Ámbito científico tecnolóxico

Educación a distancia semipresencial

Módulo 2

Unidade didáctica 1

A enerxía.

Razón e proporción

Índice

1. Introdución

1.1 Descrición da unidade didáctica

Comeza a unidade relacionándose o concepto de enerxía coa capacidade de movemento ou transformación; quérese dicir que é necesaria a presenza de enerxía para que se produza movemento e cambios nos corpos ou no seu contorno.

As cousas que nos rodean están a cambiar continuamente, aínda que ás veces non o notemos, debido ás transformacións enerxéticas. Hai moitas formas de enerxía: cinética, potencial, química, eléctrica, luminosa, sonora, calorífica, nuclear... Todas estas formas poden transformarse unhas nas outras, poden almacenarse e poden conservarse.

Cando un ciclista pedalea e move a bicicleta está a empregar a enerxía dos seus músculos para que se transforme en enerxía mecánica e enerxía cinética. A enerxía da gasolina fai que se movan os vehículos e a calorífica fai que os corpos quezan. As máquinas axudan a que se leven a cabo os cambios de enerxía e ao mellor aproveitamento desta enerxía.

Na segunda parte da unidade estudamos as proporcións numéricas e aprendemos a distinguir cando dúas magnitudes son directamente proporcionais, cando inversamente proporcionais e cando non son nin directa nin inversamente proporcionais. Calculamos o termo descoñecido dunha proporción e, por último, resolvemos problemas da vida cotiá por medio da proporcionalidade: regra de tres, reparticións proporcionais, xuros bancarios, etc.

1.2 Coñecementos previos

Para afrontarmos con aproveitamento o estudio deste tema cumprirá manexarmos os conceptos seguintes:

- A materia e as súas propiedades.
- Estados da materia.
- A atmosfera terrestre.
- Ciclo da auga: o seu percorrido na natureza.
- Operacións con fraccións: suma, resta, multiplicación e división.
- Fraccións iguais ou equivalentes. Amplificación e simplificación de fraccións (unidade 4 do módulo 1).

1.3 Obxectivos

- Recoñecer o concepto de enerxía e a súa relación cos cambios.
- Comprender e identificar a intervención da enerxía en situacións cotiás como movementos, deformacións, variacións da temperatura, cambios de estado, etc.
- Identificar transformacións dunhas enerxías noutras e a súa utilidade.

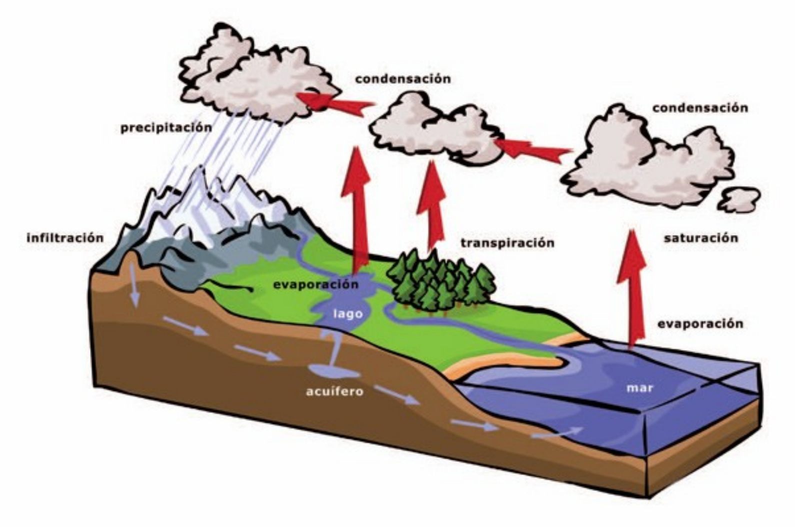
- Coñecer as unidades en que se mide a enerxía.
- Recoñecer algunhas propiedades comúns a todos os tipos de enerxía.
- Identificar magnitudes directamente proporcionais, inversamente proporcionais e non proporcionais.
- Identificar a razón e a constante de proporcionalidade.
- Saber calcular o termo descoñecido dunha proporción numérica.
- Resolver problemas da vida cotiá por medio da proporcionalidade: regra de tres directa e inversa, reparticións proporcionais, xuros bancarios, etc.

2. Secuencia de contidos e actividades [ciencias da natureza]

1.4 A enerxía e os cambios

A enerxía é o elemento necesario para que se produzan cambios nun corpo e no seu contorno. Debido á enerxía prodúcense cambios na natureza:

- A calor do sol transfórmase en enerxía mecánica cando quenta o aire e orixina os ventos.
- A calor do sol transfórmase en enerxía mecánica ao quentar a auga e iniciar o seu ciclo.
- A luz do sol transfórmase en enerxía química na fotosíntese, para así poder medrar as plantas.
- A luz do sol produce un cambio cando quenta, por exemplo, o interior da casa.



Ciclo da auga

Outros cambios prodúcense pola enerxía que se transforma nas máquinas:

- Nun coche a enerxía producida polo combustible permítelle mover as rodas.
- Nunha estufa a enerxía eléctrica permite quentar a estancia.
- Un alternador é unha máquina que transforma a enerxía mecánica en enerxía eléctrica.
- Nun muíño a enerxía do vento transfórmase en enerxía mecánica.

Como temos visto, a enerxía pode ter procedencias diversas e manifestarse de moitos xeitos diferentes; imos ver agora as formas principias de enerxía que coñecemos e que máis adoitamos utilizar.

1.5 Formas da enerxía

As principais formas en que se presenta a enerxía son as seguintes: enerxía cinética, potencial gravitacional, potencial elástica, química, eléctrica, luminosa, sonora, enerxía ou calorífica, e enerxía nuclear.

1.5.1 Enerxía cinética

A enerxía que teñen os corpos por estaren en movemento é a enerxía cinética. Canto maiores son a velocidade do corpo e a súa masa, maior é a enerxía cinética que se asocia a este corpo en movemento.

Para calcular a enerxía cinética dun corpo hai unha fórmula física, que é a que segue (onde "m" é a masa do corpo e "v" a súa velocidade):

$$Ec = \frac{1}{2} \cdot .m \cdot v^2$$

Como podemos observar, a enerxía cinética dun corpo calcúlase en función da masa dese corpo e da súa velocidade. Canto maior sexan a masa e a velocidade do corpo, maior será a súa enerxía potencial. Por exemplo, un motociclista que quere saltar un tramo coa súa motocicleta logrará un salto maior canta máis velocidade alcance no tramo anterior ao salto.

Actividade proposta

S1. Indique en cada apartado cal dos dous corpos ten máis enerxía cinética e explique por que.

- Un coche de 1.000 kg que se move a 60 km/h e outro de 1.000 kg que se move a 120 km/h.
- Unha bicicleta e unha moto que levan a mesma velocidade.
- Unha persoa camiñando e un cabalo correndo.

1.5.2 Enerxía potencial gravitacional

Os corpos que están a unha certa altura do chan teñen enerxía potencial gravitacional. Canto maior sexa a altura á que estean maior será a súa enerxía potencial, que é a enerxía acumulada. Por exemplo, a enerxía potencial (acumulada) que teña un saltador no alto onde se sitúe fará que poida deslizarse cara á parte inferior; así ocorre nos saltos dun esquiador ou do que practica skateboard. Cando o saltador se desliza cara á parte inferior de onde estea situado, a súa enerxía potencial (acumulada) vaise transformando en enerxía cinética, xa que vai adquirindo maior velocidade.

Para calcular a enerxía potencial dun corpo utilízase a seguinte expresión (onde "m" é a masa do corpo, "g" o valor da aceleración da gravidade e "h" a altura á que se atopa o corpo respecto ao chan):

$$Ep = m.\ g.\ h$$

Así, a enerxía potencial dun corpo depende da súa masa e da altura á que estea situado do chan. Canta maior altura e maior masa, maior enerxía potencial.


Actividade proposta

S2. Conteste se é verdadeiro ou falso e razoe a resposta:

- Dous corpos que caen dende a mesma altura teñen a mesma enerxía potencial.
- A enerxía potencial dun corpo depende só da altura á que estea ese corpo.
- Cando un corpo cae desde unha altura a súa enerxía potencial vai converténdose en enerxía cinética.
- A enerxía potencial dun corpo é a enerxía acumulada.

1.5.3 Enerxía potencial elástica

Un arco en tensión, un resorte, unha goma elástica, posúen enerxía potencial elástica, que é a enerxía acumulada naqueles corpos que teñen a capacidade de recuperar a súa forma cando deixamos de facer forza sobre eles. Mentres estes corpos están deformados teñen acumulada unha enerxía potencial elástica; proba diso é que poden lanzar obxectos, absorber golpes e despois recuperar a súa situación inicial. Esta enerxía potencial elástica é maior canto maior é a lonxitude en que se comprime ou estira o corpo.



Actividades propostas

S3. Cal é o “mecanismo” que dispara os balotes nunha escopeta? É unha forma de enerxía potencial?

S4. Responda “*pouco”* ou “*moito”* ás seguintes cuestións, e logo razoe as respostas:

- Quero lanzar lonxe a frecha co arco. Debo de tensar [__________] o arco.
- Quero lanzar preto a frecha co arco. Debo de tensar [__________] o arco.

1.5.4 Enerxía química

As substancias poden reaccionar quimicamente e transformarse noutras substancias nun proceso que se chama reacción química, na que se absorbe ou se desprende enerxía. Por exemplo cando prendemos lume nunha candea ou nun misto prodúcese unha reacción de combustión, na que o combustible (fósforo ou mecha, por exemplo) se combina co oxíxeno do aire e se desprende enerxía en forma de luz e calor. Outro exemplo é o da combustión da gasolina no motor dun coche (enerxía química), que fai que o coche se mova e teña enerxía cinética.

As pilas que utilizamos acotío en moitos aparellos funcionan debido a unha reacción química que produce enerxía eléctrica; o mesmo ocorre coa batería dos coches (que funciona como unha pila).

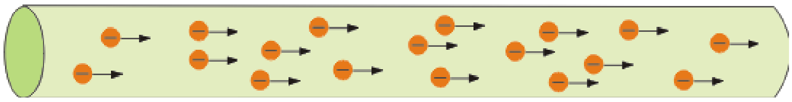
Actividades propostas

S5. Que tipo de enerxía teñen no seu interior as baterías?

S6. Que tipo de enerxía se utiliza para que funcione unha radio sen conectala á rede eléctrica? Por que?

1.5.5 Enerxía eléctrica

É a enerxía debida ao movemento de cargas eléctricas negativas dentro dos materiais condutores, como por exemplo os cables de cobre.



Cargas eléctricas negativas (electróns) circulando por un cable de cobre

Os aparellos que fan moverse as cargas polos condutores chámanse *xeradores eléctricos*. Unha pila, a batería dun coche, unha dínamo e un alternador son exemplos de xeradores eléctricos.

A enerxía eléctrica é a forma de enerxía máis estendida e indispensable para a vida nas sociedades desenvolvidas, pois grazas a ela poden iluminarse as vivendas, funcionan todos os electrodomésticos, os teléfonos móbiles, os computadores, os motores eléctricos, etc.

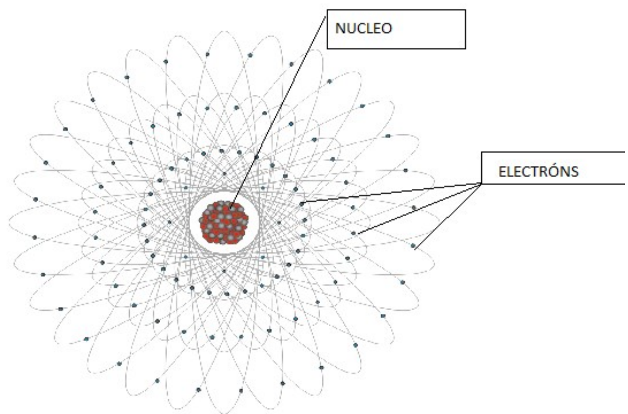
Actividade proposta

S7. Explique en que tipo de enerxía se transforma a enerxía eléctrica nos seguintes tipos de aparellos:

- Nun secador de pelo.
- Nunha lavadora.
- Nunha lámpada.
- Nun motor eléctrico.

