

# Exercicios e actividades

- 1 Dadas as seguintes funcións:

$$y = 2x^3 + 1$$

$$y = (2x^3 + 1)^2$$

$$y = (2x^3 + 1)^3$$

$$y = (2x^3 + 1)^{-1}$$

- a) Calcula a súa función derivada.

- b) Inventa unha fórmula para calcular a función derivada da potencia dunha función.

- 2 Atopa as funcións derivadas das seguintes funcións:

a)  $y = 2x^4 - x + 3$

b)  $y = (2x^4 - x) \cdot (3x^5 + 3)$

c)  $y = 2 \cdot (x - 3)$

d)  $y = x \cdot (1 - x^2)$

e)  $y = \frac{1}{x}$

f)  $y = \frac{-3}{x^3}$

g)  $y = \frac{x^4 - 3}{5 - x^2}$

h)  $y = \left( \frac{x - 3}{1 - x^2} \right)^2$

- 3 Atopa a función derivada da función  $f(x) = \sqrt{x}$

- 4 Atopa a función derivada da función  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

- 5 A produción de mazás dunha maceira ao longo de 30 anos ven dada pola función:

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 10x \text{ onde } x \text{ é o tempo en anos e } f(x) \text{ a cantidade de mazás en quilos.}$$

- a) Calcula a taxa de variación de  $f(x)$  no intervalo desde  $x=3$  a  $x=9$ . ¿Que significado físico ten esa taxa de variación?

- b) Calcula a función derivada de  $f(x)$  e  $f'(9)$ ,  $f'(15)$  e  $f'(21)$ . ¿Que significado físico teñen esas derivadas?

- c) Fai a gráfica de  $f(x)$  e intenta explicar que relación teñen as derivadas anteriores coa gráfica de  $f(x)$  nos puntos  $x=9$ ,  $x=15$  e  $x=21$ .

- 6 O espacio percorrido por un móbil ven dado pola función:

$$s(t) = 5t^2 + 10t + 3, \text{ } t \text{ en segundos e } s(t) \text{ en m}$$

- a) Calcula a velocidade inicial do móbil.

- b) Estudia que tipo de movemento leva o móbil.

- 7 Faise un estudio de como inflúe a temperatura no desenvolvemento dunha cepa de bacterias e descubriuse que a cantidade de bacterias presentes na mostra ven dada pola función:  $b(t) = -0.02t^3 + t^2$ ,  $b(t)$  en miligramos (mg) e  $t$  en °C.

- a) Calcula a  $TVM_{[0,10]}$  da función  $b(t)$  e explica en que unidades se mide.

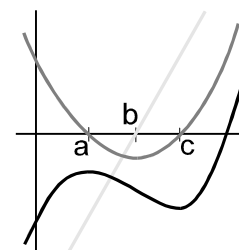
- b) Atopa a función derivada de  $b(t)$ , di en que unidades está e que representa.

- c) ¿A que temperatura é máxima a cantidade de bacterias e cal é esa cantidade?

- d) ¿Varia uniformemente a cantidade de bacterias? Xustifica a resposta.

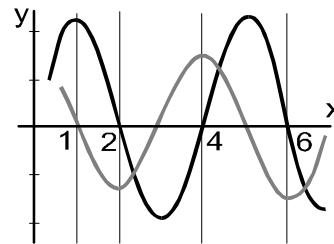
- e) ¿A que temperatura se debe quenta-la mostra para elimina-las bacterias?

- 8 Dada a función  $f(x) = \sqrt{2x}$  pídese:
- Calcula  $f'(0)$  e  $f'(2)$ .
  - Calcula  $TVM_{[0,2]}$ .
  - Fai a gráfica de  $f(x)$ .
- 9 Atopa a ecuación da recta tanxente a  $f(x)=2x^2+4x$  no punto (1,6).
- 10 Estudia a tanxente á gráfica de  $f(x)=2-x^2$  ten pendente  $-6$  en algún punto.
- 11 Dada a parábola de eixe horizontal e ecuación  $y^2=2x$
- Atopa as ecuacións das rectas tanxentes nos puntos de abscisas  $x=4$ .
  - ¿Hai algún punto onde a tanxente á parábola teña pendente  $\frac{1}{2}$ ?
- 12 Atopa a ecuación tanxente á circunferencia centrada na orixe e radio 5 no punto (3,4).
- 13 Estudia o crecemento, extremos, curvatura e puntos de inflexión das seguintes funcións:
- $f(x) = x^3 - 3x$
  - $g(x) = x^3 + 3x$
  - $h(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$
- 14 Dada a función  $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 3$
- Calcula a fórmula da súa función derivada  $f'(x)$ .
  - Calcula os extremos relativos e puntos de inflexión de  $f(x)$ .
  - Fai a súa gráfica.
- 15 Dada a función:  $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$
- Estudia se ten extremos.
  - Atopa a ecuación da recta tanxente á gráfica de  $f(x)$  en  $x=0$ .
  - Atopa a ecuación das asíntotas da función.
  - Estudia a curvatura de  $f(x)$  e debuxa a gráfica.
- 16 O gráfico que se acompaña representa unha función, a súa derivada e a súa derivada segunda. Explica o comportamento da función nos puntos que teñen por abscisas as indicadas con letras na gráfica.
- 17 O número de individuos dunha poboación animal ven dado en función do tempo  $t$  por:
- $$P(t) = 10000 - \frac{k}{t+1} \text{ onde } k \text{ é unha constante.}$$
- Sabendo que inicialmente (tempo=0) hai 1000 individuos, calcular  $k$ .



