

Actividade 1.1: Ecuación ao modo exipcio, solución

Calcular o valor do total se o total máis un décimo seu é 37.

1.- Resólveo ao modo exipcio.

2.- Resólveo por unha ecuación das que utilizas normalmente.

1. Ao modo exipcio:

Buscamos un “total” que ao sumarlle un décimo sexa 37.

- Temos que elixir unha cantidade aproximada: 20 (eliximos 20 porque é doado calcularlle a décima parte).
- Calculamos o valor dun dos lados da igualdade: $20+2=22$
- Comparamos o resultado co outro lado: $22 + 11 + 2 + 2 = 37$ (fíxate que sumamos só divisores de 22). Igualdade que podemos escribir:

$$22 + \frac{22}{2} + \frac{22}{11} + \frac{22}{11} = 37 \rightarrow 22 \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11}\right) = 37$$

- A solución buscada será: $20 \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11}\right) = 20 + \frac{20}{2} + \frac{20}{11} + \frac{20}{11}$
- Os antigos exipcios expresarían a solución así:

$$20 + \frac{20}{2} + \frac{20}{11} + \frac{20}{11} = 20 + 10 + \frac{40}{11} = 20 + 10 + 3 + \frac{7}{11} = 33 + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11}$$

2.- Co método moderno:

- Poñemos nome ao valor que queremos calcular: x
- Formulamos unha ecuación: $x + \frac{x}{10} = 37$
- Resolvemos a ecuación:

$$x + \frac{x}{10} = 37 \rightarrow 10x + x = 370 \rightarrow 11x = 370 \rightarrow x = \frac{370}{11} = 33'6363....$$

Descifrando a clave

A axencia de información SAR (Secret Agency Resolution)

numera as letras do abecedario polo lugar que ocupan.

A B C D E F G H I

Mediante unha sinxela fórmula do tipo $a \cdot x \pm 1$, transfórmase o
valor de cada letra.

J K L M N Ñ O P Q

R S T U V W X Y Z

Recibimos codificado o nome do noso enlace:

5 71 11 29 113 125 95 Quen é?

Neste caso xa se di expresamente que hai unha fórmula que converte as letras en números, en función do lugar que ocupan no abecedario.

O "x" é a variable que percorre a orde das letras: 1, 2, 3, 4,, 27.

O "a" é unha constante que queremos determinar.

O procedemento básico é a *exploración*, analizando posibilidades. Pero non tódalas exploracións teñen a mesma eficacia: hai infinitas posibilidades; é necesario *seleccionar* as que imos estudar.

Expoño tres exploracións plausibles de seren utilizadas:

1) *Procemos ordenadamente, por ensaio-erro, desde o caso máis sinxelo:*

Probar para $a = 1$ con $+1$. A fórmula coa suma sería $1 \cdot x + 1$

$$5 = 1 \cdot 4 + 1 \quad \text{letra D}$$

$$71 = 1 \cdot 70 + 1 \quad \text{letra... non hai!}$$

Probar para $a = 2$ con $+1$. A fórmula coa suma sería $2 \cdot x + 1$

$$5 = 2 \cdot 2 + 1 \quad \text{letra B}$$

$$71 = 2 \cdot 35 + 1 \quad \text{letra... non hai!}$$

Probar para $a = 3$ con $+1$. A fórmula coa suma sería $3 \cdot x + 1$

$$5 = 3 \cdot \text{.....} + 1 \quad \text{non se pode}$$

Probarmos, daquela para $a = 3$ coa resta -1 . A fórmula coa suma sería $3 \cdot x - 1$

$$5 = 3 \cdot 2 - 1 \quad \text{letra B}$$

$$71 = 3 \cdot \text{.....} - 1 \quad \text{non se pode}$$

..... continúa ata dar coa solución.

2) Quizais despois dunha indagación nese senso, podamos decatarnos que podemos **analizar un caso extremo** (o máis grande, 125).

Como a letra maior é 27, para chegar a 125 necesita multiplicala, ao menos, por 5.

Pois $4 \cdot 27 = 108$ e, aínda que lle sume 1, quedaría lonxe de obter 125.

