

# Resumo

## Taxa de variación media

Mide a variación media dunha función nun intervalo:

$$TVM_{[x_1, x_2]} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

Expresase nas unidades de  $f(x)$  divididas polas unidades de  $x$ .

## Taxa de variación instantánea-Derivada nun punto

Mide a variación dunha función nun punto.

Calcúlase como un límite de taxas de variacións medias en intervalos cada vez máis pequenos:

$$TVI_{(x_0)} = f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} (TVM_{[x_0, x]}) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Facendo o cambio  $h = x - x_0$ :

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

## Función derivada $f'(x)$

A función derivada  $f'(x)$  dunha función  $f(x)$  é outra función que a cada valor de  $x$  faille corresponder a derivada de  $f(x)$  nese punto.

DERIVADAS ELEMENTAIS		
función	derivada	regra
$a$ (constante)	$0$	A derivada dunha constante é $0$
$x$	$1$	A derivada da función identidade é a función constante $1$
$x^r$	$r \cdot x^{r-1}$	Multiplícase polo expoñente e redúcese o expoñente nunha unidade.

REGRAS DE DERIVACIÓN		
función	derivada	regra
$a \cdot u$	$a \cdot u'$	A derivada dunha constante por unha función é a constante pola derivada da función
$u+v$	$u'+v'$	A derivada dunha suma é a suma das derivadas
$u \cdot v$	$u' \cdot v + u \cdot v'$	Derivada do primeiro factor polo segundo sen derivar máis o primeiro sen derivar pola derivada do segundo
$\frac{u}{v}$	$\frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$	Derivada do numerador polo denominador sen derivar menos o numerador sen derivar pola derivada do denominador dividido todo polo denominador ó cadrado

## Derivada segunda

Derivada da derivada dunha función  $f(x)$ :  $(f'(x))' = f''(x)$ .

## Interpretación gráfica da derivada

A pendente da recta tanxente á gráfica dunha función nun punto  $x_0$  é igual á derivada da función nese punto:  $m_{\text{tanx}} = f'(x_0)$

Ecuación da **recta tanxente** a unha función  $f(x)$  en  $x_0$ :

$$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$$

## Derivadas e crecemento

- Se a derivada é positiva a función é crecente.
- Derivada negativa entón a función é decrecente.
- Se a derivada nun punto é 0 entón ese punto é:
  - ♦ Un máximo relativo da función.
  - ♦ Un mínimo relativo.
  - ♦ Un punto de inflexión no que a gráfica é “horizontal”.

Estudiando o signo da derivada sabemos como crece a función e podemos facernos unha primeira idea da forma da súa gráfica.

## Derivada segunda e curvatura.

A derivada segunda proporciona información sobre a curvatura da función orixinal.

- Derivada segunda positiva, a función orixinal é cóncava hacia arriba.
- Derivada segunda negativa, a función orixinal é cóncava hacia abaixo.
- Derivada segunda 0 nun punto, a función orixinal pode ter un extremo ou un punto de inflexión nese punto.

## Derivadas e extremos

Un procedemento para atopar un extremo dunha función é:

- 1) **Calculamos os puntos onde a derivada é 0.** Son os posibles extremos.
- 2) **Estudiamos cal é o extremo que desexamos.** Podemos facelo de varios xeitos:
  - a) O signo da derivada segunda:
    - Derivada segunda negativa, máximo.
    - Derivada segunda positiva, mínimo.
    - Derivada segunda 0, pode ser máximo, mínimo ou punto de inflexión.
  - b) Estudiando o crecemento da función (signo da derivada) nas proximidades de cada punto:
    - A derivada pasa de positiva a negativa, máximos.
    - A derivada pasa de negativa a positiva, mínimo.