1.5.6 Enerxía nuclear

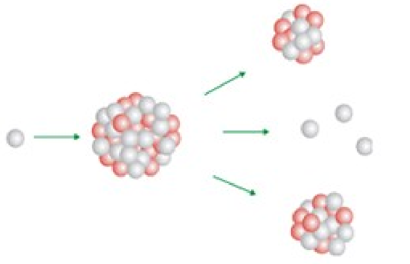
A materia está formada por elementos moi pequenos chamados átomos. O átomo componse dunha parte central chamada *núcleo atómico*, onde están os *protóns* e os *neutróns*, e a cortiza, onde xiran os *electróns*.



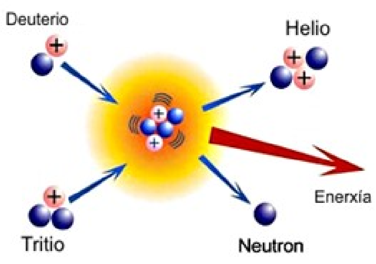
A enerxía nuclear é a que se libera cando se rompe un núcleo atómico noutros máis pequenos (fisión nuclear) ou cando se unen dous ou máis núcleos atómicos para formaren outro maior (fusión nuclear).

A *fusión* e a *fisión nuclear* son dous tipos de reaccións nas que se libera moita enerxía. A reacción de fisión nuclear é máis enerxética do universo: nela libérase unha enorme cantidade de enerxía en forma de calor.

Nas centrais nucleares obtense enerxía por reaccións de fisión nuclear e utilízase como combustible o uranio.



Reacción de fisión nuclear



Reacción de fusión nuclear

Actividades propostas

S8. Que reaccións enerxéticas poden ocorrer nos núcleos dos átomos?

S9. De onde procede a enerxía nuclear?

S10. Cales son as reaccións nucleares que liberan moita enerxía?

S11. Que tipo de enerxía se obtén nas reaccións nucleares?

1.5.7 Enerxía térmica ou calorífica

É a enerxía que se intercambia entre dous corpos que están a diferentes temperaturas. Chamámola tamén calor ou enerxía calorífica. A calor sempre pasa espontaneamente do corpo quente (o de máis temperatura) ao frío. Esta forma de enerxía prodúcese en moitas circunstancias:

- Pode obterse na natureza, como a luz do sol
- Por combustión de substancias como carbón, madeira ou gasolina.
- A enerxía eléctrica e a nuclear producen calor.

Actividades propostas

S12. A que chamamos calor ?

S13. Nomee algunhas substancias que produzan enerxía calorífica ao se queimaren.

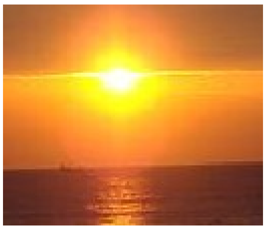
S14. Por que se derrete o xeo que pomos nas bebidas?

1.5.8 Enerxía radiante (luminosa)

A enerxía radiante é aquela que se transmite en forma de ondas; podémola ver en forma de luz, pero ademais da luz visible existen outras formas de enerxía radiante invisibles para o ollo humano, que son as ondas electromagnéticas: as ondas de radio e televisión, as microondas, os raios ultravioleta, os raios infravermellos ou os raios X. Esta enerxía radiante invisible é utilizada polo home en aparellos como as radios, televisións, aparellos médicos, etc.

O sol é unha fonte natural de enerxía radiante luminosa; del chéganos a radiación visible, infravermella e ultravioleta. As ondas infravermellas notámolas na pel; cando notamos "calor" na pel é que nos están a chegar raios infravermellos. Os raios ultravioleta non os sentimos, pero notamos os seus efectos en forma de queimaduras (tamén poden provocar cancro).

Tradicionalmente usamos a enerxía do sol como fonte de luz natural e para quentar: lembre as solainas das casas tradicionais galegas. Na actualidade empregámola, ademais, para producir auga quente e electricidade. Os organismos fotosintéticos empregan a luz solar; sen eles a vida animal sería imposible.



Actividades propostas

S15. A que chamamos enerxía radiante ou luminosa?

S16. Ademais da luz que vemos, existen outras formas de enerxía radiante?

S17. Que tipos de radiación nos chegan do sol?

1.5.9 Enerxía sonora

A enerxía sonora ou acústica é a enerxía transportada polas ondas sonoras, que necesitan un medio para se propagar, de xeito diferente á luz e demais ondas electromagnéticas, que poden viaxar no baleiro. Vexamos uns exemplos:

- Ao falarmos ou cantarmos, as nosas cordas vocais vibran e emiten sons en forma de ondas sonoras.
- As ondas sonoras producidas nun estoupido grande teñen enerxía suficientes para romper vidros e obxectos.
- Os altofalantes transforman a enerxía eléctrica en enerxía sonora.

Actividades propostas

S18. Como se despraza o son?

S19. Poña algún exemplo de como se manifesta a enerxía do son.

1.6 Unidades de enerxía

A enerxía pódese medir, e a unidade de enerxía no Sistema Internacional (SI) é o *joule*, símbolo J (en honra a James P. Joule). Un joule é unha cantidade de enerxía máis ben pequena; un libro de 1 kg a unha altura de 1 m ten unha enerxía potencial aproximada de 10 J; unha pedra de 2 kg movéndose a 36 km/h ten unha enerxía de 100 J.

Hai máis unidades para medir a enerxía; unhas son múltiplos e divisores do joule, como o quilojoule (kJ= 1.000 J) ou o megajoule (MJ= 1.000.000 J), e outras non son do SI, como a caloría (cal) e a quilocaloría (kcal = 1.000 cal); as equivalencias son as seguintes:

1 cal = 4.18 J	1 kcal = 4 180 J	1 kcal = 1000 cal

Velaquí algúns valores de enerxías:

Proceso ou substancia	Enerxía
▪ 1 kg de gasolina.	42.700.000 J
▪ 1 kg de butano.	45.800.000 J
▪ Quentar un litro de auga 30 ºC.	125.400 J
▪ Vaporizar 1 kg de auga (a 100 ºC).	2.257.000 J
▪ Avión Airbús A380 a 900 km/h, enerxía cinética.	8.800.000.000 J
▪ Avión Airbús A380, a 9 km de altura, enerxía potencial gravitacional.	25.000.000.000 J
▪ 1 kg de leite.	2.884.000 J
▪ 1 kg de pan.	10.910.000 J
▪ 1 kg de manteiga.	32.190.000 J
▪ Durmir 1 h (persoa de 60 kg).	260.000 J
▪ Subir escaleiras correndo 1 h (persoa de 60 kg).	3.960.000 J

Actividades propostas

S20. Cando queimamos un litro de gasolina libéranse 32.000 kcal de calor. Canta enerxía é *(expresada en joules e en megajoules)?*

S21. Cen gramos de caramelos teñen unha enerxía química de 378 kcal. Cantos joules de enerxía ten un caramelo de 20 g?

1.7 Propiedades xerais da enerxía

Todas as formas da enerxía teñen unhas propiedades comúns, que detallamos nos puntos seguintes.

A enerxía pódese almacenar

- O combustible que temos no depósito do coche ten enerxía química almacenada, e así seguirá ata que non o queimemos.
- A batería dese mesmo coche ten enerxía eléctrica acumulada na espera de ser utilizada cando poñamos en marcha o motor.
- A auga embalsada nun encoro ten enerxía potencial gravitacional almacenada, que non se usará ata que a auga caia e mova as turbinas.

Daquela, a enerxía pódese gardar ou almacenar para ser usada posteriormente. Non todas as magnitudes relacionadas coa enerxía se poden almacenar; na vindeira unidade deste módulo ha ver que a calor, unha magnitude relacionada coa enerxía, non se pode gardar; e o mesmo ocorre co traballo, que estudaremos no módulo 4.

A enerxía transfórmase

Outra das características da enerxía é que unhas formas da enerxía se poden transformar noutras; estudaremos isto con máis detalle na próxima unidade didáctica. Vemos aquí un exemplo de sucesivas transformacións da enerxía:

- A enerxía potencial da auga nun encoro transfórmase en enerxía cinética cando cae pola canle en dirección ás turbinas.
- Nas turbinas a enerxía cinética transfórmase en enerxía eléctrica.
- A enerxía eléctrica pódese transformar logo en enerxía luminosa, sonora, calor, enerxía cinética nun motor, enerxía potencial nun guindastre que eleva unha carga, etc.

A enerxía consérvase

Os cambios que experimentan os corpos e no contorno débense ás transformacións da enerxía. Pero a enerxía nin se crea nin se destrúe no proceso de transformación, xa que o seu valor total permanece constante. Esta característica da enerxía é un principio físico xeral baseado na experimentación científica, chamado *principio da conservación da enerxía*, que di o seguinte:

A enerxía nin se crea nin se destrúe; tan só se transforma.

Por exemplo, cando a pila dunha lanterna se esgota, a enerxía química proporcionada pola pila transformouse en luz e calor. Logo, a enerxía non se perde, transfórmase noutras formas de enerxía; e dicir a enerxía globalmente consérvase.

Daquela, se unha pedra a unha certa altura ten unha enerxía potencial de 3.000 J, cando chegue ao chan toda esta enerxía transfórmase en 3.000 J de enerxía cinética. A enerxía total do corpo non cambia, só cambia a súa forma.

Así, e segundo o *principio da conservación da enerxía,* estamos convencidos de que a enerxía total no universo é constante: nin aumenta nin diminúe.

Actividades propostas

S22. Poña exemplos, distintos dos mencionados, de obxectos que teñan enerxía almacenada.

S23. Come vostede un bocadillo e logo sobe a un monte. Enumere as transformacións de enerxía que ocorren ao longo dese proceso.

S24. Para vaporizar un litro de auga líquida esta ten que recibir 2.257.000 J. O vapor producido levámolo a unha turbina que produce 2.500.000 de electricidade, condensándose a auga de novo a estado líquido. É posible este proceso? Por que?

S25. Nun texto lemos que un meteorito, cando entra na atmosfera terrestre, ten, entre enerxía cinética e potencial gravitacional, 3 MJ (megajoules) de enerxía total. Porén, cando bate contra a terra, só ten unha enerxía cinética de 1,2 MJ. Resulta que os datos están ben. Non se cumpre aquí o principio de conservación da enerxía?

3. Secuencia de contidos e actividades [matemáticas]

1.8 Razón e proporción de números

1.8.1 Razón

Unha razón é a división ou cociente entre dous números ou dúas cantidades comparables entre si.

Represéntase $\frac{a}{b}$, e lese "*a* é a *b*"

Os termos dunha razón chámanse *antecedente* e *consecuente*. O antecedente é o dividendo ou numerador, e o consecuente é o divisor ou denominador.

- *Exemplo 1*: nun concurso no que hai tres premios, participan 21 persoas. Podemos expresar matematicamente a relación anterior mediante unha razón entre o número de premios e o número de participantes, e queda:
  $\frac{3}{21}$

- *Exemplo 2*. Temos dous sacos de cemento; o saco grande pesa 7,5 kg e o pequeno pesa 2,5kg.

  A razón entre a masa do saco grande e a do saco pequeno é $\frac{7,5}{2,5}$ = 3, o que quere dicir que o saco grande ten tres veces a masa do pequeno.

Non debe confundir unha razón cunha fracción. Nos dous exemplos anteriores vemos como os termos antecedente e consecuente dunha razón poden ser números enteiros ou números decimais. Nunha fracción os seus termos ,numerador e denominador deben ser números enteiros.

1.8.2 Proporción

Unha proporción é una igualdade de dúas razóns.