Agora aplica de novo o procedemento anterior:

Proba para $a = 5$ A fórmula coa suma sería $5 \cdot x + 1$

$$5 = 5 \cdot \text{.....} + 1 \quad \text{non hai}$$

Proba para $a = 5$ coa resta -1. A fórmula sería $5 \cdot x - 1$

$$5 = 5 \cdot \text{.....} - 1 \quad \text{non hai}$$

Proba para $a = 6$ A fórmula coa suma sería $6 \cdot x + 1$

$$5 = 6 \cdot \text{.....} + 1 \quad \text{non hai}$$

Proba para $a = 6$ coa resta -1. A fórmula sería $6 \cdot x - 1$

$$5 = 6 \cdot 1 - 1 \quad \text{letra A}$$

$$71 = 6 \cdot 12 - 1 \quad \text{letra L} \quad \text{.....etc}$$

3) Se cadra, despois de intentalo por un mesmo ou de coñecer os intentos anteriores –e/ou outros parecidos–, introduzamos un criterio máis restritivo, que limita a exploración a moi poucos casos:

Analizar un caso semellante máis sinxelo:

- Se despois de sumar 1 teño esa serie, antes tería 4, 70, 10, 28, 113, 124, 94

o problema redúcese ao formato $a \cdot x$

ou, alternativamente:

- Se despois de restar 1 teño esa serie, antes tería 6, 72, 12, 30, 115, 126, 96

o problema redúcese, tamén, ao formato $a \cdot x$

O número "a" que buscamos debe dividir a toda a serie:

- Para o primeiro número sería 2 ou 4, pero 4 xa non divide a 70.

Estudamos o 2 (como se mostrou antes) e vemos que non serve.

- Para a segunda sería 2, 3 ou 6.

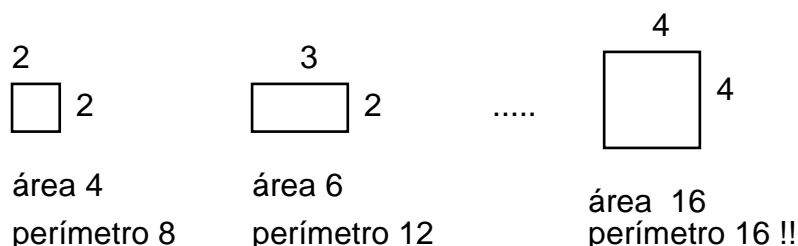
Vemos que co 3 (como se mostrou antes) tampouco chegaría.

Estudamos o 6, comprobando que é válido (cando se fai a resta).

Que é maior, a área ou o perímetro dunha estancia?

Introduzo un primeiro *recurso* ou procedemento: *comecemos por un caso sinxelo*: o rectángulo.

Imaxinemos unhas medidas e vemos que sucedería. *Exploramos* esta cuestión:



Dáse sempre a igualdade nos cadrados ? –*conxectura*–

Permite o *paso á Álgebra*, como procedemento de *xeralización*.

$$\text{Área} = \text{Perímetro}$$

$$l^2 = 4l \rightarrow x \cdot x = 4 \cdot x \rightarrow x = 4 \quad \text{só nese caso}$$

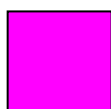
$$x \cdot x = 4 \cdot x \rightarrow \frac{x \cdot x}{x} = 4 \rightarrow x = 4$$

Que sucede nos outros cadrados? (*curiosidade, espírito crítico*)

Pór exemplos:

2x2, área 4, perímetro 8 / 3x3 área 9, perímetro 12 ... máis perímetro

(*conxeturar*: cando o lado sexa maior ca 4 haberá máis área ca perímetro):



5x5, área 25, perímetro 20/



6x6 área 36, perímetro 24 ... máis área

Introducción das desigualdades:

i) Cando a área é maior ca o perímetro?:

$$l^2 > 4l \rightarrow x \cdot x > 4 \cdot x \rightarrow x > 4 \quad \text{en todos os cadrados de lado maior ca 4}$$

