Problemas propostos

1. ¿Como teñen que ser as ordes de dúas matrices A e B para poder facer os productos $A \cdot B$ e $B \cdot A$? Xustifica a resposta.

2. ¿É certa a igualdade $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ sendo A e B matrices? Xustifica a resposta.

3. Atopa, se existe, a matríz inversa de $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$

4. Dados os puntos A=(2,4), B=(5,3) e C=(3,6) e a matriz $M = \begin{pmatrix} 1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ \sqrt{3}/2 & 1/2 \end{pmatrix}$

   a. Representa graficamente eses puntos.

   b. Podemos considerar os puntos como matrices fila. Tendo en conta o anterior, multiplica cada punto pola matriz e representa os puntos obtidos. ¿Que resulta?

   c. ¿Teñen algunha relación os valores dos elementos da matriz co que sucedeu? Xustifica a resposta.

5. Comproba coas matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ que o producto de matrices é asociativo.

6. As Matemáticas poden aplicarse para o estudio, incluso, do comportamento. Simplifiquemos a situación:

   "Cando dous animais dunha certa especie de herbíboros se atopan cando están alimentándose teñen dúas opcións:

   - Centrarse só en alimentarse e non colaborar co outro.
   - Colaborar co outro turnándose para vixiar.

   Podemos establecer unha valoración en termos de enerxía do que acontece segundo o que fai cada un:

   - Os dous colaboran: os dous gañan 4 unidades de enerxía.

- Ningún colabora: gañan 1 pois deben alimentrse e vixiar ao mesmo tempo.
- Un non colabora e outro si, gañan 5 e 0 respectivamente.

Podemos representar a estratexia, E, de cada animal cunha matriz fila, (1,0) se colabora sempre, (0,1) se non colabora nunca e (p,1−p) se colabora cunha probabilidade p e non colabora o resto das veces.

Tamén podemos representar nunha matriz os "pagos": $P = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

O que gaña, de media, un animal coa estratexia E=(p,1−p) que se atopa con outro animal coa estratexia X pode calcularse coa fórmula: $E \cdot P \cdot X^t$

Chámase "estratexia evolutivamente estable" a que, ao ser adoptada por toda a poboación, non pode haber un animal cunha estratexia diferente que obteña mellores resultados.

a) Demostra que a estratexia de NON colaborar é evolutivamente estable.

b) Demostra que a estratexia de colaborar sempre non é evolutivamente estable.

c) ¿Cal dirías que é a mellor estratexia evolutivamente estable?

7. Unha carteira de valores está formada por tres inversións diferentes: A, B e C. Teñen rentabilidade do 5%, 4% e 7% respectivamente e retencións fiscais sobre os beneficios do 20%, 20% e 25%.
   a. Calcula a rentabilidade e a retención totais se a carteira é de 6000 €, 4000 € e 10000 €.
   b. Expresa os cálculos anteriores en forma de producto de matrices.

Nota: pódese calcular unha porcentaxe simplemente multiplicando por r/100 (r o %)