Represéntase $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, e lese "*a* é a *b* como *c* é a *d*"

Os termos dunha proporción : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

$$Chámanse \begin{cases} a, c & antecedentes \\ b, d & consecuentes \end{cases} \qquad e\ tamén \begin{cases} a, d & extremos \\ b, c & medios \end{cases}$$

Propiedades das proporcións

- a) En toda proporción, o produto de medios é igual ao produto de extremos:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \Leftrightarrow \quad a.d = b.c$$

- b)Nunha proporción, sempre, a razón entre a suma dos antecedentes e a suma dos consecuentes é igual á unha calquera das razóns:

$$\frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Exemplo:

Sexa a proporción $\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$ comprobemos como se cumpren as propiedades anteriores:

- a) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ⇔ a.d = b.c é dicir 2.6 = 4.3; 2 = 12
- b) $\frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ é dicir $\frac{2+3}{4+6} = \frac{5}{10} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$

Cálculo dun termo descoñecido dunha proporción

Para calcular o termo descoñecido nunha proporción,coñecendo os outros tres, aplícase a propiedade:

Produto de medios = produto de extremos

A ese termo descoñecido chámaselle *cuarto proporcional*.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x} \quad \Leftrightarrow \quad a \cdot x = b \cdot c \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{b \cdot c}{a}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$$

Observe que, considerando os catro elementos da proporción nos extremos dos brazos dunha aspa, podemos dicir que para calcular o termo descoñecido dunha proporción se multiplican os dous números coñecidos que forman un dos brazos da aspa e o resultado divídese polo terceiro número, emparellado coa incógnita no outro brazo.

Actividades resoltas

Elixa a resposta correcta en cada caso:

- A razón de 6 e 18 é: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$

Solución	$\frac{6}{18} = \frac{1}{3}$

- A razón de 12 e 18 é: $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$,$\frac{2}{3}$

Solución	$\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$

Calcule o cuarto proporcional nas seguintes proporcións:

- $\frac{x}{9} = \frac{2}{3}$

Solución	$\frac{x}{9} = \frac{2}{3}$	$x \cdot 3 = 9 \cdot 2$	$x = \frac{9 \cdot 2}{3} = \frac{18}{3} = 6$

- $\frac{5,2}{4,3} = \frac{x}{8,6}$

Solución	$\frac{5,2}{4,3} = \frac{x}{8,6}$	$5,2 \cdot 8,6 = 4,3 \cdot x$	$x = \frac{5,2 \cdot 8,6}{4,3} = \frac{44,72}{4,3} = 10,4$

- $\frac{7}{x} = \frac{2}{12}$

Solución	$\frac{7}{x} = \frac{2}{12}$	$7 \cdot 12 = x \cdot 2$	$x = \frac{7 \cdot 12}{2} = \frac{84}{2} = 42$

- $\frac{8}{30} = \frac{x}{15}$

Solución	$\frac{8}{30} = \frac{x}{15}$	$8 \cdot 15 = 30 \cdot x$	$x = \frac{8 \cdot 15}{30} = \frac{120}{30} = 4$

Forme razóns coa suma de antecedentes e consecuentes das seguintes proporcións e comproba que forma proporción con elas.

- $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$

- $\frac{8}{10} = \frac{6}{7{,}5}$

1.9 Magnitudes directamente proporcionais

Unha magnitude é calquera propiedade física que poida ser medida: a lonxitude, a temperatura, os cartos, a masa, o tempo, etc. A dor, o amor e a ledicia poden ser grandes ou pequenas, pero non se poden medir, logo non son magnitudes.

Dúas magnitudes son directamente proporcionais se ao multiplicar (ou dividir) unha delas por un número a outra queda multiplicada (ou dividida) por ese mesmo número.

Vexamos un exemplo de dúas magnitudes directamente proporcionais: lonxitude dun tecido e o seu valor.

Cantidade de tecido (metros)	1	2	3	4	5	···
Prezo (euros)	6	12	18	24	30	···

Na táboa observase o seguinte:

- A razón de dúas cantidades da primeira magnitude e a razón das correspondentes cantidades da segunda magnitude forman unha proporción:

  $\frac{2}{3}=\frac{12}{18}$, $\frac{2}{4}=\frac{12}{24}$, $\frac{5}{3}=\frac{30}{18}$, etc.

- Que os valores dunha magnitude son proporcionais aos valores correspondentes da outra; é dicir, forman unha serie de razóns iguais:

  $\frac{6}{1}=\frac{12}{2}=\frac{24}{4}=\frac{30}{5}=\frac{18}{3}=$ K (constante de proporcionalidade directa)

  A constante de proporcionalidade directa é o valor que se obtén ao dividir calquera valor da segunda magnitude entre o correspondente da primeira. No noso exemplo K = 6.

- A dobre número de metros correspóndelle dobre cantidade de euros; a triplo número de metros o triplo número de euros.

1.9.1 Proporcionalidade directa

A resolución de problemas típicos de proporcionalidade directa pódese facer mediante dúas estratexias:

Regra de tres simple directa

A regra de tres simple directa é un procedemento que ten por obxecto atopar unha proporción na que se coñecen tres cantidades de dúas magnitudes. É dicir, é un procedemento para atopar o cuarto proporcional.

Para resolver os problemas podemos seguir o seguinte esquema:

Colócanse os datos e determínase se a proporcionalidade é directa: Magnitude (A) (D) Magnitude (B) a ———— c b ———— x	Fórmase a proporción e calcúlase o cuarto proporcional: $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$ $x = \frac{b \cdot c}{a}$

Redución á unidade

O método de redución á unidade consiste en:

- 1. Calcular primeiro o valor asociado á unidade na táboa de magnitudes proporcionais correspondente.
- 2. Coñecendo o dato do valor asociado á unidade, calcúlase o valor desexado.

Exemplo: para facermos tres traxes necesitamos 7,50 metros de tecido. Canto tecido usaremos para coser oito traxes.

Número de traxes	1	3	8
Metros de tecido	?	7,5	?

- Calculamos os metros necesarios para facer un traxe.

  $\frac{1}{x} = \frac{3}{7{,}5}$ $x = \frac{7.5 \text{ metros}}{3 \text{ traxes}} = 2{,}5$ metros/traxe.

- Coñecido o valor para unidade, neste caso un traxe, calcúlase para o valor desexado:

  Para oito traxes: 8 traxes · 2,5 m/traxe = 20 metros.

Actividade resolta

Para facermos tres traxes necesitamos 7,50 metros de tecido. Canto tecido usaremos para coser oito traxes?

❶	Razoamos o problema	Se para facer tres traxes necesitamos 7,5 metros de tecido, daquela para facer oito traxes necesitaremos *x* metros.
❷	Escribimos o anterior así	3 traxes ———— 7.5 metros 8 traxes ———— x metros
❸	Determinamos se a proporcionalidade é directa	Razoamos: se para tres traxes necesitamos 7.5 metros, se aumentamos o número de traxes, a outra magnitude (os metros de tecido) tamén terá que aumentar. Xa que logo, é directa.

❹	▪ Escribimos unha proporción cos termos anteriores:	$\frac{3}{8}=\frac{7.5}{x}$
❺	▪ Despexamos *x* e calculamos:	$3\times x = 7,5\times 8 \quad \Rightarrow \quad x=\frac{7,5\times 8}{3}=20\ metros$

1.10 Magnitudes inversamente proporcionais

Dúas magnitudes son inversamente proporcionais se un aumento ou unha diminución nunha das magnitudes determina unha diminución ou un aunmento proporcional na outra.

Vexamos un exemplo de dúas magnitudes inversamente proporcionais: velocidade dun automóbil e tempo transcorrido en percorrer unha distancia de 120 km. Observamos na táboa como á medida que aumenta unha das magnitudes diminúe proporcionalmente a outra:

▪ Velocidade (km/h)	30	40	60	120	···
▪ Tempo transcorrido (horas)	4	3	2	1	···

Na táboa observase o seguinte:

- A razón de dúas cantidades calquera da primeira magnitude (velocidade) e a razón inversa das correspondentes cantidades da segunda magnitude (tempo) forman unha proporción:

  $\frac{30}{40} = \frac{3}{4}$, $\frac{40}{60} = \frac{2}{3}$, $\frac{60}{120} = \frac{1}{2}$, etc.

- Que o produto das cantidades dunha magnitude (velocidade) polas correspondentes da outra é sempre o mesmo número, é unha constante, coñecida como constante de proporcionalidade inversa:

  $30 \cdot 40 = 40 \cdot 3 = 60 \cdot 2 = 120 \cdot 1 = 120 = K$ (constante de proporcionalidade inversa)

1.10.1 Proporcionalidade inversa

A resolución de problemas típicos de proporcionalidade inversa pódese facer mediante dúas estratexias:

Regra de tres simple inversa

A regra de tres simple inversa é o procedemento para calcular unha cantidade que forma proporción con outras tres cantidades coñecidas de dúas magnitudes inversamente proporcionais.

Para resolver os problemas podemos seguir o seguinte esquema:

Colócanse os datos e determínase se a proporcionalidade é inversa: Magnitude (A) (I) Magnitude (B) a ———— c b ———— x	Fórmase a proporción na que a razón das cantidades da magnitude A aparece invertida: $\frac{b}{a} = \frac{c}{x}$ $\quad x = \frac{a \cdot c}{b}$

Redución á unidade

Fíxese no exemplo que aparece nesta páxina a modo de actividade resolta. Nese caso, reducir á unidade é determinar cantos días pode comer un animal:

20 animais · 60 días = 1 animal · 1.200 días

Daquela, se un animal pode comer 1.200 días, 30 animais poderán comer 30 veces menos días:

$$\frac{1200\ días}{30} = 40\ días$$

Pero tamén podemos formulalo do seguinte xeito:

▪ Número de animais	1	20	30
▪ Número de días	x	60	?

Como as dúas magnitudes son inversamente proporcionais, o produto das cantidades correspondestes é constante: 20 · 60 = 1 · x = 1.200.

Daquela, se un animal pode comer 1.200 días, trinta animais han comer trinta veces menos.

$$\frac{1200\ días}{30} = 40\ días$$

Actividade resolta

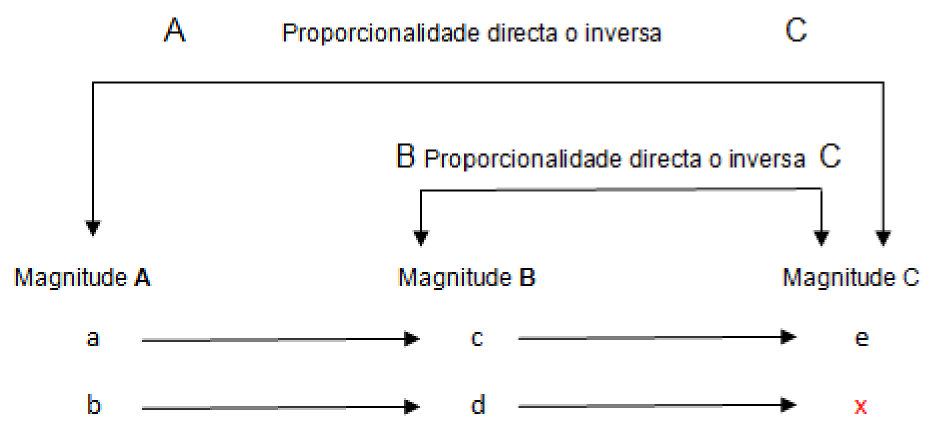
Un gandeiro ten herba almacenada para alimentar vinte animais durante sesenta días. Se compra dez animais máis, para cantos días terá herba suficiente?

❶	Razoamos o problema	Se 20 animais poden comer 60 días, daquela 30 animais comerán x días
❷	Resumimos o anterior así	20 animais ——— 60 días 30 animais ——— x días
❸	Determínase se a proporcionalidade é inversa	Razoamos: se para 20 animais a herba almacenada nos dá para 60 días, se aumentamos o número de animais, a outra magnitude (o número de días), tendo a mesma herba almacenada, terá que diminuír. Xa que logo é inversa.
❹	Escribimos unha proporción coa primeira razón invertida	$\frac{30}{20} = \frac{60c}{x}$
❺	Despexamos x e calculamos	30·x =20·60 ; x= $\frac{20 \cdot 60}{30}$ =40 días

1.11 Proporcionalidade composta

Unha proporcionalidade é composta se interveñen máis de dúas magnitudes proporcionais. Para resolver problemas de regra de tres composta aplícase o seguinte procedemento:

- Identifícanse as magnitudes que interveñen, colócanse os datos e a incógnita, e determínase a relación de proporcionalidade entre cada magnitude e a da incógnita.