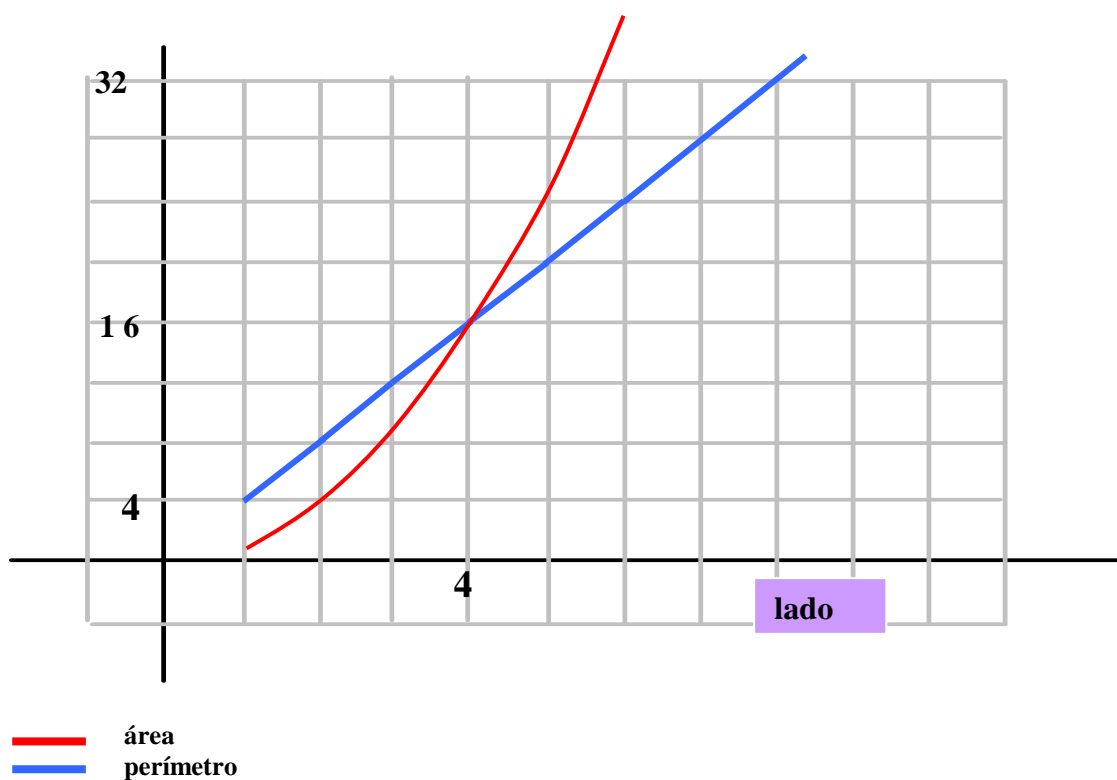
ii) A área é menor ca o perímetro (**conxeturar**: cando o lado é menor ca 4):

$$l^2 < 4l \rightarrow x \cdot x < 4 \cdot x \rightarrow x < 4 \text{ en todos os cadrados de lado menor ca 4}$$

En cadrados maiores gañamos área e en cadrados menores, perdémola

A táboa e a gráfica como organizadores:

lado	área	perímetro	extensión por cohesión (límite)
1	1	4	
2	4	8	
3	9	12	
4	16	16	
5	25	20	
6	36	24	
7	49	28	
...	
x	x ²	4·x	
	parábola	recta	coñecementos anteriores



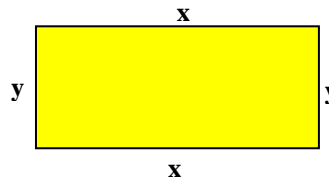
Xeneralización:

A realidade non será así de simple, pero temos unha **estratexia**, un camiño que podemos intentar seguir para novos caso.

En xeral, nun rectángulo, cal é a relación "área - perímetro" ?

Axustamos e facémo-la síntese de todo o proceso.

Área igual ca o perímetro:



Área = perímetro

$$x \cdot y = 2 \cdot x + 2y \rightarrow x \cdot y - 2y = 2 \cdot x \rightarrow y \cdot (x - 2) = 2 \cdot x \rightarrow y = \frac{2x}{x - 2}$$

Temos unha función na que expresamos a altura do rectángulo en función da base.

A táboa e a gráfica como organizadores:

Construamos, pois, a táboa: a fórmula como as **instrucciones** para calcular:

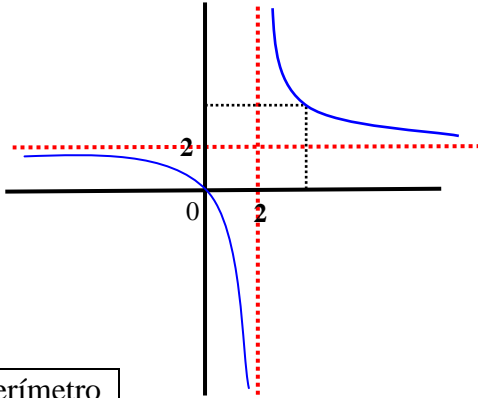
base	altura
x	y
-4	
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	

Observando a fórmula xa podíamos prever a dificultade no punto “2”, pois nese caso o denominador dá 0 e NON PODEMOS DIVIDIR ENTRE 0!

Non pasa nada: distinguiremos dúas **partes**, como en tantas cousas que nos rodean (dúas ou máis).

