

Resolución de triángulos

1. Introducción

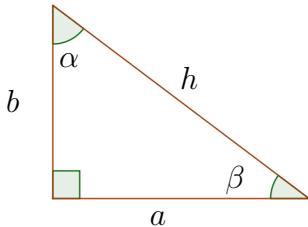
Una de las múltiples aplicaciones de la trigonometría es la resolución de triángulos. Resolver un triángulo es conocer la medida de sus lados y sus ángulos.

No nos olvidemos que los triángulos son figuras geométricas, y que, como siempre en geometría... un dibujillo ayuda mucho a resolver los problemas. Como no hace falta ser Velázquez para dibujar un triángulo rectángulo, en este tema toca dibujar.

Veamos en este tema cómo se usa la trigonometría para resolver triángulos y problemas con triángulos.

2. Razones trigonométricas

Recordemos la definición de las razones trigonométricas:



$$\operatorname{sen}(\alpha) = \frac{\text{Cateto Separado}}{\text{Hipotenusa}}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Cateto Contiguo}}{\text{Hipotenusa}}$$

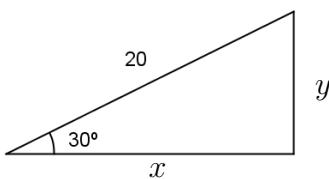
$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Cateto Separado}}{\text{Cateto Contiguo}}$$

3. Ángulos de un triángulo

Los ángulos de un triángulo miden siempre 180° , por tanto, si tenemos un triángulo rectángulo, uno de los ángulos mide 90° , con lo cual, la suma de los otros dos ha de ser también 90° .

Veamos un ejemplo para saber cómo se resuelve un triángulo.

Ejercicio Resuelto: Resuelve el siguiente triángulo:



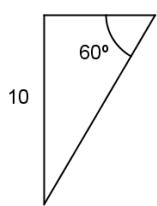
$$\operatorname{sen}(30^\circ) = \frac{y}{20} \Rightarrow y = 20 \cdot \operatorname{sen}(30^\circ) = 20 \cdot \frac{1}{2} = 10$$

$$\cos(30^\circ) = \frac{x}{20} \Rightarrow x = 20 \cdot \cos(30^\circ) = 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} = 17,3$$

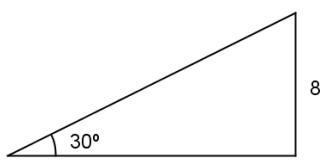
El ángulo restante mide $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

Ejercicio: Resuelve los siguientes triángulos **sin usar la calculadora ni el teorema de Pitágoras**

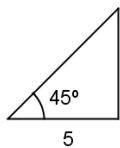
a)



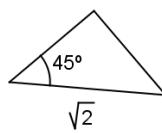
c)



b)

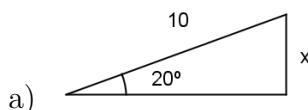


d)

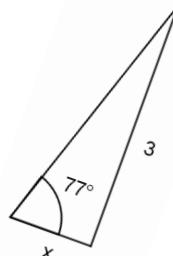


Ejercicio: Halla los lados indicados con una incógnita de los siguientes triángulos y calcula el valor del ángulo desconocido. Utiliza la calculadora si es necesario.

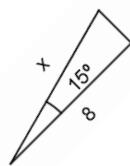
a)



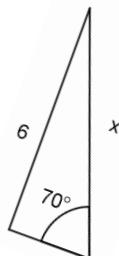
c)



b)

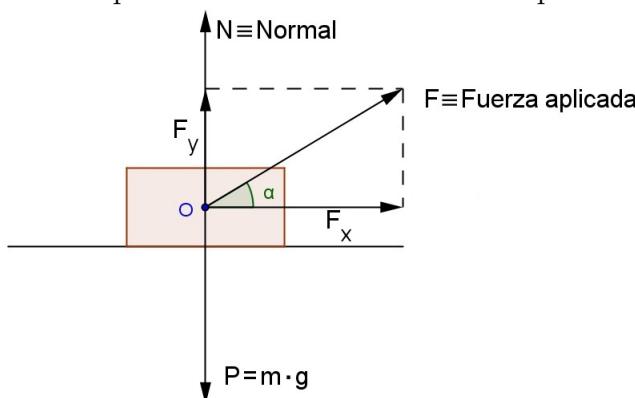


d)