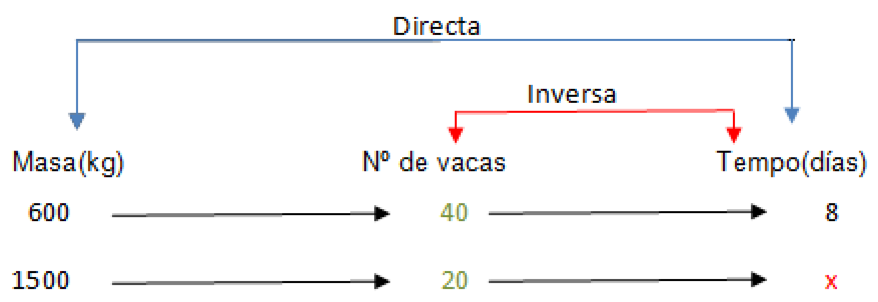


- Formúlase a proporción, coa razón directa ou inversa segundo as magnitudes sexan directa ou inversamente proporcionais, e resólvese.

Actividade resolta

Un gandeiro necesita 600 kg de penso para alimentar corenta vacas durante oito días. Durante cantos días poderá alimentar vinte vacas con 1.500 kg de penso ?

- a) Colócanse os datos e determínase a relación de proporcionalidade



- b) Fórmase a proporción:

  Multiplícanse as razóns das cantidades da mesma magnitude, pondo a razón inversa se a proporcionalidade é inversa, e iguálanse coa razón das cantidades da incógnita.

$$\frac{600}{1500}\cdot\frac{20}{40}=\frac{8}{x} \Longrightarrow \frac{12000}{60000}=\frac{8}{x} \Longrightarrow \frac{1}{5}=\frac{8}{x}\;;\; x=8\cdot 5=40 \text{ días}$$

Razón invertida para formar proporción

1.11.1 Magnitudes que non son proporcionais

Non sempre as magnitudes son directa ou inversamente proporcionais entre si; hai moitas outras relacións de dependencia. Así, a forza coa que se atraen gravitacionalmente dous corpos (a Terra e o Sol, por exemplo) diminúe coa distancia, pero se a distancia aumenta ao dobre a forza non diminúe á metade, logo non son inversamente proporcionais (de feito a forza faise catro veces menor).

Outro exemplo témolo nos impostos que pagamos á Facenda: se unha persoa gaña 1.000 euros ao mes e outra gaña 4.000 euros, o imposto do IRPF que paga esta última non é catro veces maior.

Un derradeiro exemplo é o crecemento exponencial de bacterias e mesmo, ás veces, da poboación humana: se nun tempo dado a poboación aumenta unha certa cantidade, nun tempo dobre a poboación aumenta sete veces máis aproximadamente: non son proporcionais.

1.12 Aplicacións a vida cotiá

Para rematar esta unidade didáctica, resolvemos neste punto algúns tipos de problemas aritméticos relacionados coa proporcionalidade, como son as reparticións proporcionais e os xuros bancarios.

Reparticións directamente proporcionais

Imaxine que queremos repartir un premio de 60 euros entre tres estudantes en proporción directa á súa cualificación final de curso. Un alumno sacou un 7, outro un 8 e o terceiro un 5. Cantos euros lle tocarán a cada un?

Para resolver este tipo de problemas, aplicamos unha das propiedades das proporcións que nos di: "Nunha proporción, sempre, a razón entre a suma dos antecedentes e a suma dos consecuentes é igual a unha calquera das razóns".

$$\frac{a+c+e}{b+d+f}=\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}$$

$$\frac{\text{Euros totais}}{\text{Notas totais}}=\frac{\text{euros } 1^{\circ} \text{ estudante}}{\text{nota } 1^{\circ} \text{ estudante}}=\frac{\text{euros } 2^{\circ}}{\text{nota } 2^{\circ}}=\frac{\text{euros } 3^{\circ}}{\text{nota } 3^{\circ}} \quad \text{Daquela}: \frac{60\text{ €}}{8+7+5}=\frac{x}{8}=\frac{y}{7}=\frac{z}{5}$$

Agora, a partir desta última igualdade de fraccións resolvemos a proporción para *x*, logo para *y* e finalmente para *z*:

$\frac{60\text{ €}}{8+7+5}=\frac{x}{8} \Rightarrow x=\frac{60\text{ €}\cdot 8}{20}=24\text{ €}$	$\frac{60\text{ €}}{8+7+5}=\frac{y}{7} \Rightarrow y=\frac{60\text{ €}\cdot 7}{20}=21\text{ €}$	$\frac{60\text{ €}}{8+7+5}=\frac{z}{5} \Rightarrow z=\frac{60\text{ €}\cdot 5}{20}=15\text{ €}$

Reparticións inversamente proporcionais

Repartir unha cantidade N en partes inversamente proporcionais aos números *a, b* e *c*, equivale a repartir esa cantidade N en partes directamente proporcionais a 1/a, 1/b e 1/c respectivamente. Escribimos a proporción así:

$$\frac{N}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}=\frac{x}{\frac{1}{a}}=\frac{y}{\frac{1}{b}}=\frac{z}{\frac{1}{c}}$$

Xuro bancario

Temos unha cantidade de diñeiro (10.000 euros) depositada nun banco a uns xuros (ou rédito) do 3 % anual. Isto significa que, pasado un ano, o banco nos dá de xuros:

$$10\,000\text{ €}\times\frac{3}{100}=300\text{ €}$$

Obviamente, nun mes daríanos a cantidade anterior dividida por 12.

Outro exemplo: calculemos os xuros que producen 1.800 euros a 4 % anual en 9 meses.

Calculamos primeiro o xuro anual:

$$1800\,€ \times \frac{4}{100} = 72\,€$$

Esta cantidade corresponde a 12 meses; xa que logo, a nove meses correspóndelle a parte proporcional:

$$\begin{cases} 12 \text{ meses} & \rightarrow & 72\ € \\ 9 \text{ meses} & \rightarrow & x \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \frac{12}{9} = \frac{72}{x} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{9 \cdot 72}{12} = 54\ €$$

Actividades resoltas

Hai que repartir un premio de 3.080 euros entre catro xogadores. Estes xogaron, respectivamente, 60, 40, 30 e 10 euros. Canto diñeiro lle tocará a cada xogador?

Solución	$\frac{3080}{60+40+30+10} = \frac{3080}{140} = \frac{x}{60} \Rightarrow x = \frac{3080 \cdot 60}{140} = 1320\ €$ $\frac{3080}{140} = \frac{y}{40} \Rightarrow y = \frac{3080 \cdot 40}{140} = 880\ €$ $\frac{3080}{140} = \frac{z}{30} \Rightarrow z = \frac{3080 \cdot 30}{140} = 660\ €$ $\frac{3080}{140} = \frac{t}{10} \Rightarrow t = \frac{3080 \cdot 10}{140} = 220\ €$

Queremos repartir 1.100 unidades en partes inversamente proporcionais aos números 5 e 6.

Solución	$\frac{1100}{\frac{1}{5}+\frac{1}{6}} = \frac{x}{\frac{1}{5}} \Rightarrow \frac{1100}{\frac{11}{30}} = \frac{x}{\frac{1}{5}}$ $x = \frac{\frac{1}{5} \cdot 1100}{\frac{11}{30}} = \frac{220}{\frac{11}{30}} = 600 \qquad y = \frac{\frac{1}{6} \cdot 1100}{\frac{11}{30}} = \frac{\frac{550}{3}}{\frac{11}{30}} = 500$

Reparta 70 bombóns de forma inversamente proporcional ás idades de Antía e Rodrigo que teñen, respectivamente 3 e 4 anos.

Solución	$$\frac{70}{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}}=\frac{x}{\frac{1}{3}} \Rightarrow \frac{70}{\frac{7}{12}}=\frac{x}{\frac{1}{3}}$$ $$x=\frac{70\cdot\frac{1}{3}}{\frac{7}{12}}=40 \qquad \frac{70}{\frac{7}{12}}=\frac{y}{\frac{1}{4}} \Rightarrow y=\frac{70\cdot\frac{1}{4}}{\frac{7}{12}}=30$$ A Antía tocaranlle 40 bombóns e a Rodrigo 30 bombóns

Que xuros recibiremos por un investimento de 6.000 euros colocado ao 5 % anual, se o retiramos logo de catro meses?

Solución	6000 . 5% = 300 euros anuais; en catro meses recibiremos a parte proporcional: $$\left.\begin{array}{l} 300\ € \rightarrow 12\ \text{meses} \\ x \rightarrow 4\ \text{meses} \end{array}\right\} x=\frac{300\times 4}{12}=100\ €$$

4. Resumo de contidos

Enerxía

- É a capacidade que teñen os corpos para produciren cambios ou para faceren un traballo. Mídese en joules (símbolo J) ou en calorías.

Formas da enerxía

- Cinética: a que teñen os corpos que se moven.
- Potencial gravitacional: a que ten un corpo por estar situado a unha certa altura.
- Potencial elástica: a que ten un corpo cando está estirado, comprimido ou flexionado.
- Química: contida nos enlaces entre os átomos.
- Eléctrica: asociada ao movemento das cargas eléctricas.
- Radiante: a que transportan as ondas electromagnéticas, como a luz.
- Calor: a que pasa dun corpo quente a un frío ou viceversa.
- Nuclear: a que se libera nas reaccións entre os núcleos dos átomos (fusión ou fisión).
- Sonora: asociada ao movemento das ondas sonoras a través das substancias.

Propiedades da enerxía

- Pódese almacenar ou gardar para logo ser utilizada segundo as necesidades.
- Transfórmase duns tipos a outros.
- Consérvase. A enerxía non aparece nin desaparece. A cantidade de enerxía inicial nun sistema e igual á cantidade de enerxía final despois das transformacións que teñan lugar.

Razón e proporción

- A razón de dous números é o seu cociente $\frac{a}{b}$.
- Unha proporción é una igualdade de dúas razóns $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, e lese "*a* é a *b* como *c* é a *d*".
- En toda proporción, o produto de medios é igual ao produto de extremos.
- Nunha proporción, sempre, a razón entre a suma dos antecedentes e a suma dos consecuentes é igual a unha calquera das razóns:

  $$\frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

- Cálculo dun termo descoñecido da proporción:

  $$\frac{a}{b} = \frac{c}{x} \text{ ; } a \cdot x = b \cdot c \text{ ; } x = \frac{b \cdot c}{a}$$

- Dúas magnitudes son directamente proporcionais se ao multiplicar (ou dividir) unha delas por un número a outra queda multiplicada (ou dividida) por ese mesmo número.

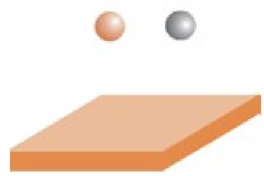
- A constante de proporcionalidade directa é o valor que se obtén ao dividir calquera valor da segunda magnitude entre o correspondente da primeira.
- Dúas magnitudes son inversamente proporcionais se un aumento ou unha diminución nunha das magnitudes determina unha diminución ou un aumento proporcional na outra.
- O produto das cantidades dunha magnitude polas correspondentes da outra é unha constante coñecida como constante de proporcionalidade inversa,

5. Actividades complementarias

1.13 Actividades de reforzo [ciencia da natureza]

S26. Imaxine que ten un bloque de plastilina enriba dunha mesa. Razoe en cada caso cal será o corpo que fai un burato máis grande na plastilina; deduza entón cal deles é o que tiña máis enerxía potencial gravitacional

- Unha bóla de ferro e outra de plástico do mesmo tamaño caendo desde a mesma altura.
- Dúas bólas idénticas (mesmo tamaño e mesmo material) deixándoas caer desde distinta altura.



