

# Matemáticas financieras

## 1. Introducción

Las matemáticas financieras son una rama de las matemáticas aplicadas que se dedica a estudiar las operaciones que se hacen con "los dinerillos" que hay en el banco a lo largo del tiempo.

Como siempre, primero es conveniente que nos familiaricemos con el vocabulario básico que se usa en finanzas y las operaciones que se pueden hacer.

- **Préstamo:** Un préstamo es una operación bancaria en la cual tú pides dinero prestado a un banco. El banco decide si dártelo o no, pero te va a cobrar!!!. Así, en esta transacción tendremos:
  - **Capital inicial  $C_0$ :** La cantidad de dinero que le pides al banco.
  - **Rédito;  $r\%$ :** Porcentaje que te va a cobrar el banco por dejarte "la pasta" durante un año.
  - **Intereses  $I$ :** La cantidad total de dinero que te cobra el banco durante el tiempo que tardes en devolverlo. Es decir, el beneficio que saca el banco por prestarte el dinero.
  - **Capital final  $C$ :** La cantidad de dinero que le tienes que pagar al banco, es decir, lo que te prestó más los intereses.
  
- **Inversión:** Es justo lo contrario que el préstamo. En una inversión, tú le dejas tu dinero al banco no para que te lo guarde, sino para que haga préstamos con él u otras operaciones bancarias, a cambio, el banco te paga un porcentaje de lo que le dejas. Claro está que lo que paga en una inversión es mucho menor de lo que cobra por un préstamo. Mira estos bancos qué listiños que son, eh?. En esta transacción también tendremos:
  - **Capital inicial  $C_0$ :** La cantidad de dinero que le dejas al banco.
  - **Rédito;  $r\%$ :** Porcentaje que te va a dar el banco porque le dejes "tus dineros" durante un año.
  - **Intereses  $I$ :** La cantidad total de dinero que te da el banco durante el tiempo que se lo prestes. Es decir, el beneficio que sacas tú por prestarle el dinero al banco.
  - **Capital final  $C$ :** La cantidad de dinero con la que te quedas al final, es decir, lo que le prestaste más los intereses.

En las dos operaciones se cumple siempre que:

$$C = C_0 + I$$

**Ejercicio:** Necesitamos 15.000€ para comprar un coche, pero no tenemos toda esa cantidad de dinero, así que decidimos pedir un préstamo a un banco y poder comprarlo. El banco me dice que tengo 4 años para pagarlo, y en total me cobra unos intereses de XXXXXX. En esta situación identifica o calcula el capital inicial, el interés y el capital final.

**Ejercicio:** Tengo 50.000€ de la herencia de mi abuela y mi madre ha decidido ponerla en el banco para que cuando acabe la universidad pueda tener algún beneficio. En el banco le dicen que en 4 años tendré un saldo acumulado de XXXXXX€. En esta situación identifica o calcula el capital inicial, el interés y el capital final.

## 2. El interés

El interés depende de varios factores. Es evidente que no te van a cobrar (dar) lo mismo por pedir (o prestar) 1.000€ que 1.000.000€. Ni tampoco te van a cobrar o dar lo mismo si se lo devuelves (o si se lo dejas) durante 1 mes que si lo haces durante 10 años.

Por otro lado, el rédito nos indica el porcentaje de dinero que tenemos que pagar al banco (o que nos devuelve) en un año, mientras que los intereses es el dinero ya calculado que nos van a cobrar o a dar.

Así, el interés se calcula a partir del capital inicial, el tiempo y el rédito pero tienen fórmulas distintas según se trate de un interés simple o un interés compuesto.

### 2.1. Interés simple

El interés simple es el beneficio que se obtiene y se calcula a partir del capital inicial, así, su expresión matemática es:

$$I = C_0 \cdot r \cdot t$$

Siendo  $C_0$  el capital inicial,  $r$  el rédito en tanto por ciento y  $t$  el tiempo en años.

Pero, ¿qué pasa cuando el tiempo no está en años? Si tan solo la transacción dura unos meses o u nos días, pues es tan sencillo como **pasar los meses o días a años** o bien **usar las fórmulas que transforma directamente el tiempo en años al tiempo en meses o días**:

$$I = \frac{C_0 \cdot r \cdot t_{\text{meses}}}{12}$$

$$I = \frac{C_0 \cdot r \cdot t_{\text{días}}}{360}$$

De esta manera, la expresión del capital final, se puede escribir como:

$$C = C_0 + C_0 \cdot r \cdot t \Rightarrow C = C_0 \cdot (1 + r \cdot t)$$

## 2.2. Interés compuesto

El interés compuesto es el beneficio que se calcula a partir del capital final que tienes al acabar el año. Por ejemplo Si inviertes 1000€ y al acabar el año te dan 100€ de beneficio, el siguiente año calcularemos el interés sobre los 1100€ que tenemos ahora. Vamos a ver un ejemplito.

**Ejemplo:** Queremos invertir 1.000€ con un rédito del 10 % durante 3 años a un interés variable. ¿Qué beneficio obtendremos?

Año	$C_0$ cada año	I	C cada año
1	$C_0 = 1000$	$I = C_0 \cdot r = 100$	$C_1 = C_0 \cdot (1 + r) = 1100$
2	$C_1 = 1100$	$I = C_1 \cdot r = 110$	$C_2 = \underbrace{C_0 \cdot (1 + r)}_{C_1} \cdot (1 + r) = C_0 \cdot (1 + r)^2 = 1210$
3	$C_2 = 1210$	$I = C_2 \cdot r = 121$	$C_3 = \underbrace{C_0 \cdot (1 + r)^2}_{C_2} \cdot (1 + r) = C_0 \cdot (1 + r)^3 = 1331$

Por tanto, al tercer año conseguiremos 1.331€

Claro que hacer las cuentas año por año, es un poco latoso, así que en vista del ejemplo anterior, ¿sabríais deducir la fórmula para el interés compuesto para  $t$  años? Vale, os la digo yo, pero luego pensad a ver si sabéis de dónde sale.

### Interés compuesto

$$C = C_0 \cdot (1 + r)^t$$

¿Y qué pasa si tenemos el tiempo en meses o en días? Pues como en el caso anterior, hay que pasar el tiempo a meses o a días en cada año (lo cual es bastante rollo) o bien usar la fórmula que lo pasa directamente.

$$C = C_0 \cdot \left(1 + \frac{r}{12}\right)^{t_{\text{meses}}}$$

$$C = C_0 \cdot \left(1 + \frac{r}{360}\right)^{t_{\text{días}}}$$