= 2,3 \cdot 10^{8+(-1)} = 2,3 \cdot 10^7 \end{aligned}$$

Coordenadas

Toda la información geográfica ha de estar georreferenciada, es decir, debe tener unas coordenadas asociadas. Estos datos geoespaciales se administran a través de Sistemas de Información Geográfica (SIG en castellano, GIS en inglés).

Tipos de coordenadas

Existen diferentes tipos de coordenadas en función de cual sea su representación, en el globo terráqueo o en un plano.

En ambos casos, se expresan a través de números decimales, usando como separador decimal el punto.

Geográficas

Representan un punto del globo terrestre. Se expresan como dos ángulos:

- Latitud: Mide la distancia angular hacia el norte o sur desde el Ecuador (0°)
- Longitud: Mide la distancia angular hacia el este o oeste desde el meridiano de Greenwich (0°)

Por ejemplo, las coordenadas geográficas del centro de la Praza da Ferrería de Pontevedra son 42.143141, -8.64423.

Cartográficas UTM

El sistema UTM (Universal Transversal de Mercator) es una cuadrícula que divide la Tierra en 60 zonas verticales de 6 grados de longitud cada una, numeradas del 1 al 60.

Las coordenadas se expresan agregando:

- Un número de zona. Por ejemplo, la zona que corresponde a Galicia es la **29T**.
- La distancia en metros hacia el este (coordenada "eje X") desde el meridiano central de la zona. Por ejemplo, para la Praza da Ferrería de Pontevedra sería $X=529264.28$.
- La distancia en metros hacia el norte (coordenada "eje Y") desde la línea del Ecuador, que para el punto anterior sería $Y=4697738.69$.

Es decir, las coordenadas geográficas del centro de la Praza da Ferrería de Pontevedra son $X=529264.28$, $Y=4697738.69$.

Atribución de los recursos incorporados al documento

Las imágenes de este documento son de elaboración propia.



"Resumen de contenidos: Racionaliza tu monte", del proxecto *cREAgal*, se publica con la [Licencia Creative Commons Reconocimiento No-comercial Compartir igual 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)