S27. Razoe cal dos dous corpos ten máis enerxía.

- Un bloque de granito de 20 kg situado a 20 m de altura ou un bloque de palla de 30 kg a 22 m de altura.
- Un coche de 1.000 kg que se move a 100 km/h ou outro de 1.200 kg a 30 m/s.

S28. Que tipo de enerxía utiliza unha calculadora? E unha torradora de pan?

S29. Un abrigo de roupa, dá calor?

S30. Hai lume no Sol? A enerxía que nos chega do Sol, vai durar sempre ou acabará?

S31. Relacionar cada tipo de enerxía da columna da esquerda coa súa orixe colocando a letra adecuada na cuadrícula baleira da columna dereita:

A	Cinética
B	Química
C	Eólica
D	Térmica
E	Potencial gravitacional
F	Nuclear
G	Eléctrica

	Debida á posición ou altura dos corpos
	Procede das partículas cargadas electricamente
	Manifístase nas reaccións químicas
	Debida ás forzas existentes nos núcleos atómicos
	Debida á temperatura dos corpos
	Debida ao movemento dos obxectos
	Producida pola forza do vento

S32. Que tipos de enerxías están involucradas en cada un dos cambios seguintes?

- Un porteiro de fútbol fai o saque de porta.
- Asamos carne no forno.
- Derretemos pedriñas de xeo.

- Acendemos unha lámpada.
- Deixamos caer unha pedra.

S33. Unha escaladora sobe por unha parede rochosa traballando cos seus músculos. Que tipos de enerxías están presentes nesta actividade?

1.14 Actividades de ampliación ciencias da natureza

S34. Nas edificacións as trabes e outros elementos están en tensión ou flexionados? Teñen enerxía potencial elástica acumulada?

S35. Elabore unha pila eléctrica sinxela.

S36. A auga salgada conduce bastante ben a corrente eléctrica, pero a auga pura non. Por que? Quen transporta a corrente eléctrica na auga salgada? Que opina da frase "a auga é perigosa para os aparellos eléctricos"?

S37. As ondas dunha emisora FM que chegan á antena do seu aparello de radio transportan enerxía? En caso afirmativo, que efecto ten no aparello receptor?

S38. Como empregan as plantas a luz do sol?

S39. Os refrixeradores son aparellos que pasan calor dun corpo frío (os alimentos que están dentro do frigorífico) a un quente (o aire da cociña no exemplo anterior), é dicir, ao contrario do normal. Como é posible?

S40. Hai calculadoras que non usan pilas. Que tipo de enerxía utilizan, calorífica ou luminosa?

S41. Que fenómenos físicos ocorren na explosión dunha bomba nuclear? Que tipos de enerxía están involucrados nese proceso?

1.15 Actividades de reforzo [matemáticas]

S42. Escriba:

- Tres fraccións cuxa razón sexa 3/2.
- Tres parellas de números que estean en razón de 5 a 3.

S43. Calcule x nas seguintes proporcións:

$a)\ \frac{9}{6}=\frac{45}{x}$ $b)\ \frac{8}{x}=\frac{12}{15}$ $c)\ \frac{x}{39}=\frac{30}{65}$

S44. Entre os seguintes pares de magnitudes, indique os que gardan unha relación de proporcionalidade directa, os que a gardan de proporcionalidade inversa e os que non gardan relación de proporcionalidade ningunha:

- Número de quilogramos comprados e os euros pagados.
- Número de traballadores que fan un certo traballo e o tempo que precisan.
- A idade dunha persoa e a súa estatura.
- A velocidade dun coche e a distancia que percorre nunha hora.
- Número de páxinas dun libro e o seu prezo.
- Número de entradas que saca para ir ver o fútbol e os cartos que paga.

S45. Observe as tres táboas seguintes e razoe se son de proporcionalidade directa, inversa ou ningunha das dúas:

1	2	3
1	4	9

15	3	5
1	5	3

1	2	3
15	30	45

S46. Complete a táboa de proporcionalidade directa. Cal é a razón de proporcionalidade?

1	2	3	4	
	5		10	25

S47. Complete a seguinte táboa de proporcionalidade inversa:

1	2	4	5	
20	10			2

S48. Dous quilogramos de peras custan 3,60 euros. Canto custarán 7 kg de peras?

S49. O dono dunha tenda paga 720 euros por un pedido de 15 caixas de aceite de oliva. Canto pagará por outro pedido do mesmo aceite de oito caixas?

S50. Unha pescada de dous quilos e trescentos gramos custoume 28,75 euros. Canto pagarei por outra pescada de quilo e medio?

S51. Unha ciclista percorre certa distancia en 3 horas indo a 20 km/h. Canto tardará en percorrer esa mesma distancia unha moto que vai a 60 km/h?

S52. Catro operarias tardan dez horas en arranxar un tellado. Canto tardarían seis operarias?

S53. Un albanel, traballando oito horas ao día, levanta un muro en 15 días. Cantas horas ao día debería traballar para o levantar en 12 días?

S54. Nunha empresa traballan 840 persoas. Se catro de cada cinco comen na empresa, cantas comidas se fan?

S55. Un tren, circulando a 90 km/h, fai o percorrido en seis horas. Se fose a 100 km/h, canto tardaría?

S56. Dous pobos están separados 8 cm nun mapa; na realidade están a 40 km de distancia. Outros dous pobos están separados 6 cm no mapa. A cantos quilómetros están en realidade un do outro?

S57. Calcule os xuros que produce, en cinco meses, un capital de 12.000 euros colocado ao 3 % anual.

S58. Hai que repartir un lote de 184 refrescos entre un grupo de amigos e amigas proporcionalmente ao número de horas que colaboraron en preparar a excursión de fin de curso. Alonso traballou 14 horas, Uxía 16, Tareixa 10 e Xan 6. Calcule cantos refrescos lle tocarán a cada amigo.

S59. Tres camareiros reparten 295 euros de propinas en partes inversamente proporcionais aos días que faltaron ao traballo cada un, que foron 7, 5 e 2 respectivamente. Determine cantos euros lle toca a cada camareiro na repartición.

S60. Calcule o capital que depositou nunha caixa de aforros ao 4,5 % anual se, logo dun ano, recibiu uns xuros de 225 euros.

1.16 Actividades de ampliación [matemáticas]

S61. Calcule tres números cuxa suma sexa 20 e que cumpran:

$$\frac{1,5}{x} = \frac{4,5}{y} = \frac{6}{z}$$

S62. Calcule o valor de *x* e *y* na seguinte expresión:

$$\frac{3,5}{x} = \frac{7}{y} = \frac{21}{36}$$

S63. Complete a seguinte táboa de valores correspondente ás magnitudes que se indican, sabendo que son inversamente proporcionais.

▪ Prezo (en EUR/quilo)	0,4	0,50		1	
▪ Quilos que podo comprar con 10 EUR	25		12,5		5

S64. Complete a seguinte táboa de dúas magnitudes A e B, sabendo que son directamente proporcionais.

▪ Magnitude A	2			8	10
▪ Magnitude B		10	15		25

S65. Brais percorre unha distancia en 1,5 horas, camiñando a unha velocidade de 4 km/h. Calcule canto tardará en percorrer a mesma distancia se a velocidade aumenta en 2 km/h.

S66. Un camión que circula a 80 km/h tarda nove horas en cubrir un traxecto entre unha poboación A e outra poboación B. Canto ha tardar en facer o mesmo traxecto un automóbil que circula a 120 km/h?

S67. Un gandeiro asta 2.20 euros en alimentar 35 becerros durante 60 días. Canto tempo poderá alimentar a 50 becerros con 6.000 euros?

S68. Tres empresas (A, B e C) achegan 2, 3 e 6 millóns de euros, respectivamente, para iniciar un negocio. Como deben repartir 594.000 euros, obtidos como beneficios no primeiro mes de actividade?

6. Exercicios de autoavaliación

1. Sinale cales dos feitos seguintes necesitan enerxía para producirse:

- ☐ Pensar.
- ☐ Subir unhas escaleiras.
- ☐ Quentar auga para a ducha.
- ☐ Iluminar unha habitación.

2. Especifique que tipo de enerxía está relacionada con cada un dos cambios seguintes:

- Baixar un piso................................
- Correr 200 m.................................
- Condensar vapor de auga................
- Queimar butano.............................
- Pasarlle o ferro a unha camisa........

3. Que experiencia faría para demostrar que o son ten enerxía?

4. Sinale cales das propiedades seguintes ten a enerxía:

- ☐ Pódese almacenar.
- ☐ Non se conserva debido ao excesivo consumo que facemos dela.
- ☐ Transfórmase duns tipos noutros.
- ☐ Contamina o medio.

5. A unidade de enerxía é:

- ☐ O quilowatt.
- ☐ O joule.
- ☐ O newton.

6. Cinco metros de cable custan catro euros. Canto custan oito metros dese cable?

- ☐ 32 euros.
- ☐ 6 euros.

- ☐ 2,5 euros.
- ☐ 6,4 euros.

7. Se catro entradas para o cine custaron 15,2 euros. Canto custarán cinco entradas?

- ☐ 18.2 euros.
- ☐ 18 euros.
- ☐ 19,2 euros.
- ☐ 19 euros.

8. Oito obreiros constrúen unha parede en nove días. Canto tardarían en facelo seis obreiros?

- ☐ 10 días.
- ☐ 14 días.
- ☐ 12 días.
- ☐ 11 días.

9. Unha garrafa de dous litros de aceite custa 5,8 euros. Canto custa unha lata de cinco litros ?

- ☐ 10 euros.
- ☐ 14,5 euros
- ☐ 12 euros
- ☐ 14 euros.

10. Por dous quilos e trescentos gramos de pescada paguei 41,4 euros. Canto pagarei por un quilo e 700 gramos?

- ☐ 31,6 euros.
- ☐ 20,6 euros.
- ☐ 30,6 euros.
- ☐ 30 euros.

11. Cincuenta becerros de engorde consomen 4.200 kg de penso á semana. Cal é o consumo de penso por becerro e día?

- ☐ 10 kg de penso/día.
- ☐ 13 kg de penso/día.
- ☐ 12 kg de penso/día.
- ☐ 11 kg de penso/día.

12. Unha peza de tecido de 2,5 m de longo e 80 cm de ancho custa 30 euros. Canto custará outra peza da mesma calidade, de 3 m de longo e 1,20 m de ancho?

- ☐ 60 euros.

- ☐ 53 euros.
- ☐ 44 euros.
- ☐ 54 euros.

13. Unha pequena empresa quere repartir beneficios entre os seus tres socios en proporción directa ao capital investido de cada un. O beneficio da empresa foi 7.000 euros, e o capital de cada socio é 12.000 euros, 10.000 euros e 6.000 euros respectivamente. Como se reparte o beneficio?

- ☐ 3.000 euros, 2.500 euros e 1.500 euros
- ☐ 4.000 euros, 2.000 euros e 1.000 euros
- ☐ 3.000 euros, 2.250 euros e 1.750 euros
- ☐ 3.500 euros, 2.500 euros e 1.000 euros

14. Quérese repartir unha axuda de 1060 euros para asistencia social a familias necesitadas en partes inversamente proporcionais ao salario mensual destas. Os ingresos da familia Ribeiro son 2.000 euros mensuais, os da familia Lomba 1.800 euros e os da familia Fontán 1.500 euros. Cal das seguintes propostas é a repartición correcta?

	Familia Ribeiro (EUR)	Familia Lomba (EUR)	Familia Fontán (EUR)
☐ Proposta 1	400	360	300
☐ Proposta 2	300	360	400
☐ Proposta 3	307,74	341,94	410,32
☐ Proposta 4	410,32	341,94	307, 74

7. Solucionarios

1.17 Solucións das actividades propostas

S1.

- Os dous coches teñen a mesma masa, pero o segundo ten máis velocidade, logo ten máis enerxía cinética.
- Os dous móbiles teñen igual velocidade, pero a moto ten máis masa, así que ten maior enerxía cinética.
- O cabalo ten máis masa e corre a máis velocidade que a persoa, polo que ten mais enerxía cinética.

