

Resumo do tema 12

Variables aleatorias

Modelos teóricos equivalentes ás variables estadísticas cuantitativas nas que, en lugar de frecuencias relativas, utilizamos probabilidades.

- ✓ **Función de distribución** dunha variable aleatoria X : $F(x) = P\{X \leq x\}$
- ✓ **Variables discretas:** Aquela que só toma valores illados.
 - **Función de masa de probabilidade:** a cada valor asóciálle a súa probabilidade $p_i = P\{X = x_i\}$. A suma dos p_i é 1:

$$\sum_i p_i = \sum_i \Pr\{X = x_i\} = P(E) = 1$$
 - **Media:**
$$\mu = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$
 - **Desviación típica:**
$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 p_i} = \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2 p_i - \mu^2}$$
- ✓ **Variables continuas:** toman valores nun intervalo $[a, b]$ e teñen unha función de densidade asociada cumprindo
 - a) $f(x) \geq 0$
 - b) $\int_a^b f(x) dx = 1$
 - c) $F(x) = \int_a^x f(t) dt$
 - **Media:**
$$\mu = \int_a^b x f(x) dx$$
 - **Desviación típica:**
$$\sigma = \sqrt{\int_a^b (x - \mu)^2 f(x) dx} = \sqrt{\int_a^b x^2 f(x) dx - \mu^2}$$

O modelo binomial $B(n, p)$

Modelo teórico discreto (variable aleatoria discreta) aplicable a situacións nas que:

1. Realizamos un experimento con dous resultados excluíntes, A e B: $P(A)=p$, $P(B)=\tilde{p}$
 2. O experimento repítase de xeito independente n veces.
 3. X é o número de veces que se produce o resultado A. ($X=0, 1, \dots, n$).
- **Función de masa de probabilidade:** $\Pr\{X = i\} = \binom{n}{i} \cdot p^i \cdot (1-p)^{n-i}$
 - **Media:** $\mu = n \cdot p$
 - **Desviación típica:** $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$

A distribución normal

Variable aleatoria **normal** é unha variable continua, definida en todo \mathbb{R} , e que ten función de densidade:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (\mu \text{ a media, } \sigma \text{ a desviación típica})$$

- É simétrica en relación á media
- As probabilidades correspondentes a valores alonxados da media son case 0.
- A función de densidade da normal non ten primitiva elemental; para calcular probabilidades asociadas tipifícase e úsanse as táboas da $N(0,1)$.

Tipificar unha variable

Consiste en transformala noutra co mesmo tipo de distribución pero de media 0 e desviación típica 1. Se X é unha variable aleatoria de media μ e desviación típica σ ,

$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ é unha nova variable (variable **tipificada**) con media 0 e desviación típica 1.

Aproximación binomial pola normal

Podemos aproximar as probabilidades asociadas a unha binomial por as correspondentes á normal coa mesma media e desviación típica.

Sexa $X \in B(n, p)$, e verifica que $n \cdot p > 4$ e $n \cdot (1 - p) > 4$ entón:

$P\{a \leq X \leq b\} \approx P\{a \leq Y \leq b\}$ sendo $Y \in N\left(n \cdot p, \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}\right)$ (Y é unha normal de media a media de X , $n \cdot p$, e desviación típica a desviación típica de X , $\sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$).