

Exercicios de autoavaliación

- 1) Dúas matrices A e B conmutan se $A \cdot B = B \cdot A$. Obter as matrices triangulares

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \text{ que conmutan coa matriz } B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

- 2) É certa a igualdade $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ sendo A e B matrices?

- 3) É certa a igualdade $(A+B) \cdot (A-B) = A^2 - B^2$ sendo A e B matrices?

- 4) (selectividade) Demostre que a matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ verifica unha ecuación do tipo

$A^2 + \alpha A + \beta I = 0$, determinando α e β (I denota a matriz identidade). Utilice este feito para calcular a inversa de A.

- 5) (selectividade) Considera dúas matrices A e B que verifican $A+B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$ e que

$$A-B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \text{ Calcula a matriz } A^2 - B^2.$$

- 6) (selectividade) Determina A^4 sabendo que $A = P^{-1} \cdot D \cdot P$, sendo

$$P = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- 7) (selectividade) Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Razona se pode existir unha matriz B tal

que $A \cdot B = I$, sendo I a matriz identidade; en caso afirmativo, calcula B. Ten inversa A? Razona as túas respostas.

8) No instituto organizáronse catro grupos de 30 alumnos cada un para a realización de actividades extraescolares. Tense observado que un 80% dos que asisten un día á súa actividade, asisten tamén ao día seguinte, mentres que soamente un 40% dos que faltaron un día asisten o día seguinte. Ao comezar o trimestre no grupo A asisten 25 alumnos, 30 no B, 0 no C, e 20 no D.

- a) Escribe, para cada grupo, a expresión para calcular os alumnos que asisten e os que non asisten ao segundo día, empregando a linguaxe matricial.
- b) Calcula os asistentes e non asistentes en cada grupo o terceiro día.
- c) Cantos asistirán e cantos non, previsiblemente, a cada actividade o quinto día?
- d) Cal será o número de asistentes en cada grupo a medida que vaia avanzando a actividade? Busca un método xeral para calculalo.

(Emprega unha calculadora que permita multiplicar matrices, ou o ordenador)