S2.

- Falso porque a súa enerxía potencial depende tamén da masa; o que ten maior masa terá maior enerxía potencial.
- Falso; depende tamén da súa masa.
- Verdadeiro. A enerxía potencial (acumulada) vai transformándose en cinética debido a que aumenta a súa velocidade.
- Verdadeiro.

S3.

O aire comprimido empurra os balotes; é semellante a ter un resorte comprimido, polo que pode considerarse como unha forma de enerxía potencial elástica.

S4.

- "Moito", pois canto máis tense o arco máis enerxía potencial elástica acumularei e, polo tanto, máis lonxe chegará a frecha.
- "Pouco", pois necesita pouca enerxía potencial elástica acumulada para que a frecha quede preto.

S5.

Enerxía química

S6.

Enerxía química. Porque funcionaría con pilas que son baterías que funcionan debido á enerxía química que se produce no seu interior.

S7.

- Nun secador de pelo a enerxía eléctrica transfórmase en enerxía calorífica.

- Nunha lavadora a enerxía eléctrica transfórmase en enerxía cinética.

- Nunha lámpada a enerxía eléctrica transfórmase en enerxía luminosa e calorífica
- Nun motor eléctrico a enerxía eléctrica transfórmase en enerxía motriz e cinética.

S8.

- Fisión nuclear, cando o núcleo do átomo rompe en anacos máis pequenos e se libera grande cantidade de enerxía.
- Fusión nuclear, cando se unen dous ou máis núcleos atómicos para formar outro maior liberándose enerxía.

S9.

Dos procesos de fisión e fusión nuclear que teñen lugar nos núcleos dalgúns átomos de elementos como o uranio.

S10.

As reaccións de fisión e fusión nuclear; especialmente libérase unha grande cantidade de enerxía na fisión nuclear.

S11.

Enerxía calorífica.

S12.

É a enerxía que se intercambia entre dous corpos que están a diferentes temperaturas.

S13.

Carbón, madeira, gasolina, gasóleo.

S14.

Débese á transferencia de calor do líquido no que introducimos o xeo. A calor pasa da substancia que está a máis temperatura á que está a menos temperatura.

S15.

É aquela que se transmite en forma de ondas e podémola ver en forma de luz.

S16.

Si, as ondas electromagnéticas: ondas de radio e televisión, as microondas, os raios ultravioleta, os raios infravermellos e os raios X.

S17.

Chéganos a radiación visible a infravermella e a ultravioleta.

S18.

A través de ondas sonoras que necesitan un medio para desprazarse.

S19.

As ondas sonoras producidas nun estoupido teñen enerxía suficiente para romper vidros e obxectos.

S20.

32.000 kcal son 32.000.000 cal. Deseguido pasamos calorías a joules, usando a equivalencia 1 cal = 4,18 J.

32.000.000 cal x 4,18 joules/caloría = 133.760.000 J = 133,76 MJ

S21.

Se 100 g de caramelo teñen 378 kcal, daquela 20 gramos teñen:

$$20\, g \times \frac{378\ kcal}{100\ g} = 75.6\ kcal$$

Pasamos esta enerxía a joules: 75,6 kcal = 75.600 cal = 75.600 x 4,18 = 316.008 J.

S22.

Os alimentos teñen enerxía química; o interior da terra enerxía calorífica; a corrente de auga dun río enerxía cinética; os elementos radioactivos (uranio, plutonio, etc.) teñen enerxía nuclear.

S23.

A enerxía química dos alimentos almacénase en células do seu organismo. Esta enerxía úsase para subir ao monte (enerxía cinética de movemento), de xeito que a enerxía química inicial acaba transformada en calor (o noso corpo está quente) e en enerxía potencial gravitacional (enerxía debida á altura).

S24.

Non é posible, xa que non se conserva a cantidade total de enerxía: o vapor de auga cedería máis enerxía da que inicialmente absorbeu. Se este proceso fose posible, quentando e arrefriando auga repetidas veces obteriamos enerxía de balde! Sabemos que non é certo.

S25.

Si que se cumpre. A enerxía inicial do meteorito transfórmase en enerxía cinética final (1,2 MJ) e tamén en moita calor, producida polo rozamento contra o aire, de aí que os meteoritos se poñan incandescentes e moitos deles cheguen a evaporar totalmente na atmosfera antes de chegar a terra.

1.18 Solucións das actividades de reforzo [ciencias da natureza]

S26.

- As dúas bólas teñen a mesma altura, pero a de ferro ten máis masa, polo que ten máis enerxía potencial gravitacional.
- As dúas teñen igual masa, así que terá máis enerxía a que se deixe caer desde unha altura maior.

S27.

- O bloque de palla ten máis masa e está a máis altura que o granito; daquela a palla ten maior enerxía potencial gravitacional.
- O coche de 1.200 kg ten máis masa que o de 1.000 kg, pero vai moito máis lento, así que terá máis enerxía cinética o de 1.000 kg que vai a 100 km/h.

S28.

Ambas as dúas empregan enerxía eléctrica.

S29.

Non. O que fan as prendas é dificultar o paso da calor do noso corpo (que está quente) ao aire exterior (que está frío).

S30.

Non hai nada de lume no sol; non hai ningún combustible que queimar nin osíxeno para iso. Non vai durar sempre: as estrelas non duran indefinidamente; "apáganse" cando rematan as reaccións nucleares. No sol durarán millóns de anos aínda, segundo as previsións dos astrofísicos.

S31.

a	Cinética
b	Química
c	Eólica
d	Térmica
e	Potencial gravitacional
f	Nuclear
g	Eléctrica

E	Debida á posición ou altura dos corpos
G	Procede das partículas cargadas electricamente
B	Manifféstase nas reaccións químicas
F	Debida ás forzas existentes nos núcleos atómicos
D	Debida á temperatura dos corpos
A	Debida ao movemento dos obxectos
C	Producida pola forza do vento

S32.

- a) Química nos músculos; cinética no movemento do balón.
- b) Enerxía calorífica do lume; enerxía química.
- c) Calor.
- d) Enerxía eléctrica e enerxía luminosa.
- e) Enerxía potencial gravitacional e enerxía cinética.

S33.

Enerxía química nos músculos; enerxía potencial gravitacional; enerxía cinética. Calor liberada polo corpo da escaladora.

1.19 Solucións das actividades de ampliación [ciencias natureza]

S34.

Si, teñen enerxía potencial acumulada.

S35.

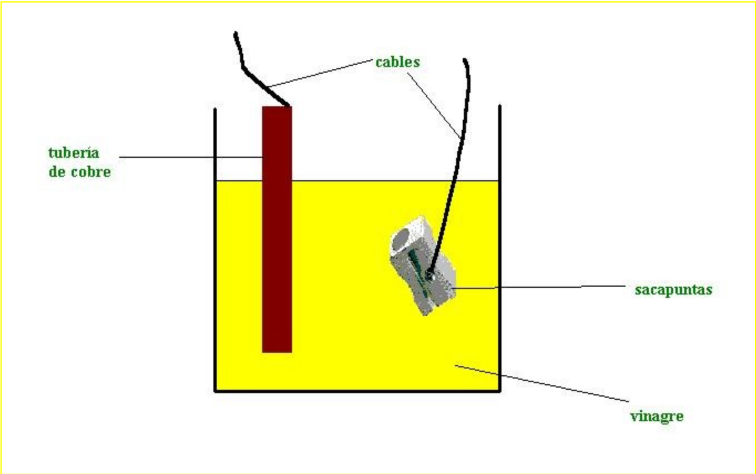
Unha pila é un dispositivo que permite obter unha corrente eléctrica a partir dunha reacción química. Nesta experiencia imos construír unha pila caseira que, ademais, funciona.

Material necesario

- Un vaso.
- Unha botella de vinagre.
- Un anaco de tubaxe de cobre (das que se usan para as conducións da auga).
- Un afialapis metálico.
- Cables eléctricos.
- Un aparello que imos facer funcionar coa pila. Obtéñense bos resultados cos dispositivos musicais que levan algunhas tarxetas de felicitación. Tamén pode servir un reloxo espertador dos que funcionan con pilas.

Como construír a pila?

Calquera pila consta de dous eléctrodos (xeralmente dous metais) e un electrólito (unha substancia que conduce a corrente eléctrica). Neste caso imos utilizar como eléctrodos os metais cobre e magnesio. Imos usar unha tubaxe de cobre e un afialapis, cuxo corpo metálico contén magnesio. Como electrólito imos utilizar vinagre. Construír a pila é moi sinxelo; só ten que introducir os eléctrodos no interior do vinagre contido nun vaso e unir un cable a cada un deles.



Debe ter coidado de que a tubaxe de cobre estea ben limpa. Para limpala pode fregala cun papel de lixa.

Como facer que funcione?

Para a facer funcionar só ten que unir os dous cables que saen dos eléctrodos a un aparello que funcione con pilas. O problema é que esta pila proporciona unha intensidade de corrente moi baixa, debido a que ten unha alta resistencia interna; por iso non sempre vai conseguir que funcione. Ten que elixir o dispositivo adecuado: un aparello que requira unha potencia moi pequena. Por exemplo:

- Un dispositivo dos que tocan unha canción nos xoguetes para bebés ou dos que levan incorporados algunhas tarxetas de felicitación (musicais).
- Un reloxo a pilas (serve un espertador).

Só ten que unir os cables da pila aos dous polos do portapilas do aparello. Pero non esqueza que hai que buscar cal é a polaridade correcta; se non pode que o aparello non funcione.

NOTA: mentres non se utilice, hai que ter o afialapis fóra do vinagre para evitar que reaccionen. Observará que cando entran en contacto, o magnesio do afialapis reacciona co ácido do vinagre e despréndense numerosas burbullas. Trátase de gas hidróxeno.

Siga a experimentar

Pode intentar facer funcionar outros aparellos con esta pila. Pode que o consiga cun pequeno motor eléctrico. Tamén pode intentar construír outras pilas utilizando outros metais e outros electrólitos. O problema que vai atopar é que a intensidade que obtén é moi baixa e vaille resultar difícil facer funcionar os aparellos. Pero, se ten un polímetro á man (aparello para medir intensidades e diferenzas de potencial eléctricas) poderá detectar a corrente obtida.

(*http://centros5.pntic.mec.es/ies.victoria.../PR-11.htm)*

S36.

As moléculas de auga (H_2O) non teñen carga eléctrica, así que non poden transportar a corrente eléctrica: a auga pura apenas é condutora. Pero a auga que usamos habitualmente ten sales disolvidos, que teñen ións positivos e negativos: estas son as cargas que se moven e transportan a corrente eléctrica.

S37.

As ondas de radio transportan enerxía electromagnética. Cando estas ondas son absorbidas pola antena receptora provocan o movemento nela de electróns arriba e abaixo, o que á súa vez xera unha corrente eléctrica que, amplificada e descodificada, acabará movendo a membrana do altofalante producindo son.

S38.

A luz é absorbida polas células nos cloroplastos. A enerxía da luz é utilizada para realizar reaccións químicas e transformar substancias inorgánicas (auga, dióxido de carbono, sales, etc.) en orgánicas.

S39.

A calor pasa por si soa dos corpos quentes aos fríos; pero para que pase dos fríos aos quentes cómpre achegar enerxía: o frigorífico ten que empregar enerxía eléctrica.

S40.

Luminosa. As células fotovoltaicas da calculadora transforman a enerxía da luz en corrente eléctrica.

S41.

A enerxía liberada na bomba pola reacción nuclear transfórmase en calor que dilata violentamente o aire próximo; isto empúrrao, e adquire así unha enorme enerxía cinética que provocará estragos. Tamén se emiten radiacións electromagnéticas gamma de elevadísima enerxía, e emisión de partículas con carga eléctrica (raios alfa e beta) que provocan danos nos seres vivos.

1.20 Solucións das actividades de reforzo [matemáticas]

S42.

Fraccións de razón 3/2: $\frac{6}{4}$, $\frac{9}{6}$, $\frac{12}{8}$

Parellas de números en razón de 5 a 3: 10 e 6; 20 e 12; -5 e -3.

