

Usos de los logaritmos

1. Introducción

Ya hemos aprendido a calcular logaritmos, pero, ¿para qué sirven?

En general los logaritmos se usan para trabajar con números más sencillitos. Por ejemplo:

- Hay magnitudes que presentan una variación muy grande entre mínimas y máximas, por ejemplo, la potencia de una antena o la presión que soporta el oído humano (va desde los 20μ Pascales hasta los 200Pascales)
- Otras magnitudes presentan un comportamiento exponencial en vez de lineal, lo que hacen necesarios los logaritmos para poder realizar las cuentas.
- Por otro lado, utilizando las propiedades de los logaritmos, podemos convertir multiplicaciones en sumas y restas. Así, por ejemplo, es como hacen las operaciones las calculadoras.

Veamos entonces algunas aplicaciones de los logaritmos.

2. Por si quieres ser arqueólogo

Para poder estimar la edad de determinados fósiles, se utiliza la técnica del Carbono 14, que se basa en una expresión logarítmica:

$$\text{Edad}_{C_{14}} = -5760 \cdot \log_2 \left(\frac{N}{N_0} \right)$$

Donde:

- 5760 es el tiempo que tarda en desintegrarse el C_{14}
- N es la cantidad de átomos de C_{14} ahora
- N_0 es la cantidad de átomos de C_{14} al morir

Aplicemos esta fórmula en un ejercicio.

Ejercicio: Se ha descubierto un fragmento de pergamino con un 74 % de radiactividad de C-14 en comparación con el material vegetal en el mundo actual. Calcula la edad del pergamino.

Ejercicio: Se ha encontrado un fósil con un 10 % de C-14 en relación con una muestra viva. ¿Qué antigüedad tiene el fósil?

3. Para no quedarte sordo

El oído humano soporta presiones sonoras desde los 0,000002 pascales hasta los 200 pascales de presión sonora. Si se llega a esa cantidad, se produce la rotura de tímpano. El rango de valores utilizados es muy amplio, por lo cual, en acústica, se utiliza el decibelio (dB) como unidad de medida de presión sonora, según la expresión logarítmica:

$$dB = 20 \log \left(\frac{P}{20 \cdot 10^{-6}} \right)$$

Siendo:

- P la presión sonora en Pascales que soporta el tímpano
- $20 \cdot 10^{-6}$ la presión de referencia para el sonido en el aire

A ver si sabemos aplicar esta fórmula para resolver el siguiente ejercicio:

Ejercicio: *El récord Guinness de ruido en un estadio es de 142.2dB. ¿Qué presión de ruido se generó en dicho estadio?*

Ejercicio: *La explosión del volcán Krakatoa provocó un ruido de 180dB a 160Km de distancia del volcán. ¿Qué presión acústica liberó?*

Ejercicio: *¿Qué intensidad de ruido es provocada por una presión sonora de 40.000 pascales?*

4. Para cuidar tu piel

Todos hemos escuchado anunciar jabones y geles de ducha aludiendo al PH que tienen, pero ¿qué es el PH?. El PH hace referencia a la cantidad de hidrógeno que hay en una determinada sustancia. Se define mediante una expresión logarítmica:

$$PH = -\log_{10}[H^+]$$

donde $[H^+]$ es la concentración de hidrógeno en la sustancia.

Ejercicio: Calcula el PH de una sustancia que tiene una concentración de 10^{-5} moles $[H^+]/l$

Ejercicio: El vinagre es una sustancia ácida con un PH de 2,5 (aproximadamente). ¿Qué concentración de H^+ tiene en cada litro?

Ejercicio: Cuál es el PH de una sustancia que tiene una concentración de $4 \cdot 10^{-9}$ moles $[H^+]/l$

5. Por si quieres ser geólogo

Otra magnitud que se mide en escala logarítmica son los terremotos. Seguro que más de una vez habéis oído la expresión: “Un terremoto de grado 6 en la escala Richter”. Ese valor no es más que el resultado de un logaritmo.

$$M = \log \left(\frac{A \cdot t^3}{1,62} \right)$$

Donde:

- A es la amplitud de las ondas secundarias tomada directamente del sismógrafo.
- t es el tiempo desde el inicio de las ondas sísmicas primarias al de las ondas sísmicas secundarias.
- M es la magnitud del terremoto (seísmo)

Ejercicio: Rellena la siguiente tabla:

	tiempo(s)	Amplitud (mm)	Magnitud
a)	8	15	
b)	15		4
c)		45	7