

# Inecuaciones

## Índice

1. Inecuaciones de primer grado	2
2. Inecuaciones de segundo grado	4
3. Inecuaciones racionales	7
4. Ejercicios	9

# 1. Inecuaciones de primer grado

Una inecuación es una expresión algebraica en la cual la solución en vez de ser un número concreto (o varios) es un conjunto de números que se escriben en forma de intervalos, desigualdades o representados gráficamente.

Una inecuación de primer grado se resuelve prácticamente igual que una ecuación de primer grado. Tan solo hay que tener en cuenta un pequeño detalle:

Cuando despejemos la  $x$ , si esta está multiplicada por un número negativo:  
**SE CAMBIA EL SÍMBOLO DE LA DESIGUALDAD**

Ejemplo:

$$2(x - 5) > 5(x + 1)$$

$$2x - 10 > 5x + 5$$

$$2x - 5x > 10 + 5$$

$$-3x > 15$$

$$x < \frac{15}{-3}$$

$$\boxed{x < -5}$$

Solución  $\left\{ \begin{array}{l} \{x \in \mathbb{R}/x < -5\} \\ (-\infty, -5) \end{array} \right.$

**Ejercicio:** Resuelve las siguientes inecuaciones:

a)  $2x + 6 \leq 14$

Solución:  $x \leq 4$

b)  $5 - 3x \geq -3$

Solución:  $x \leq 8/3$

c)  $5 + 3x < 4 - x$

Solución:  $x < -1/4$

d)  $2(x + 3) + 3(x - 1) > 2(x + 2)$

Solución:  $x > 1/3$

e)  $(x + 2)(x + 3) < (x - 1)(x + 5)$

Solución:  $x < -11$

**Ejercicio:** Resuelve las siguientes inecuaciones:

a)  $\frac{x-1}{2} - \frac{x-4}{3} \leq 1$

*Solución:*  $x \leq 1$

b)  $\frac{5x-2}{3} - \frac{x-8}{4} > \frac{x+14}{2} - 2$

*Solución:*  $x > 4$

c)  $\frac{x-1}{2} - x < \frac{1-x}{4} - 3$

*Solución:*  $x > 9$

## 2. Inecuaciones de segundo grado

Las inecuaciones de segundo grado se resuelven siguiendo los siguientes pasos:

1. Sacar paréntesis si los tiene
2. Sacar denominadores si los tiene
3. Simplificar si se puede
4. Resolver la ecuación de segundo grado, por los métodos de resolución de ecuaciones habituales
5. Calcular la **TABLA DE SIGNOS**
6. Dar el resultado de las 3 formas

A estas alturas todos deberíamos de saber calcular ecuaciones de segundo grado, así que nos centraremos en aprender a calcular la tabla de signos con un ejemplo:

Ejemplo: Resuelve la siguiente inecuación:

$$x^2 - 5x + 6 > 0$$

Resolvemos la ecuación  $x^2 - 5x + 6 = 0$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{6}{2} = 3 \\ x_2 = \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$$

Creamos la tabla de signos:

	$-\infty$	2	3	$+\infty$
$x^2 - 5x + 6$	$+^a$	$-^b$	$+^c$	
	<b>SI</b>	NO	<b>SI</b>	

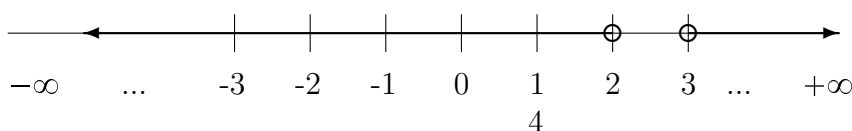
<sup>a</sup>Cogemos un número entre el  $-\infty$  y el 2, lo sustituimos en el polinomio y vemos el signo

<sup>b</sup>Cogemos un número entre el 2 y el 3, lo sustituimos en el polinomio y vemos el signo

<sup>c</sup>Cogemos un número entre el 3 y el  $+\infty$ , lo sustituimos en el polinomio y vemos el signo

**Solución:**

- En forma de desigualdades:  $\{x \in \mathbb{R} / x < 2 \cup x > 3\}$
- En forma de intervalos:  $(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$
- Gráficamente:



**Ejercicio:** Resuelve las siguientes inecuaciones:

a)  $x^2 - 6x + 8 \geq 0$

*Solución:*  $(-\infty, 2] \cup [4, +\infty)$

b)  $2x^2 - 16x + 24 < 0$

*Solución:*  $(2, 6)$

c)  $(2x - 3)^2 \leq 1$

*Solución:*  $[1, 2]$

**Ejercicio:** Resuelve las siguientes inecuaciones:

a)  $x^2 \geq 4$

Solución:  $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

b)  $-x(x + 2) + 3 \geq 0$

Solución:  $[-3, 1]$

c)  $(2x - 3)(2x + 3) \leq (2x - 3)^2 + 30x$

Solución:  $x \geq -1$

### 3. Inecuaciones racionales

Las inecuaciones racionales son aquellas en las que la  $x$  está en el denominador. Para resolverlas basta con:

1. Escribirla de la forma  $\frac{P(x)}{Q(x)}$  Signo de la desigualdad  $\leq$  o  $>$
2. Resolver la ecuación:  $P(x) = 0$
3. Resolver la ecuación:  $Q(x) = 0$
4. Calcular la **TABLA DE SIGNOS** con las soluciones de ambas ecuaciones
5. Dar el resultado de las 3 formas

Ejemplo: Resolver la inecuación:

$$\frac{1-x}{x^2-4} \leq 0$$

Resolvemos el numerador:

$$1-x=0 \Rightarrow \boxed{x=1}$$

Resolvemos el denominador:

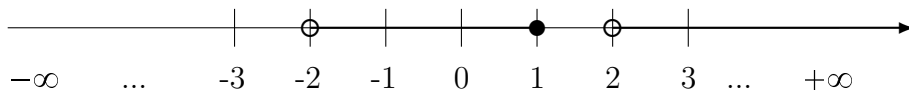
$$x^2-4=0 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=\pm\sqrt{4} = \begin{cases} \boxed{x=-2} \\ \boxed{x=+2} \end{cases}$$

Creamos la tabla de signos:

	$-\infty$	$-2$	$1$	$2$	$+\infty$
$1-x$	+	+	-	-	
$x^2-4$	+	-	-	+	
$\frac{1-x}{x^2-4}$	+	-	+	-	
	NO	SI	NO	SI	

**Solución:**

- En forma de desigualdades:  $\{x \in \mathbb{R} / -2 < x \leq 1 \cup x > 2\}$
- En forma de intervalos:  $(-2, 1] \cup (2, +\infty)$
- Gráficamente:



**Ejercicio:** Resuelve las siguientes inecuaciones:

a)  $\frac{x-1}{x-4} > 0$

*Solución:*  $(-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$

b)  $\frac{2x-3}{x+1} \geq 1$

*Solución:*  $(-\infty, -1) \cup [4, +\infty)$

c)  $\frac{x+6}{x-2} > 2$

*Solución:*  $(2, 10)$



## 4. Ejercicios

1. Resuelve las siguientes inecuaciones:

- a)  $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} > 3 - \frac{x}{6}$   
 b)  $\frac{x-2}{5} - \frac{3x+1}{2} < \frac{x}{2} - 3x$   
 c)  $\frac{x-1}{3} \geq x+5$   
 d)  $\frac{x+1}{3} - \frac{x-2}{5} > 1 + \frac{x-1}{15}$   
 e)  $-3x+7 < 2x-3$   
 f)  $3x - \frac{1-2x}{4} < \frac{x-1}{2} + 1$

2. Resuelve las siguientes inecuaciones:

- a)  $x^2 - x - 6 > 0$   
 b)  $x^2 - 1 < 0$   
 c)  $x^2 - 3x \geq 0$   
 d)  $-3x^2 + 6x + 9 \leq 0$   
 e)  $x(x^2 - 2) - (x+1)(x^2 - 1) > -4 - x^2$   
 f)  $(2x - 5)^2 \leq 1$   
 g)  $(x-1)^2 - (x+3)^2 + x^2 \leq -9x - 8$

3. Resuelve las siguientes inecuaciones irracionales:

- a)  $\frac{x-2}{x-1} > 0$   
 b)  $\frac{2x-4}{x-1} \leq 0$   
 c)  $\frac{x}{x+2} \geq 0$   
 d)  $\frac{x+1}{x-2} \geq 2$   
 e)  $\frac{(x+2)(x-2)}{x^2-3} > 0$   
 f)  $\frac{x^2+1}{x^2-1} > 0$   
 g)  $\frac{-x^2+3x-2}{x^2+1} \geq 0$   
 h)  $\frac{x^2+4x+4}{x^2-x-6} \geq 0$   
 i)  $\frac{x(x-2)}{(x+1)(x+3)} \geq 0$   
 j)  $\frac{1}{x-1} > \frac{3}{x+1}$   
 k)  $\frac{x^2-1}{x^2-4x+4} \geq 0$