S43.

$$\frac{9}{6} = \frac{45}{x} \Rightarrow x = \frac{6 \cdot 45}{9} = 30$$

$$\frac{8}{x} = \frac{12}{15} \Rightarrow x = \frac{8 \cdot 15}{12} = 10$$

$$\frac{x}{39} = \frac{30}{65} \Rightarrow x = \frac{30 \cdot 39}{65} = 18$$

S44.

- *Directa*
- *Inversa*
- *Nin directa nin inversa.*
- *Directa.*
- *Nin directa nin inversa.*
- *Directa.*

S45.

- Táboa 1: non é de proporcionalidade directa nin inversa.
- Táboa 2: é de proporcionalidade inversa.
- Táboa 3: de proporcionalidade directa.

S46.

1	2	3	4	*10*	*Razón de proporcionalidade 1/2,5 = 0,4*
2.5	5	*7.5*	10	25	

S47.

1	2	4	5	*10*
20	10	*5*	*4*	2

S48.

Os euros que custan e os quilogramos de peras son magnitudes directamente proporcionais, xa que logo:

$$\left.\begin{array}{l} 2\ \text{kg} \ \rightarrow\ 3,60\ € \\ 7\ \text{kg} \ \rightarrow\ \text{x} \end{array}\right\} \frac{2}{7} = \frac{3,60}{\text{x}} \ \Rightarrow\ \text{x} = \frac{7 \times 3,60}{2} = 12,6 \text{ euros}$$

S49.

Son directamente proporcionais.

$$\left.\begin{array}{l} 720\ \text{euros} \ \rightarrow\ 15\ \text{caixas} \\ \text{x euros} \ \rightarrow\ 8\ \text{caixas} \end{array}\right\} \frac{720}{\text{x}} = \frac{15}{8} \ \Rightarrow\ \text{x} = \frac{8 \times 720}{15} = 384\ €$$

S50.

Son directamente proporcionais.

$$\left.\begin{array}{l} 2,3\ \text{kg} \ \rightarrow\ 28,75\ € \\ 1,5\ \text{kg} \ \rightarrow\ \text{x} \end{array}\right\} \frac{2,3}{1,5} = \frac{28,75}{\text{x}} \ \Rightarrow\ \text{x} = \frac{1,5 \times 28,75}{2,3} = 18,75\ €$$

S51.

As dúas magnitudes son inversamente proporcionais, daquela:

$$\left.\begin{array}{l} 20\ \text{km/h} \ \rightarrow\ 3\text{h} \\ 60\ \text{km/h} \ \rightarrow\ \text{x} \end{array}\right\} \frac{20}{60} = \frac{\text{x}}{3} \ \Rightarrow\ \text{x} = \frac{20 \times 3}{60} = 1 \text{ hora}$$

S52.

O tempo e o número de traballadoras son inversamente proporcionais (a máis traballadoras menos tempo tardan en facer o arranxo); daquela:

$$\left.\begin{array}{l} 4\ \text{operarias} \ \rightarrow\ 10\ \text{horas} \\ 6\ \text{operarias} \ \rightarrow\ \text{x horas} \end{array}\right\} \frac{4}{6} = \frac{\text{x}}{10} \ \Rightarrow\ \text{x} = \frac{4 \times 10}{6} = 2,4 \text{ horas}$$

S53.

Son inversamente proporcionais, cantas máis horas ao día se traballe, menos tempo se tardará en facer o muro:

$$\left.\begin{array}{l} 8\ \text{horas cada día} \ \rightarrow\ 15\ \text{días} \\ \text{x horas cada día} \ \rightarrow\ 12\ \text{días} \end{array}\right\} \frac{8}{\text{x}} = \frac{12}{15} \ \Rightarrow\ \text{x} = \frac{8 \times 15}{12} = 10 \text{ horas}$$

S54.

O número de traballadores e os que quedan a comer son directamente proporcionais:

$$\left.\begin{array}{l} \text{se traballan } 5 \ \rightarrow\ \text{comen } 4 \\ \text{traballan } 840 \ \rightarrow\ \text{comen x} \end{array}\right\} \frac{5}{840} = \frac{4}{\text{x}} \ \Rightarrow\ \text{x} = \frac{840 \times 4}{5} = 672 \text{ comidas}$$

S55.

O tempo que tarda é inversamente proporcional a velocidade do tren:

$$\left.\begin{array}{l} 90\ \text{km/h} \rightarrow \text{tarda } 6\ \text{h} \\ 100\ \text{km/h} \rightarrow \text{tarda } x \end{array}\right\} \frac{90}{100} = \frac{x}{6} \Rightarrow x = \frac{90 \times 6}{100} = 5{,}4\ \text{horas}$$

S56.

Son directamente proporcionais: a máis centímetros no mapa, máis quilómetros na realidade; xa que logo:

$$\left.\begin{array}{l} 8\ \text{cm no mapa} \rightarrow 40\ \text{km} \\ 6\ \text{cm no mapa} \rightarrow x\ \text{km} \end{array}\right\} \frac{8}{6} = \frac{40}{x} \Rightarrow x = \frac{6 \times 40}{8} = 30\ \text{km}$$

S57.

O xuro producido nun ano é: 12.000 . 3 % = 12.000 . 3/100 = 360 euros. En doce meses 360 euros, daquela os xuros en cinco meses será a parte proporcional:

$$\left.\begin{array}{l} 12\ \text{meses} \rightarrow 360\ € \\ 5\ \text{meses} \rightarrow x \end{array}\right\} \frac{12}{5} = \frac{360}{x} \Rightarrow x = \frac{5 \times 360}{12} = 150\ €$$

S58.

É unha repartición directamente proporcional, daquela:

$$\frac{184}{14+16+10+6} = \frac{a}{14} = \frac{b}{16} = \frac{c}{10} = \frac{d}{6}$$

$$\frac{184}{46} = \frac{a}{14} \Rightarrow a = \frac{184 \cdot 14}{46} = 56\ \text{refrescos}$$

$$\frac{184}{46} = \frac{b}{16} \Rightarrow b = \frac{184 \cdot 16}{46} = 64\ \text{refrescos}$$

$$\frac{184}{46} = \frac{c}{10} \Rightarrow c = \frac{184 \cdot 10}{46} = 40\ \text{refrescos}$$

$$\frac{184}{46} = \frac{d}{6} \Rightarrow d = \frac{184 \cdot 6}{46} = 24\ \text{refrescos};$$

S59.

Neste caso é unha repartición inversamente proporcional:

$$\frac{295}{\frac{1}{7}+\frac{1}{5}+\frac{1}{2}} = \frac{a}{\frac{1}{7}} = \frac{b}{\frac{1}{5}} = \frac{c}{\frac{1}{2}}$$

Primeiro facemos a suma do primeiro denominador.

$$\frac{1}{7}+\frac{1}{5}+\frac{1}{2} = \frac{10+14+35}{70} = \frac{59}{70}$$

Agora facemos xa as reparticións.

$$\frac{295}{\frac{59}{70}}=\frac{a}{\frac{1}{7}} \Rightarrow a=\frac{295\cdot\frac{1}{7}}{\frac{59}{70}}=\frac{\frac{295}{7}}{\frac{59}{70}}=\frac{295\cdot 70}{7\cdot 59}=50 \text{ euros}$$

$$\frac{295}{\frac{59}{70}}=\frac{b}{\frac{1}{5}} \Rightarrow b=\frac{295\cdot\frac{1}{5}}{\frac{59}{70}}=\frac{\frac{295}{5}}{\frac{59}{70}}=\frac{295\cdot 70}{5\cdot 59}=70 \text{ euros}$$

$$\frac{295}{\frac{59}{70}}=\frac{c}{\frac{1}{2}} \Rightarrow c=\frac{295\cdot\frac{1}{2}}{\frac{59}{70}}=\frac{\frac{295}{2}}{\frac{59}{70}}=\frac{295\cdot 70}{2\cdot 59}=175 \text{ euros}$$

S60.

Sexa x o capital depositado. Daquela, x . 4,5% = 225 euros; despexando x temos:

$$x\times\frac{4,5}{100}=225 \Rightarrow x=\frac{100\times 225}{4,5}=5000 \text{ €}$$

1.21 Solucións das actividades ampliación [matemáticas]

S61.

Nunha proporción, sempre, a razón entre a suma dos antecedentes e a suma dos consecuentes é igual a unha calquera das razóns:

$$\frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$$

$$\frac{a+c+e}{1{,}5+4{,}5+6} = \frac{20}{12} = \frac{a}{1{,}5} = \frac{c}{4{,}5} = \frac{e}{6}$$

$$a = \frac{20 \cdot 1{,}5}{12} = 2{,}5$$

$$c = \frac{20 \cdot 4{,}5}{12} = 7{,}5$$

$$e = \frac{20 \cdot 6}{12} = 10$$

S62.

$$\frac{3{,}5}{x} = \frac{7}{y} = \frac{21}{36}$$

$$x = \frac{3{,}5 \cdot 36}{21} = 6$$

$$y = \frac{7 \cdot 36}{21} = 12$$

S63.

▪ Prezo (en EUR/quilo)	0,4	0,50	***b = 0,80***	1	***d = 2***
▪ Quilos que podo comprar con 10 EUR	25	***a = 20***	12,5	***c = 10***	5

Como nos di que as magnitudes son inversamente proporcionais, sabemos que o produto das cantidades dunha magnitude (prezo) polas correspondentes da outra (quilos que podo comprar con 10 euros) é sempre o mesmo número, é unha constante, que se coñece como constante de proporcionalidade inversa. Polo tanto:

$0{,}4 \cdot 25 = 10 = 0{,}50 \cdot a = 12{,}5 \,.\, b = 1 \cdot c = 5 \cdot d$

De onde obtemos a = 20; b = 0,80; c = 10; d = 2

S64.

▪ Magnitude A	2	***b = 4***	***c = 6***	8	10
▪ Magnitude B	***a = 5***	10	15	***d = 20***	25

Como nos di que as magnitudes son directamente proporcionais, sabemos que a constante de proporcionalidade directa é o valor que se obtén ao dividir calquera valor da segunda magnitude entre o correspondente da primeira. No noso caso, como os únicos valores que temos son os da última columna, teremos que a constante é $\frac{25}{10} = \mathbf{2,5}$

Formamos as proporcións:

$$\frac{a}{2} = \frac{10}{b} = \frac{15}{c} = \frac{d}{8} = \mathbf{2,5}$$

Resolvemos a=5;b=4;c=6;d=20

S65.

As dúas magnitudes son inversamente proporcionais (ao aumentar a velocidade diminúe o tempo que tarda en percorrer a mesma distancia), daquela:

$$\left.\begin{array}{l} 4\text{ km/h} \longrightarrow 1,5\text{ h} \\ 6\text{ km/h} \longrightarrow x\ \text{ h} \end{array}\right\} \quad \frac{4}{6} = \frac{x}{1,5} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{4 \cdot 1,5}{6} = 1\text{ hora}$$

S66.

As dúas magnitudes son inversamente proporcionais (ao aumentar a velocidade diminúe o tempo que tarda en percorrer a mesma distancia), daquela:

$$\left.\begin{array}{l} 80\text{ km/h} \longrightarrow 9\text{ h} \\ 120\text{km/h} \longrightarrow x\ \text{h} \end{array}\right\} \quad \frac{80}{120} = \frac{x}{9} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{80 \cdot 9}{120} = 6\text{ horas}$$

S67.

Colócanse os datos e determínase a relación de proporcionalidade

Directa

Inversa

Euros		Becerros		Tempo(días)
2520	$\longrightarrow$	35	$\longrightarrow$	60
6000	$\longrightarrow$	50	$\longrightarrow$	x

Multiplícanse as razóns das cantidades da mesma magnitude, pondo a razón inversa se a proporcionalidade é inversa, e igualamos coa razón das cantidades da incógnita.

$$\frac{2520}{6000} \cdot \frac{50}{35} = \frac{60}{x} \quad \Rightarrow \quad \frac{126000}{210000} = \frac{60}{x} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{210000 \cdot 60}{126000} = \frac{12600000}{126000} = 100\text{ días}$$

Razón invertida para formar proporción

S68.

