RESUMEN DE CONTENIDOS

ÍNDICE

1-1-2

3. Plan de aprendizaje

3.2. Meteoritos

Definiciones

Descomposición polinómica de un número

Descomposición según el valor de la posición de sus cifras.

En base 10, se representa mediante la suma de cada cifra multiplicada por una potencia de 10 elevada a 0, 1, 2... hasta completar todas las cifras.

Por ejemplo:

$374 = 300 + 70 + 4 = 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$

Orden de magnitud

Valor del mayor exponente obtenido al hacer la descomposición polinómica del número.

En el ejemplo:

$374 = 300 + 70 + 4 = 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$

el orden de magnitud es 2.

Notación científica

Expresión de un número como un producto, en el cual:

- uno de los factores es el número en forma decimal, con una sola cifra distinta de cero antes de la coma,

- el otro factor es una potencia de 10 cuyo exponente es el orden de magnitud.

En el ejemplo anterior, la expresión de 374 en notación científica es:

$374 = 3{,}74 \cdot 10^2$

En un número expresado en notación científica, el **orden de magnitud** es el **exponente de la potencia de diez;** en este **ejemplo** es **2**.

Exponente negativo

Una potencia con exponente un número entero negativo es igual al cociente entre la unidad y dicha potencia con el exponente positivo.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^{n}} \quad \text{si } a \neq 0$$

Para cualquier valor de $a \neq 0$ y $b \neq 0$ siempre se cumple:

$$a^{0} = 1 \qquad a^{1} = a \qquad a^{-1} = \frac{1}{a} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$$

Ejemplo: $5^{-3} = \frac{1}{5^{3}}$

Exponente negativo en la notación científica

La notación científica también puede llevar potencias de diez de exponente entero negativo.

Ejemplo:

0,000256 en notación científica se escribe como $2,56 \cdot 10^{-4}$

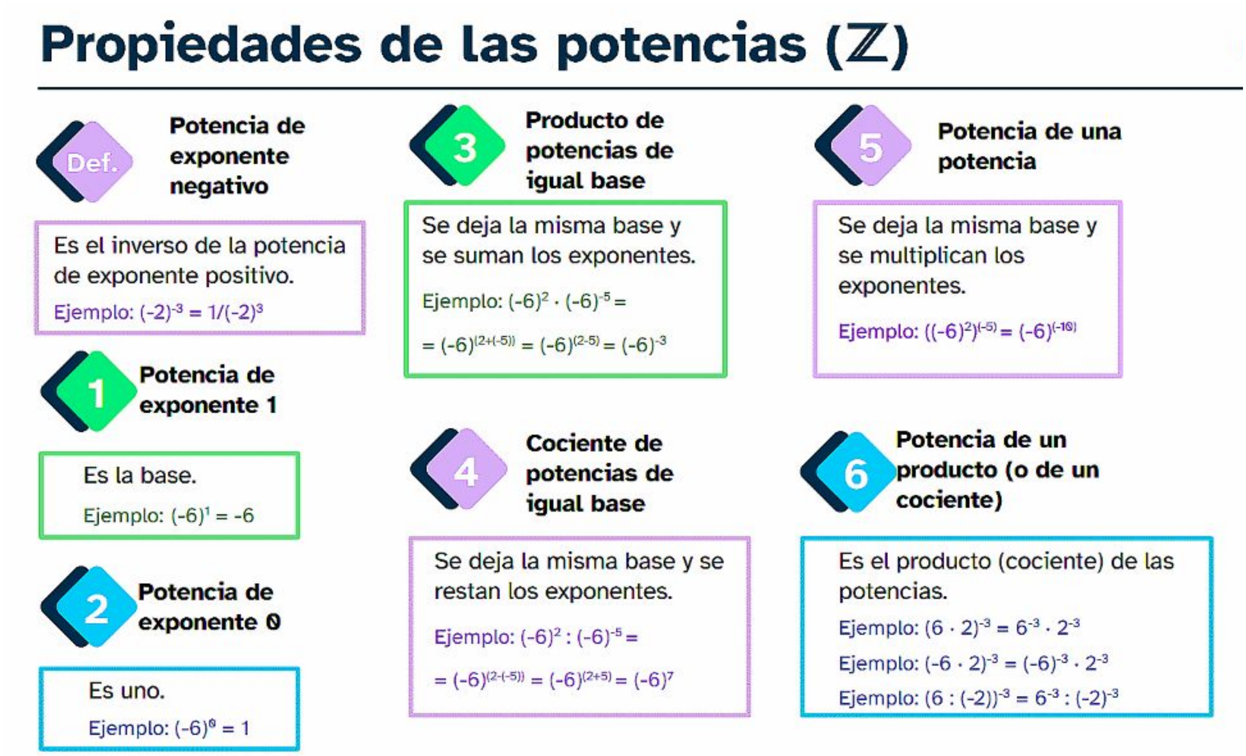
El orden de magnitud de 0,000256 es de -4.