Con $x-2$ positivo, $x > 2$

Con $x-2$ negativo, $x < 2$

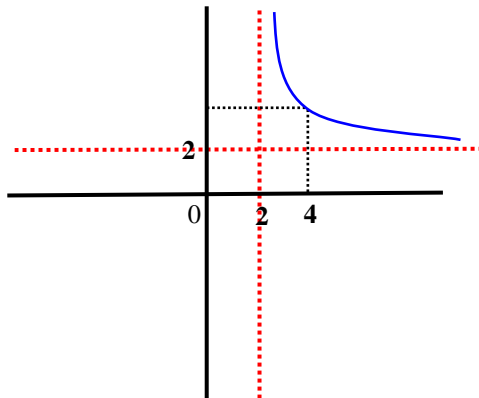


Área > perímetro

Imos por partes:

Con $x-2$ positivo, $x > 2$

$$x \cdot y > 2 \cdot x + 2y \rightarrow x \cdot y - 2y > 2 \cdot x \rightarrow y \cdot (x - 2) > 2 \cdot x \rightarrow y > \frac{2x}{x-2}$$



Os puntos nos que “y” é maior ca $\frac{2x}{x-2}$ son os que están máis arriba que a gráfica

Onde situar o hospital?

Quérese construír un hospital para atender a poboación de tres cidades situadas ao longo dunha estrada, tal como se amosa no esquema.



Interpretación práctica:

Debemos establecer un criterio para elixir a localización óptima: reducir ao máximo os desprazamentos dos enfermos.

Codificación:

Debemos atopar unha expresión matemática, que sexamos quen de manipular, para representar os desprazamentos.

Caso sinxelo:

Como non podemos predicir os usos reais que vai facer a veciñanza dos diferentes núcleos de poboación, imaxinamos que cada persoa acode unha vez. (Os números serán grandes, pero tanto nos ten, xa que son moi claros: os datos iniciais. É cousa de facer operacións).

Elección de unidades manexables:

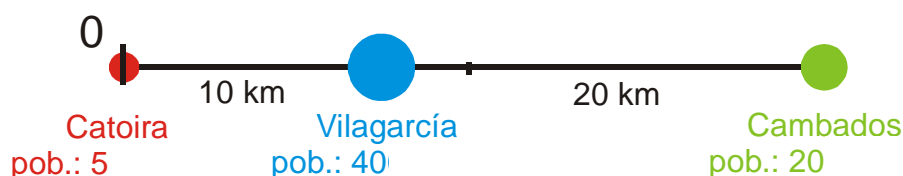
Ademais, podemos traballar en miles sendo, daquela, 5, 40 e 20 os nosos números.

Planificación:

Vendo que pode caer a un lado ou outro de Vilagarcía, subdividimos o problema en partes.

i) No propio Vilagarcía:

Fagamos un esquema:



- Desprazamentos desde Catoira: $5 \cdot 10$
- Desprazamentos desde Vilagarcía: $40 \cdot 0$

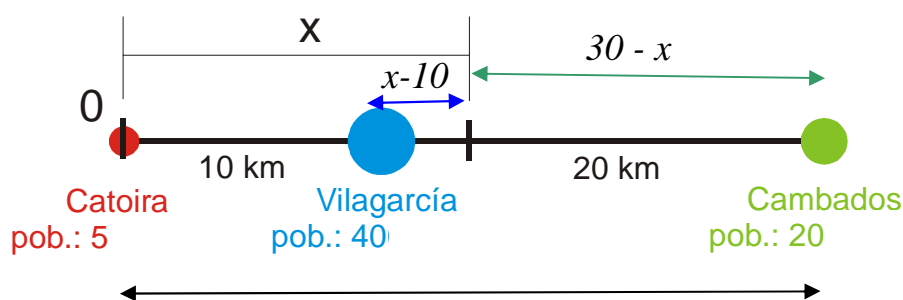
- Desprazamentos desde Cambados: $20 \cdot 20$
- O total de desprazamentos sería a suma de todas esas expresións:

$$T = 50 + 0 + 400 = 450 \text{ mil Km}$$

ii) Despois de Vilagarcía:

Supoñamos *unha solución calquera* e exploremos o que pasa: elixamos, por exemplo, un punto x situado entre Vilagarcía e Cambados. Tamén debemos que elixir un punto 0 orixe, desde o que medir as distancias:

Fagamos un esquema:

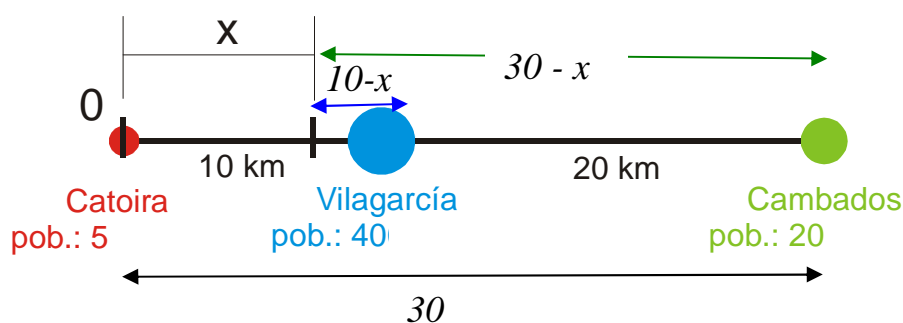


- Desprazamentos desde Catoira: $5 \cdot x$
- Desprazamentos desde Vilagarcía: $40 \cdot (x - 10)$
- Desprazamentos desde Cambados: $20 \cdot (30 - x)$
- O total de desprazamentos sería a suma de todas esas expresións:

$$T = 5x + 40(x-10) + 20(30-x) = 25x + 200$$

O menor valor, xa que se trata dunha suma, darao o menor valor posible de x , que é 10km: xusto á beira dereita de Vilagarcía $T = 25 \cdot 10 + 200 = 450 \text{ mil km}$

iii) Antes de Vilagarcía:



- Desprazamentos desde Catoira: $5 \cdot x$
- Desprazamentos desde Vilagarcía: $40 \cdot (10 - x)$

- Desprazamentos desde Cambados: $20 \cdot (30 - x)$

$$T = 5x + 40(10 - x) + 20(30 - x) = -55x + 1000 = 1000 - 55x$$

O menor valor, xa se trata dunha resta, terémolo cando o subtraendo sexa o maior posible, á beira esquerda de Vilagarcía: $x = 10$, co cal

$$T = 1000 - 55 \cdot 10 = 450 \text{ mil km}$$

Espreitar: aplicar o resultado a outros exemplos.

Temos os cálculos para un caso especial: que cada veciño vaia unha vez ao hospital.

Poñamos outro exemplo que puidese ser real:

Non temos ningunha razón que nos faga pensar que os habitantes de Catoira sexan máis (ou menos) propensos a padecer doenzas ca os de Vilagarcía ou Cambados, e que os destas dúas vilas tanto serán uns coma outros.

Imaxinemos, pois, que van ao hospital o 5%: serían 250 de Catoira, 2000 de Vilagarcía e 1000 de Cambados:

$$T = 250 \cdot 10 + 2000 \cdot 0 + 1000 \cdot 20 = 22\,500 \text{ Km}$$

Que % é do total?

$$22500 \text{ de } 450 \text{ mil serán "x" de cen: } \frac{x}{100} = \frac{22500}{450000} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 22500}{450000} = 5\%$$

Xeneralización:

Intentamos **expresar** a idea: sendo a proporción de desprazamentos, aproximadamente, a mesma en cada poboación, daría a mesma proporción no conxunto das tres.

Logo, para calquera proporción de usuarios do hospital, o menor resultado no conxunto de desprazamentos terémolo cando calculemos a proporción sobre o total máis pequeno posible, que é cando situamos o hospital en Vilagarcía.

Á procura dun novo modelo:

O problema xa está resolto, pero queremos ir máis lonxe.

Para atopar a posición ideal tivemos analizar, unha a unha, todas as posibles localizacións.

Sería posible atopar esa localización ideal sen necesidade de analizar cada unha das posibilidades?

Codificación:

A clave está en atopar unha expresión para describir os desprazamentos, válida calquera que sexa a posición do hospital.

O que diferencia os dous casos anteriores ii) e iii) é que os desprazamentos desde Vilagarcía están cambiados de signo: $10 - x$ é, precisamente, $-(x - 10)$, o oposto de $x - 10$.

A síntese: buscaremos unha fórmula que non cambie en función de onde estea o hospital.

Podemos engadir unha operación que evite os cambios de signo e dispoñemos de dúas posibilidades básicas: elevar ao cadrado as distancias e o valor absoluto.