Nunha proporción, sempre, a razón entre a suma dos antecedentes e a suma dos consecuentes é igual a unha calquera das razóns.

$$\frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$$

onde b, d, f é o que achega cada empresa b = 2, d = 3, f = 6 e a, c, e corresponde aos beneficios que levarán respectivamente as empresas.

$$\frac{a+c+e}{2+3+6} = \frac{594000}{11} = \frac{a}{2} = \frac{c}{3} = \frac{e}{6}$$

$$\frac{594000}{11} = \frac{a}{2}$$

a = 108.000 EUR

$$\frac{594000}{11} = \frac{c}{3}$$

c = 162.000 EUR

$$\frac{594000}{11} = \frac{e}{6}$$

e = 324.000 EUR

1.22 Solucións dos exercicios de autoavaliación

1. Cales dos feitos seguintes necesitan enerxía para producirse?

- [x] Pensar.
- [x] Subir unhas escaleiras.
- [x] Quentar auga para a ducha.
- [x] Iluminar unha habitación.

2. Especifique que tipo de enerxía está relacionada con cada un dos cambios seguintes:

- *Enerxía potencial gravitatoria (a altura diminúe).*
- *Enerxía cinética.*
- *Desprendemento de calor (a calor é unha enerxía).*
- *Enerxía química e calor.*
- *Enerxía eléctrica, calor.*

3. Que experiencia faría para demostrar que o son ten enerxía?

Un son intenso pode mover obxectos a distancia ou rachar vidros.

4. Sinale cales das propiedades seguintes ten a enerxía:

- [x] Pódese almacenar.
- [ ]
- [x] Transfórmase duns tipos noutros.
- [ ]

5. A unidade de enerxía é:

- [ ]
- [x] O joule.
- [ ]

6. Cinco metros de cable custan catro euros. Canto custarán oito metros dese cable?

- [ ]
- [ ]

- ☐
- ☑ 6,4 euros.

7. Se catro entradas para o cine custaron 15,2 euros. Canto custarán cinco entradas?

- [ ]
- [ ]
- [ ]
- [x] 19 euros.

8. Oito obreiros constrúen unha parede en nove días. Canto tardarían en facelo seis obreiros?

- [ ]
- [ ]
- [x] 12 días
- [ ]

9. Unha garrafa de dous litros de aceite custa 5,8 euros. Canto custará unha lata de 5 litros?

- [ ]
- [x] 14,5 euros
- [ ]
- [ ]

10. Por dous quilos e trescentos gramos de pescada paguei 41,4 euros. Canto pagarei por un quilo setecentos gramos?

- [ ]
- [ ]
- [x] 30,6euros
- [ ]

11. Cincuenta becerros de engorde consomen 4.200 kg de penso á semana. Cal é o consumo de penso por becerro e día?

- [ ]
- [ ]
- [x] 12 kg de penso/día
- [ ]

12. Unha peza de tecido de 2,5 m de longo e 80cm de ancho custa 30 euros. Canto custará outra peza da mesma calidade, de 3 m de longo e 1,20 m de ancho?

- [ ]
- [ ]
- [ ]
- [x] 54 euros

13. Unha pequena empresa quere repartir beneficios entre os seus tres socios en proporción directa ao capital investido de cada un. O beneficio da empresa foi 7.000 euros, e o capital de cada socio é 12.000 euros, 10.000 euros e 6.000 euros respectivamente. Como se reparte o beneficio?

- [x] 3.000 euros, 2.500 euros e 1.500 euros.
- [ ]
- [ ]
- [ ]

14. Quérese repartir unha axuda de 1.060 euros para asistencia social a familias necesitadas en partes inversamente proporcionais ao salario mensual destas. Os ingresos da familia Ribeiro son 2.000 euros mensuais, os da familia Lomba 1.800 euros e os da familia Fontán 1.500 euros. Cal das seguintes propostas é a repartición correcta?

	Familia Ribeiro (EUR)	Familia Lomba (EUR)	Familia Fontán (EUR)
☒ Proposta 3	307,74	341,94	410,32

8. Glosario

A	**Acuífero**	Terreo que contén auga a unha profundidade determinada.
	Aeroxerador	Aparello que transforma a enerxía cinética do vento en corrente eléctrica.
	Alternador	Aparello que transforma enerxía cinética de movemento en corrente alterna.
B	**Balote**	Pequeno proxectil disparado por algúns tipos de escopetas, por exemplo as de aire comprimido.
C	**Calor**	Forma da enerxía que se transmite entre corpos cando están a diferente temperatura.
	Clorofila	Pigmentos que se atopan nos plastos e que absorbe a enerxía luminosa.
	Cloroplasto	Orgánulo celular de cor verde que contén clorofila e que realiza a función fotosintética.
	Combustión	Reacción química en que unha substancia (o combustible) reacciona con outra (comburente, usualmente o osíxeno do aire) oxidándose e desprendendo calor.
	Condensación	Nunha substancia, paso do estado vapor ao estado líquido, desprendendo calor.
D	**Dínamo**	Aparello que transforma enerxía cinética de movemento en corrente eléctrica continua.
	Dioxinas	Substancias químicas producidas nas combustións dalgúns plásticos, que conteñen halóxenos e son perigosas para a saúde.
E	**Elasticidade**	Propiedade dos corpos sólidos consistente en recuperar a súa forma inicial cando deixan de estar sometidos a esforzos.
	Enerxía	Capacidade que teñen os corpos para producir cambios ou realizar traballo.
	Enerxía cinética	Forma da enerxía que teñen os corpos debida a estaren en movemento.
	Enerxía eléctrica	Enerxía asociada as cargas eléctricas
	Enerxía luminosa	Enerxía asociada as ondas electromagnéticas, nomeadamente as ondas visibles, infravermellas e ultravioletas.
	Enerxía mecánica	É a suma da enerxía cinética e potencial que ten un corpo.
	Enerxía nuclear	Enerxía producida nas reaccións nucleares de fusión ou de fisión, nas que os núcleos resultantes teñen menos masa que os iniciais.
	Enerxía potencial elástica	Forma da enerxía que teñen os corpos elásticos cando están comprimidos, estirados ou flexionados.
	Enerxía potencial gravitacional	Forma da enerxía que teñen os corpos debido á altura a que están situados.
	Enerxía química	Enerxía almacenada nos enlaces dos átomos nas substancias.
	Espontáneo	Un proceso é espontáneo cando ocorre por si só, sen achega externa de enerxía. O proceso contrario chámase forzado.
	Euribor	Porcentaxe con que se calculan os xuros dos capitais que os bancos se prestan entre si.
	Evaporación	Paso dun líquido ao estado vapor (gas).
G	**Guindastre**	Máquina utilizada para erguer cargas pesadas.

H	**Hidrocarburo**	Composto derivado do petróleo que está formado exclusivamente por átomos de carbono e hidróxeno.
I	**Incandescente**	Corpo que se quenta ata pórse branco ou vermello.
	Infravermello	Ondas electromagnéticas de frecuencia menor que a da luz visible.
	Ión	Átomo ou molécula que gañou ou perdeu electróns. Hai ións positivos (catións) e negativos (anións).
	IPC	Índice de prezos ao consumo. É a porcentaxe en que soben ou baixan os prezos dos artigos de consumo ou servizos nun período de tempo.
	Isótopo	Átomo que ten igual número de protóns e diferente número de neutróns; corresponden ao mesmo elemento químico.
J	**Joule (J)**	É a unidade do Sistema Internacional para o traballo, a calor e a enerxía.
M	**Meteorito**	Corpo sólido celeste, xeralmente sólido, que entra na atmosfera terrestre.
	Molécula	Grupo de varios átomos unidos mediante enlaces de tipo covalente.
O	**Onda electromagnética**	Asociación dun campo magnético e un campo eléctrico oscilantes, que se propagan coa velocidade da luz e que transportan enerxía.
	Oxidación	Reacción química en que unha substancia gaña átomos de osíxeno. Exemplo de oxidación: $Fe + \frac{1}{2} O_2 \rightarrow FeO$
P	**Pila Daniell**	Tipo de pila eléctrica que emprega cobre e cinc.
	Pila de hidróxeno	Tipo de pila que xera electricidade a partir da reacción química entre o hidróxeno (H_2) e o osíxeno (O_2), producindo auga como residuo.
R	**Reacción química**	Proceso en que unhas substancias (reactivos) se transforman en outras distintas (produtos).
T	**Taxa**	Porcentaxe ou prezo fixado dalgunha cousa ou servizo.
	Tep	"Tonelada equivalente de petróleo". Equivale, en valor medio, a 41 868 000 000 joules ou 11 630 kWh.
	Turbina	Aparello que converte a enerxía cinética dun fluído (líquido ou gas) en enerxía mecánica mediante pas xiratorias. Úsase para accionar dínamos ou alternadores na produción de electricidade.
U	**Ultravioleta**	Ondas electromagnéticas de frecuencia maior que a da luz visible.
V	**Watt (W)**	Unidade do SI para a potencia; 1 W = 1 J/1 s: o watt é igual ao traballo dun joule feito nun segundo.
	Viscoso	Fluído (líquido ou vapor) que ten viscosidade. A viscosidade é a dificultade que presentan os fluídos para se mover.

9. Bibliografía e recursos

Bibliografía

- *Bios*. Ciencias da Natureza 2º ESO. Ed. Vicens Vives (2009). Páxinas 84-85; 100
- *Ensinanza a distancia semipresencial. Ámbito científico-tecnolóxico Módulo II*. Xunta de Galicia (2009). Páxinas 9-15;24-41 da unidade 2.
- *Matemáticas 2º ESO*. Edicións Xerais (2008). Páxinas 88 a 95.
- *Matemáticas 2º ESO*. Ed. Anaya (2008). Páxinas 82 a 91.
- *Matemáticas 2º ESO*. Ed. Obradoiro/Santillana (2003). Páxinas 114 a 121.
- *La enciclopedia del estudiante. Matemáticas 1.* Ed. Santillana-El País (2005). Páxinas 110 a 125.
- *Ámbito Científico-Tecnológico. Educación Secundaria para Personas Adultas. Nivel I.* Ed. Safel (2010). Páxinas 205 a 209.
- *Educación Secundaria. Ejercicios de matemáticas. 2º curso. Proporcionalidad 2*. Ed. Anaya (2008). Páxinas 12 a 22.
- *Educación Secundaria para as persoas adultas. 2 Natureza*. Xunta de Galicia (2007). Páxinas 120 a 149.
- *Educación Secundaria para as persoas adultas. 2 Tecnolóxico-Matemático*. Xunta de Galicia (2000). Páxinas 106 a 113.

Ligazóns de internet

Razón e proporción de números

- http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/Funciones_funcion_de_proporcionalidad/index.htm

  Sobre proporcionalidade directa e inversa, con exemplos.
- http://www.juntadeandalucia.es/averroes/iesarroyo/matematicas/materiales/3eso/numeros/proporcionalidad/teoriaproporcionalidad/teoriaproporcionalidad.htm

  Interesante e extensa páxina andaluza, con exemplos variados.

Enerxía, tipos de enerxía

- http://newton.cnice.mec.es/materiales_didacticos/energia/formas.htm
- http://es.wikipedia.org/wiki/Energ%C3%ADa
- www.idae.es IDAE

Bombas nucleares e reaccións de fusión e fisión

- http://news.bbc.co.uk/hi/spanish/science/newsid_3944000/3944785.stm
- http://www.exordio.com/1939-1945/militaris/armamento/bombasAtomicas.html

- http://es.wikipedia.org/wiki/Energia_de_fusión

- http://www.arrakis.es/~lallave/nuclear/fusion.htm
- http://www-sen.upc.es/fusion/fusexpo/fusio.htm
- http://es.wikipedia.org/wiki/Tokamak

Construír unha pila

- http://centros5.pntic.mec.es/ies.victoria.../PR-11.htm