También se puede escribir como 2,56 · 10^(-4)

Observa que $10^{-4} = \frac{1}{10^{4}}$

3.3. El impacto

Domina las potencias del mundo entero



En la imagen anterior, puedes ver un esquema de las propiedades de las potencias con ejemplos de números enteros.

Fíjate que son las mismas que para números naturales, añadiendo la nueva definición de exponente negativo.

3.4. Huracanes

Mucha energía: notación científica

Notación científica

La notación científica es una forma de expresar números utilizando las potencias de 10.

Su expresión es $\mathbf{m \cdot 10^n}$, donde ***m***, que se llama **mantisa**, es un número con una única cifra entera distinta de cero, es decir, $1 \leq m < 10$, y ***n*** es un número entero, denominado **orden de magnitud**.

El número de cifras que tiene la mantisa son sus **cifras significativas.**

Un **ejemplo** de un **número que indica un valor grande** es el de la cantidad de energía, en vatios por día liberada por la condensación de las gotas de agua (calor latente) necesaria para generar un huracán. Es un número formado por un 6 y, a continuación, 1024 ceros.

En notación científica sería: $6{,}0 \cdot 10^{1024}$

La mantisa es 6,0, tiene dos cifras significativas y es de orden 1024.

Un **ejemplo** de un **número que indica un valor pequeño** es el tamaño aproximado de una molécula de agua, que en metros es 0,00000000027 y en notación científica sería: $2{,}7^{-10}$

La mantisa es 2,7 tiene dos cifras significativas y es de orden **-10**.

Observa que, en el primer caso, el orden es positivo y en el segundo, negativo.

Mucha o poca energía

Expresar un valor grande en notación científica

Para obtener la mantisa, tenemos que desplazar la coma decimal hacia la **izquierda** hasta que quede una única cifra distinta de cero en la parte entera.

El **orden de la magnitud** sería un número **entero positivo**, que indica el número de posiciones que tenemos que mover la coma decimal.

Ejemplo:

$$123\,000\,000\,000, = 1{,}23 \cdot 10^{11}$$

+11 +10 +9 +8 +7 +6 +5 +4 +3 +2 +1

Expresar un valor pequeño en notación científica

Para obtener la mantisa, tenemos que desplazar la coma decimal hacia la **derecha** hasta que quede una única cifra distinta de cero en la parte entera.

El **orden de la magnitud** sería un número **entero negativo**, que indica el número de posiciones que tenemos que mover la coma decimal.

Ejemplo:

$$0{,}000\,000\,000\,123 = 1{,}23 \cdot 10^{-10}$$

-1 -2 -3 -4 -5 -6 -7 -8 -9 -10

De notación científica a notación decimal

Para pasar de notación científica a forma decimal, sólo tienes que recordar que multiplicar un número decimal por 10^n, cuando **n** es un número **entero positivo**, es igual a mover la coma decimal hacia la **derecha** tantas posiciones como indique el exponente n.

Ejemplo:

$$1{,}23 \cdot 10^{11} = 123\,000\,000\,000$$

+1 +2 +3 +4 +5 +6 +7 +8 +9 +10 +11

En el caso de que **n** sea un número **entero negativo**, multiplicar un número decimal por 10^n, equivale a dividir por dicha potencia con exponente positivo, es decir, es igual a mover la coma decimal hacia la **izquierda** tantas posiciones como indique el exponente n.