- b) ¿A poboación aumenta ou diminúe co paso do tempo? Xustifíquese a resposta.  
c) Representa-la función  $P(t)$  para valores de  $t > 0$ .

- 18 ¿Que representa a derivada dunha función nun punto? Na figura adxunta represéntanse as gráficas dunha función e maila súa derivada. Explicar razoadamente cal é a función e cal é a derivada. ¿Qué tipo de puntos son, na función, os de que se indican?



- 19 Calcular  $a$ ,  $b$  e  $c$  para que a función  $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$  teña un máximo en  $x=-4$ , un mínimo en  $x=0$  e tome o valor 1 en  $x=1$ .

- 20 Estudiamos a velocidade dun móbil segundo o tempo e temos a seguinte táboa:

Tempo (s)	1	1.5	3	4	6
Vel (m/s)	10	12	18	22	30

- a) Representa eses valores e atopa a fórmula da función velocidade segundo o tempo.  
b) Calcula a derivada desa función. ¿Que representa fisicamente esa derivada?  
c) ¿Qué tipo de movemento leva o obxecto?  
d) Atopa a fórmula do espacio percorrido por ese móbil segundo o tempo, sabendo que o espacio inicial é 0.

- 21 Na táboa aparecen as cantidades de bacterias dun cultivo, en gramos, en diferentes días.

- a) Calcula:  $TVM_{[0,4]}$  e  $TVM_{[4,8]}$

- b) ¿En que unidades se expresan esas taxas de variación e que miden?

Días	0	2	4	6	8
Bacterias	25	50	100	200	400

Comparando os valores das TVM anteriores ¿Que podemos dicir da cantidade de bacterias?

- 22 A intensidade de luz ultravioleta procedente do Sol que se recibe nunha certa praia en diferentes semanas foi:

- a) ¿A función que describe a intensidade segundo a semana é polinómica de grao 2? En caso afirmativo, atopa a súa fórmula.

Semana	0	1	2	3	4
Intensidade UV	2	11	18	23	26

- b) ¿En que momentos a intensidade é superior a 20.75?  
c) ¿Cal supoñemos que será a maior intensidade e cando se alcanzará?

- 23 Durante dez anos estúdiase a poboación de baleas azuis, obténdose os seguintes resultados:

- a) ¿A función que describe o número de baleas é polinómica de grao 2?

x anos	0	2	4	7	8
b(x) baleas (miles)	4	3.6	3.24	2.77	2.62

- b) Calcula a  $TVM_{[4,8]}$  e explica que mide.  
c) Intenta predicir en que intre quedará reducido a 1000 exemplares o número de baleas.

- 24 Dada a función:  $f(x) = 2 + \frac{x}{x+1}$
- Fai a gráfica de  $f(x)$  estudiando crecemento, extremos, curvatura e asíntotas.
  - ¿Hai algún punto da gráfica onde a pendente da recta tanxente sexa de  $1/4$ ?
- 25 Dispoñemos de  $10 \text{ m}^2$  de chapa para facer un depósito cilíndrico, con tapa. ¿Cales deben ser as súas dimensións se queremos que o volume sexa máximo?
- 26 Queremos construír un prisma de base cadrada cun volume de  $8 \text{ m}^3$  ¿Cales deben ser as súas dimensións para que o gasto en materiais sexa mínimo?
- 27 Atopa as dimensións dun rectángulo inscrito nunha circunferencia de radio  $1 \text{ m}$  de xeito que a súa área sexa máxima.
- 28 Córtase unha corda de  $200 \text{ m}$ . en dúas partes para construír un cadrado e un rectángulo de base dobre cá altura. Obte-la suma das áreas en función da altura do rectángulo. Calcular razoadamente a altura do rectángulo para que a suma das áreas sexa mínima.
- 29 Demostra que o cadrado é o paralelogramo que ten a área maior a igual perímetro.
- 30 Demostra que, coa mesma área, o prisma de base cadrada do volume máximo é o cubo.

**Problema:** O principio de inducción establece que se unha propiedade relativa ós números naturais é válida para un certo valor inicial  $n_0$  e demostramos que, supoñendo que sexa válida para un número  $n$ , tamén é válida para  $n+1$  entón esa propiedade é válida para tódolos números naturais maiores ca  $n_0$ .  
Utilizando o principio de inducción, demostra que a derivada de  $y=x^n$  é  $y'=nx^{n-1}$  calquera que sexa  $n$  pertencente ós números naturais.

**Problema:** Atopa a ecuación das rectas tanxentes á circunferencia de centro na orixe e radio  $1$  desde o punto  $(4,0)$ .

**Problema:** a) Inventa un método para estudar se unha función ten asíntotas oblicuas.

b) Estudia se ten asíntotas oblicuas a función e debuxa a súa gráfica:  $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$

**Problema:** As coordenadas da posición dun foguete segundo o tempo veñen dadas por:

$$\left. \begin{array}{l} x(t) = 2t \\ y(t) = -t^2 + 8t \end{array} \right\} \text{ t en s, x(t) e y(t) en km.}$$

- ¿Canto durou o voo do foguete?
- Debuxa a traxectoria do foguete e atopa as coordenadas do punto máis alto.
- Ós  $2$  segundos o foguete solta unha sonda que segue movéndose afectada só pola inercia e a gravidade, atopa as fórmulas que dan a posición da sonda segundo o tempo.