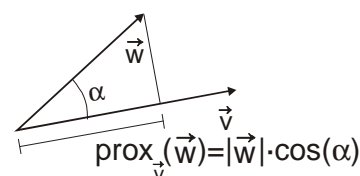
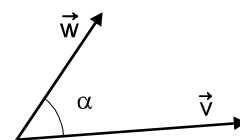


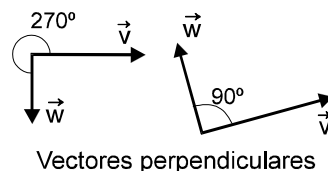
Xeometría do espazo: produto escalar (resumo)

Produto escalar

- Definición: $\vec{v} \cdot \vec{w} = |\vec{v}| \cdot |\vec{w}| \cdot \cos(\alpha)$
- Cálculo: $(v_1, v_2, v_3) \cdot (w_1, w_2, w_3) = v_1 \cdot w_1 + v_2 \cdot w_2 + v_3 \cdot w_3$
- Propiedades:
 - Conmutativa: $\vec{v} \cdot \vec{w} = \vec{w} \cdot \vec{v}$
 - Distributiva: $\vec{v} \cdot (\vec{w} + \vec{n}) = \vec{v} \cdot \vec{w} + \vec{v} \cdot \vec{n}$
 - Asociativa cun escalar: $\alpha \cdot (\vec{v} \cdot \vec{w}) = (\alpha \cdot \vec{v}) \cdot \vec{w} = \vec{v} \cdot (\alpha \cdot \vec{w})$



- Interpretación xeométrica: O valor absoluto é o produto do módulo de un pola proxección do outro sobre el: $|\vec{v} \cdot \vec{w}| = [\text{prox}_{\vec{w}}(\vec{v})] \cdot |\vec{w}| = [\text{prox}_{\vec{v}}(\vec{w})] \cdot |\vec{v}|$

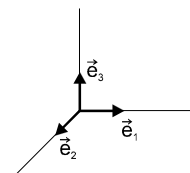


Perpendicularidade

Dous vectores non nulos son perpendiculares se e só se o seu Produto escalar é 0.

Base ortonormal

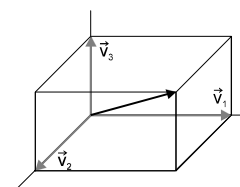
Unha base **ortonormal** dos vectores libres do espazo son tres vectores de módulo 1 e perpendiculares entre si.



Módulo dun vector

O módulo dun vector $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ é a súa lonxitude e calcúlase coa expresión:

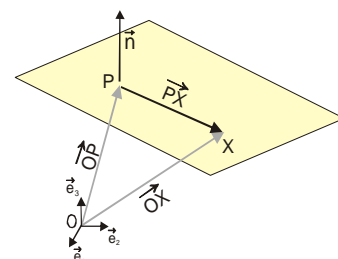
$$|\vec{v}| = \sqrt{\vec{v} \cdot \vec{v}} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$$



Ángulo de dous vectores

O ángulo que forman $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ e $\vec{w} = (w_1, w_2, w_3)$ será:

$$\cos(\alpha) = \frac{\vec{v} \cdot \vec{w}}{|\vec{v}| \cdot |\vec{w}|} = \frac{v_1 \cdot w_1 + v_2 \cdot w_2 + v_3 \cdot w_3}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2} \cdot \sqrt{w_1^2 + w_2^2 + w_3^2}}$$