Ejemplo:

$$1{,}23 \cdot 10^{-10} = 0{,}000\,000\,000\,123$$

-10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1

3.5. Ciclogénesis explosiva

Comparando ciclones

Operaciones en notación científica

Suma

Para **sumar** dos números en notación científica que tienen **el mismo orden**, sacamos factor común la potencia de diez y sumamos las mantisas.

Ejemplo:

$$3{,}23 \cdot 10^{-23} + 7{,}12 \cdot 10^{-23} = (3{,}23 + 7{,}12) \cdot 10^{-23} = 10{,}35 \cdot 10^{-23}$$

En este caso, el resultado no está en notación científica.

Para expresarlo en notación científica, multiplicamos la mantisa por diez elevado a menos uno (equivale a dividir la mantisa por diez elevado a uno) y la potencia de diez por diez elevado a uno (utilizamos la propiedad del producto de potencias de la misma base, se deja la misma base y se suman los exponentes):

$$10,35\cdot 10^{-1}\cdot 10^{-23}\cdot 10=\frac{10,35}{10}\cdot 10^{-23+1}=1,035\cdot 10^{-22}$$

Para sumar dos números en notación científica que tienen **distinto orden**, **por ejemplo** $3,23\cdot 10^{23}+5,12\cdot 10^{21}$, elegimos uno de los dos sumandos: $5,12\cdot 10^{21}$

y lo transformamos para que tenga el mismo orden que el otro sumando.

En el ejemplo, multiplicamos la potencia de diez por diez elevado a dos y la mantisa por diez elevado a menos dos.

$$5,12\cdot 10^{-2}\cdot 10^{21}\cdot 10^{2}=\frac{5,12}{10^{2}}\cdot 10^{21+2}=0,0512\cdot 10^{23}$$

Ahora que son del mismo orden, ya podemos sumarlos:

$$3,23\cdot 10^{23}+5,12\cdot 10^{21}=3,23\cdot 10^{23}+0,0512\cdot 10^{23}=(3,23+0,0512)\cdot 10^{23}=3,2812\cdot 10^{23}$$

Resta

Para **restar** dos números en notación científica, tenemos que seguir los mismos pasos que para sumar, pero finalmente restamos las mantisas.

Ejemplo:

$$5,12\cdot 10^{-21}-8,23\cdot 10^{-23}=5,12\cdot 10^{2}\cdot 10^{-21}\cdot 10^{-2}-8,23\cdot 10^{-23}=512\cdot 10^{-23}-8,23\cdot 10^{-23}=$$

$$=(512-8,23)\cdot 10^{-23}=503,77\cdot 10^{-23}=503,77\cdot 10^{-2}\cdot 10^{-23}\cdot 10^{2}=5,0377\cdot 10^{-21}$$

Multiplicación

Para multiplicar dos números en notación científica, cambiamos el orden de los factores.

Multiplicamos las mantisas y multiplicamos las potencias de base diez.

Ejemplo:

$$1,7\cdot 10^{-23}\cdot 7,6\cdot 10^{-15}=1,7\cdot 7,6\cdot 10^{-23}\cdot 10^{-15}=12,92\cdot 10^{-38}=$$

$$=12,92\cdot 10^{-1}\cdot 10^{-38}\cdot 10=1,292\cdot 10^{-37}$$

División

Para dividir dos números en notación científica, dividimos las mantisas y dividimos las potencias de base diez (utilizamos la propiedad del cociente de potencias de la misma base, se deja la misma base y se restan los exponentes).

Ejemplo:

$$\frac{1,748\cdot 10^{23}}{7,6\cdot 10^{15}}=\frac{1,748}{7,6}\cdot\frac{10^{23}}{10^{15}}=0,23\cdot 10^{23-15}=0,23\cdot 10^{8}=0,23\cdot 10\cdot 10^{8}\cdot 10^{-1}=$$

$= 2{,}3 \cdot 10^{8+(-1)} = 2{,}3 \cdot 10^{7}$

3.7. Inundaciones I

Analiza el riesgo desde la raíz...

Raíz cuadrada entera

Definición: b es la raíz cuadrada entera del número natural **a** si podemos escribir que $a = b^2 + r$.

r es el resto de la raíz.

Ejemplo:

La raíz cuadrada de 75 es, aproximadamente, 8,66.