Elevando ao cadrado:	Empregando o valor absoluto:
<ul style="list-style-type: none"> Desde Catoira: $5 \cdot x^2$ Desde Vilagarcía: $40 \cdot (x - 10)^2$ Desde Cambados: $20 \cdot (30 - x)^2$ Suma de tódolos cadrados (y): $y = 5x^2 + 40(x - 10)^2 + 20(30 - x)^2$ $y = 65x^2 - 2000x + 22000$ 	<ul style="list-style-type: none"> Desde Catoira: $5 \cdot x$ Desde Vilagarcía: $40 \cdot x - 10$ Desde Cambados: $20 \cdot 30 - x$ Suma de todo os valores absolutos: $y = 5 \cdot x + 40 \cdot x - 10 + 20 \cdot 30 - x$

A primeira opción recoñecémola facilmente como unha parábola convexa, do tipo 

O valor mínimo alcanzarase no vértice da parábola: $v_x = \frac{-b}{2 \cdot a} = \frac{2000}{130} = 15'38$

Comprobamos:

Iso corresponde ao caso ii), á dereita de Vilagarcía, e dá un resultado de:

$$25 \cdot 15'38 + 200 = 584'5 \text{ mil km}$$

que efectivamente é máis do que nós xa temos calculado.

Explicamos:

O punto onde a suma dos cadrados é mínima non ten por que corresponder co punto onde a suma sexa mínima.

Por **exemplo**: $1 + 9 = 10$, é menor ca $2 + 8'5 = 10'5$, pero

$$1^2 + 9^2 = 1 + 81 = 82 \text{ e } 2^2 + 8'5^2 = 4 + 72'25 = 76'25$$

se o grande perde, perde máis o seu cadrado do que se gaña ao aumentar o pequeno.

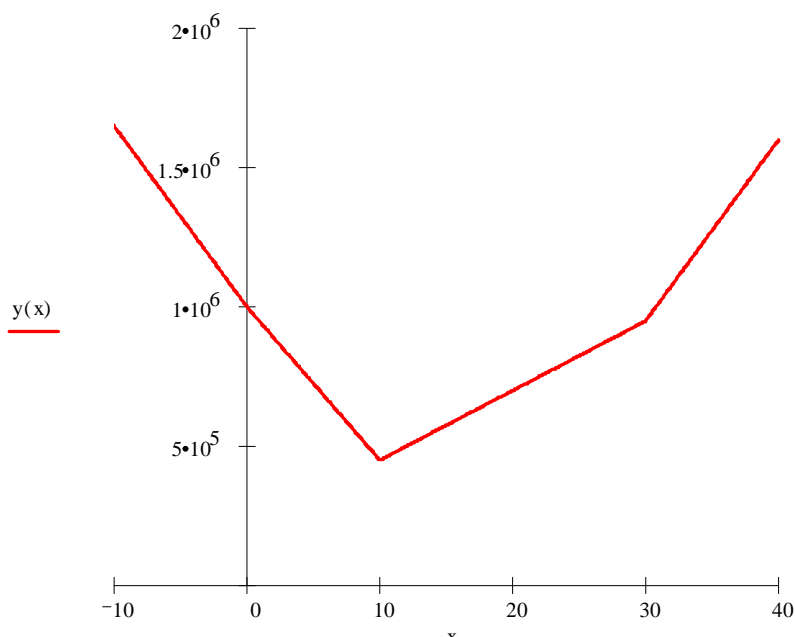
A segunda opción presenta máis dificultades de estudo: non podemos atopar alxebricamente o mínimo, pero podemos facer unha táboa de valores da función

$$y = 5 \cdot |x| + 40 \cdot |x - 10| + 20 \cdot |30 - x|$$

(Os puntos clave son o 0, o 10 e o 30, pois neles o signo “cambaléase” nalgún dos tres sumandos).

ou representala coa axuda dun ordenador.

Observamos que o mínimo corresponde a posición de Vilagarcía.



A curiosidade científica: que representa o valor 15'38 que obtivemos no primeiro intento?

Ao situar o hospital en Vilagarcía:

- Os desprazamentos totais da poboación da esquerda serían de
5mil persoas·10 km cada unha = 50 mil km
- E os da dereita 20mil persoas·20 km cada unha =400 mil km

Vemos que os situados “a dereita” deben efectuar máis desprazamentos.

Vexamos que pasa co 15'38, situado á dereita de Vilagarcía:

- Situando no punto 15'38 os desprazamentos serán:
 - Esquerda: $5 \cdot 15'38 + 40 \cdot (15'38 - 10) = 292'1$ mil km.
 - Dereita: $20 \cdot (30 - 15'38) = 292'4$ mil km (as diferenzas débense ao redondeo).