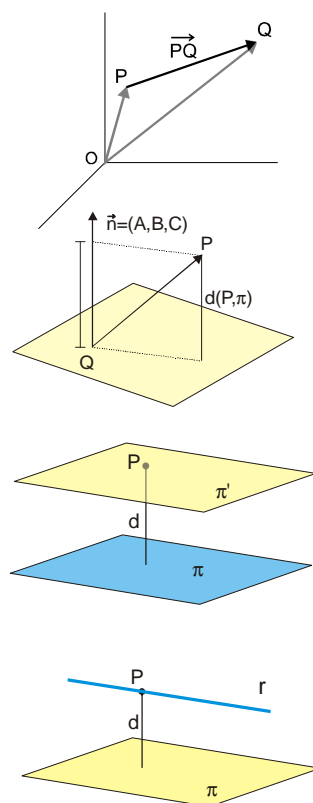
Ecuación normal no plano

Ecuación do plano que pasa por $P = (p_1, p_2, p_3)$ con vector perpendicular $\vec{n} = (n_1, n_2, n_3)$, vector característico: $[(x, y, z) - (p_1, p_2, p_3)] \cdot (n_1, n_2, n_3) = 0$

Distancias

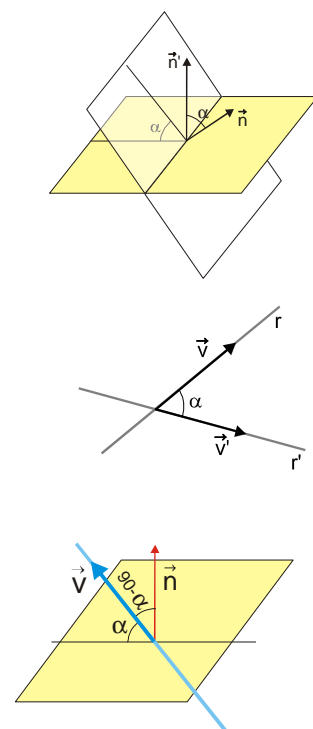
- **Distancia entre dous puntos:** A distancia entre dous puntos P e Q é o módulo do vector que vai dun ó outro:

$$d(P, Q) = |\vec{PQ}| = \sqrt{(q_1 - p_1)^2 + (q_2 - p_2)^2 + (q_3 - p_3)^2}$$
- **Distancia dun punto a un plano:** é a distancia do punto a súa proxección ortogonal sobre o plano, $d(P, \pi) = \left| \frac{A_1 p_1 + B p_2 + C p_3 + D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \right|$, $P(p_1, p_2, p_3)$ o punto e $\pi \equiv Ax + By + Cz + D = 0$ o plano.
- **Distancia entre dous planos:** Cando se cortan ou son coincidentes, consideraremos que a distancia é 0. Se son paralelos, a distancia entre eles será igual á distancia dun punto calquera dun dos planos ó outro.
- **Distancia dunha recta a un plano:** Se a recta corta ao plano ou se está contida nel, consideraremos que a distancia é 0. Se a recta é paralela ó plano, a distancia será igual á distancia dun punto calquera da recta ó plano.



Ángulos

- **Ángulo entre dous planos que se cortan:** é ángulo menor dos ángulos diedros que forman: $\cos(\pi, \pi') = \left| \frac{AA' + BB' + CC'}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}} \right|$
 $\pi \equiv Ax + By + Cz + D = 0$ e $\pi' \equiv A'x + B'y + C'z + D' = 0$ os planos.
- **Ángulo entre dúas rectas que se cortan:** É o menor dos dous ángulos que forman. $\cos(r, r') = \left| \frac{v_1 \cdot v'_1 + v_2 \cdot v'_2 + v_3 \cdot v'_3}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2} \cdot \sqrt{v'^2_1 + v'^2_2 + v'^2_3}} \right|$
 $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ e $\vec{v}' = (v'_1, v'_2, v'_3)$ vectores de dirección das rectas r e r'
- **Ángulo dunha recta e un plano que se cortan:** É o que forma a recta coa súa proxección ortogonal sobre o plano.



$$\sin(r, \pi) = \left| \frac{Av_1 + Bv_2 + Cv_3}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}} \right|$$

$\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ vector dirección da recta e $\vec{n} = (A, B, C)$ é o vector característico do plano.