Observa que $64 < 75 < 81$ por tanto la raíz de 75 está entre 8 y 9.

Entonces, la raíz cuadrada entera de 75 es 8 y el resto es $75 - 8^2 = 75 - 64 = 11$.

Generalmente utilizamos la calculadora para hallar estas raíces.

3.8. Inundaciones II

Generaliza radicales

Raíz n-ésima

Definición: se llama **raíz n-ésima** de un número **a**, y se escribe $\sqrt[n]{a} = b$, a un número real **b** que cumple $b^n = a$.

Ejemplos:

$\sqrt[3]{27} = 3$ ya que $3^3 = 27$

$\sqrt[4]{64} = \pm 2$ ya que $2^6 = (-2)^6 = 64$

	RADICANDO	ÍNDICE	NÚMERO DE RAÍCES
$\sqrt[n]{a} = b$	$a > 0$	n impar	Una raíz positiva
		n par	Dos raíces, una positiva y otra negativa
	$a = 0$	n par o impar	Una raíz = 0
	$a < 0$	n impar	Una raíz negativa
		n par	No tiene raíz real

Para calcular las **raíces n-ésimas** debemos:

1. Estudiar el signo del radicando.
2. Estudiar si el índice es par o impar
3. Decidir cuántas raíces tiene y buscar el número **b** que cumpla que $b^n = a$

Cálculos con radicales. Propiedades

$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$	$(\sqrt{a})^2 = a$	$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	$\sqrt{a^2} = \lvert a \rvert$	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$

Las fracciones debemos simplificarlas para aplicar las propiedades.

Veamos un **ejemplo**:

$$\sqrt{\frac{32}{50}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5}$$

Evita desbordamientos

Calculo de raíces

Para prevenir que los cálculos "te desborden", puedes usar técnicas aprendidas anteriormente.

Una de ellas es la de factorizar los números grandes, esto permite rebajar su dificultad.

Vas a aplicarlo en el cálculo de raíces.

Ejemplo:

$$\sqrt{625000}$$

1. Factoriza el radicando: $625\,000 = 2^3 \cdot 5^7$

2. Reescribe las potencias para que coincidan el índice y el exponente:

$$\sqrt{625000} = \sqrt{2^3 \cdot 5^7} = \sqrt{2^2 \cdot 2 \cdot 5^2 \cdot 5^2 \cdot 5^2 \cdot 5}$$

3. Extrae, aplicando las propiedades de las raíces; puedes resolver factor a factor:

$$\sqrt{625000} = \sqrt{2^3 \cdot 5^7} = \sqrt{2^2 \cdot 2 \cdot 5^2 \cdot 5^2 \cdot 5^2 \cdot 5} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{5} =$$

$$= 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \sqrt{5} = 2 \cdot 5^3 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5} = 250 \cdot \sqrt{10}$$

3.9. Incendios

Combinando medios de forma ordenada

Operando con varios medios

El responsable de extinción dirige los medios, que intervienen de forma ordenada para que puedan actuar sin peligro y sean más eficaces.

Actúa tú también de forma ordenada con las siguientes operaciones.

Recuerda el orden:

1. Potencias y raíces.

2. Productos y divisiones.

3. Sumas y restas.

En las siguientes operaciones combinadas se indica con color rojo negrita la operación a realizar en cada uno de los pasos.

Ejemplo 1:

$15 - 5 \cdot \mathbf{3^2} =$

$= 15 - \mathbf{5 \cdot 9} =$

$= 15 \mathbf{-} 45 =$

$= -30$

Ejemplo 2:

$\mathbf{\sqrt{16}} + 9 : 3 =$

$= 4 + 9 \mathbf{:} 3 =$

$= 4 \mathbf{+} 3 =$

$= 7$

Grandes operaciones

Cuando la cantidad de operaciones se complica, hacemos grupos para resolverlas por partes.

Esto puede hacerse utilizando distintos símbolos:

Llaves, corchetes, paréntesis, radical, fracción...

Dentro de los grupos también se guarda la jerarquía.

Ejemplo:

$[2 + (3 \cdot \mathbf{2^2})] - 4 = (2 + \mathbf{3 \cdot 4}) - 4 = (2 \mathbf{+} 12) - 4 = 14 \mathbf{-} 4 = 10$