Ese valor, 15'38, obtido cos cadrados das distancias, non é, como vimos, o punto cos mínimos desprazamentos, pero cumpre unha condición interesante: é o que ofrece un maior equilibrio nos desprazamentos. Debe, daquela, corresponder coa media:

posición	num. persoas	
0	5000	Media: $\bar{x} = \frac{0 \cdot 5000 + 10 \cdot 40000 + 30 \cdot 20000}{5000 + 40000 + 20000} = \frac{1000000}{65000} = 15,38$
10	40000	
30	20000	

Unha exploración alternativa:

Planificación:

- I. Podemos empezar por calcular os desprazamentos correspondentes a unha situación que consideremos axeitada: no punto medio, por exemplo (quilómetro 15 desde Catoira).
 - a. O total de desprazamentos sería: $T = 5 \cdot 15 + 40 \cdot 5 + 20 \cdot 15 = 575$ mil km.
- II. Podemos variar lixeiramente esa posición para estudar como varían os desprazamentos:
 - a. A 14 km de Catoira: $T = 5 \cdot 14 + 40 \cdot 4 + 20 \cdot 16 = 550$ mil km.
 - b. A 16 km de Catoira: $T = 5 \cdot 16 + 40 \cdot 6 + 20 \cdot 14 = 600$ mil km
- III. Semella claro que debemos acercarnos a Catoira¹. Pero ademais vemos que, por cada quilómetro que nos acerquemos, os desprazamentos diminúen en 25 mil km.
- IV. Podemos atopar unha expresión para calcular de xeito doado os desprazamentos. Só debemos repetir os cálculos anteriores fixándonos que operacións fixemos e substituír o valor concreto por un valor xenérico x:
 - a. A 13 km de Catoira: $T = 5 \cdot 13 + 40 \cdot (13 - 10) + 20 \cdot (30 - 13) = 525$ mil km.
 - b. A x km de Catoira: $T = 5 \cdot x + 40 \cdot (x - 10) + 20 \cdot (30 - x) = 25x + 200$ mil km
- V. Vemos que o valor máis pequeno dos desprazamentos alcanzarase situando o hospital en Catoira, $x=0$, e será $T = 25 \cdot 0 + 200 = 200$ mil km, pero iso non pode ser correcto. Só os desprazamentos desde Vilagarcía son 400 mil km.

Revisemos o feito:

- I. Os cálculos semellan correctos, temos que seguir investigando para descubrir cal pode ser o erro:
 - a. A 12 km de Catoira: $T = 5 \cdot 12 + 40 \cdot 2 + 20 \cdot 18 = 500$ mil km.
 - b. A 11 km de Catoira: $T = 5 \cdot 11 + 40 \cdot 1 + 20 \cdot 19 = 475$ mil km
 - c. A 10 km de Catoira: $T = 5 \cdot 10 + 40 \cdot 0 + 20 \cdot 20 = 450$ mil km.
 - d. A 9 km de Catoira: $T = 5 \cdot 9 + 40 \cdot 1 + 20 \cdot 21 = 505$ mil km
- II. Observamos que, ao deixar atrás Vilagarcía, cambia a tendencia e os desprazamentos volven aumentar. A fórmula $T = 25x + 200$ non é válida para x menor de 10 km.
- III. De xeito similar, podemos obter unha nova fórmula para eses valores: x km de Catoira ($x \leq 10$): $T = 5 \cdot x + 40 \cdot (10 - x) + 20 \cdot (30 - x) = 1000 - 55x$

¹ Poderíamos seguir este proceso ata atopar o valor máis pequeno, pero este proceso de “tenteo” ten unha importante limitación: nada nos garante que a mellor solución sexa un número enteiro de quilómetros, polo que debemos probar tamén con decimais e o proceso faise interminable.

IV. A expresión que describe o desprazamento é:

a. A x km de Catoira ($x \leq 10$): $T = 1000 - 55x$

b. A x km de Catoira ($x \geq 10$): $T = 25x + 200$

V. Razoemos cal é a mellor localización:

a. Na expresión $T = 1000 - 55x$ o valor máis pequeno será cando x tome o maior valor posible, 10.

b. Na expresión $T = 25x + 200$ o valor máis pequeno será cando x tome o valor menor posible, 10.