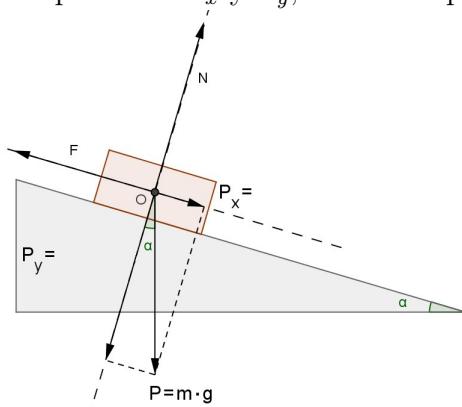


4. Problemas de resolución de triángulos rectángulos:

- Los miembros del escuadrón se entrena para dominar kitesurf. Para ello entrena en la playa antes de subirse a la tabla. La cuerda que sujeta la cometa mide 3m y forma un ángulo de 30° con el suelo, ¿a qué altura está la cometa?
- Sabemos que un triángulo rectángulo tiene un ángulo agudo de 45° y uno de sus catetos 5 es cm. ¿Cuánto miden el otro cateto, la hipotenusa y el otro ángulo agudo?
- Halla la altura de una edificio si su sombra mide 100 m cuando los rayos del sol forman un ángulo de 30° con el suelo.
- El técnico que ha venido a arreglar las ventanas que rompieron los matemáticos en su huida, se ha olvidado su escalera de mano de 5m de longitud apoyada en una pared justo a la altura de la ventana que estaba arreglando. Si el ángulo que forma la escalera con el suelo es de $53^\circ 7' 48''$. ¿A qué altura estará la ventana? ¿A qué distancia está la base de la escalera de la pared?
- Una rampa de 4 m está apoyada contra una pared. ¿Cuál será su inclinación si su base está a 2 m de la pared?
- Se aplica una fuerza oblicua F de 50N formando un ángulo con la horizontal α de 30° . Descompón la fuerza F en sus dos componentes F_x y F_y



- Descompón el peso de un cuerpo que desciende sobre un plano inclinado 60° en sus componentes P_x y P_y , sabiendo que tiene una masa de 4Kg.



- Descompón la velocidad v , en sus dos componentes v_x y v_y sabiendo que el niño imprime un ángulo de 25° al balón y éste alcanza una velocidad inicial de 10m/s.



9. La antena de comunicaciones del CII está sujetada desde su punta superior al suelo por varios cables metálicos de 50 m de longitud (los cuales forman con el suelo un ángulo de $36^\circ 52' 11''$). ¿A qué distancia de la base de la antena están sujetos los cables al suelo? ¿Cuál es la altura de la antena?
10. Para determinar la altura de un castillo hemos medido el ángulo que forma con el suelo desde nuestros pies hasta el punto más alto (obteniendo un valor de 43°). Al acercarnos 15 m hacia el castillo, obtenemos un nuevo ángulo de 57° . ¿Cuánto mide?
11. Calcula la altura de un árbol, sabiendo que desde un punto del terreno se observa su copa bajo un ángulo de 30° y si nos acercamos 10 m, bajo un ángulo de 60° .
12. Desde la orilla de un río, vemos el punto más alto de un árbol, situado en la otra orilla, bajo un ángulo de 60° . Si nos alejamos 10 m de la orilla, el ángulo pasa a ser de 45° . Calcula la anchura del río y la altura del árbol.
13. Calcula el área de un pentágono regular de lado 5cm
14. Calcula el área de un octógono regular de radio 10cm
15. Queremos construir un puente desde el borde de un acantilado hasta la puerta de una torre que se encuentra al otro lado. Para ello, medimos el ángulo que existe desde el borde del acantilado hasta el punto más alto de la torre y obtenemos un valor de 60° . Si nos alejamos 150 metros, lo vemos bajo un ángulo de 30° . ¿Cuál es el largo del puente que vamos a construir? ¿Y la altura de la torre?