VI. A localización ideal é pois Vilagarcía.

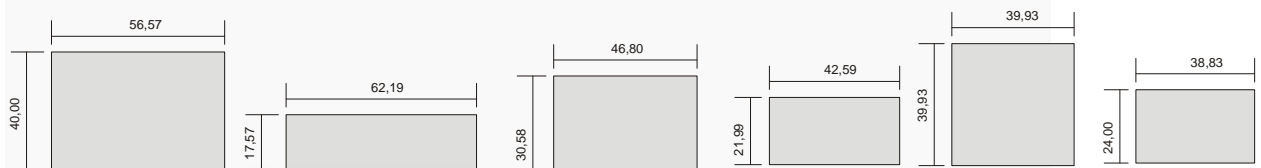
O rectángulo máis fermoso

Fai uns 2500 anos, na antiga Grecia, coas Matemáticas intentaban explicar todo o existente, tanto as Artes coma as Ciencias:

“O principio de todas as cousas é a mónada ou unidade; desta mónada nace a dualidade indefinida que serve de substrato material á mónada, que é a súa causa; da mónada e a dualidade indefinida xorden os números; dos números, puntos; dos puntos, liñas; das liñas, figuras planas; das figuras planas, corpos sólidos; dos corpos sólidos, corpos sensibles, que teñen catro compoñentes: fogo, auga, terra e aire; estes catro elementos intercámbianse e transfórmanse totalmente un no outro, combinándose para producir un universo animado, intelixente, esférico, coa Terra como centro, ...”

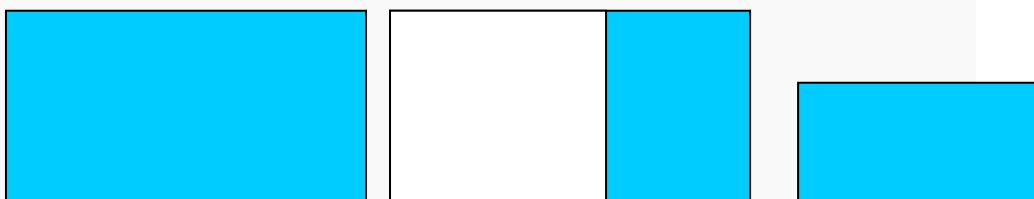
Diógenes Laercio, *Vitae philosophorum VIII*, 24.(tomado de Wikipedia)

Fíxate nos seguintes rectángulos:



- Todos teñen distinta forma, algúns semellan máis alargados do debido e outros menos do necesario.
- Cal dirías que ten a forma máis harmoniosa?

Os antigos gregos decidiron elixir como os que tiñan a forma máis harmoniosa aos que cumpriran unha propiedade matemática: que ao sacarlle un cadrado, o rectángulo que quedase debía ser semellante (ter a mesma forma) ao primeiro. A eses rectángulos chamáronlle *rectángulos áureos*.

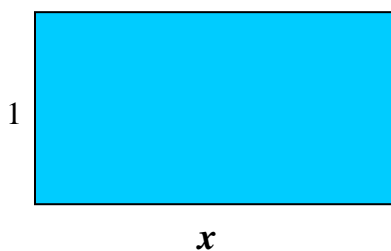


Exercicio:

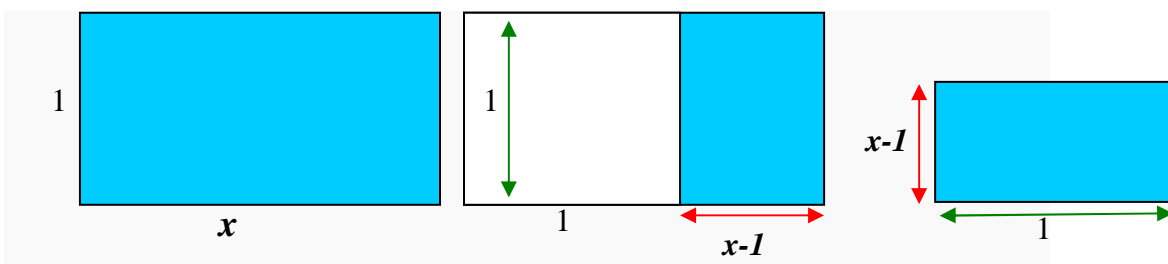
Calcula canto debe medir a base dun rectángulo áureo se a súa altura é 1?

Simbolizamos (codificamos):

- i) Empezamos por poñer nome ao que queremos calcular, x por exemplo.



- ii) Representamos as “frases” a partir dos símbolos elixidos:



- iii) Formúlase algunha igualdade. Neste caso só debemos lembrar o que dúas figuras semellantes teñen os seus lados homólogos proporcionais: $\frac{1}{x-1} = \frac{x}{1}$

Descodificamos, para pensalo mellor: esa igualdade indica que a relación entre a altura do grande e a do pequeno é igual ca relación entre a base do grande e a do pequeno.

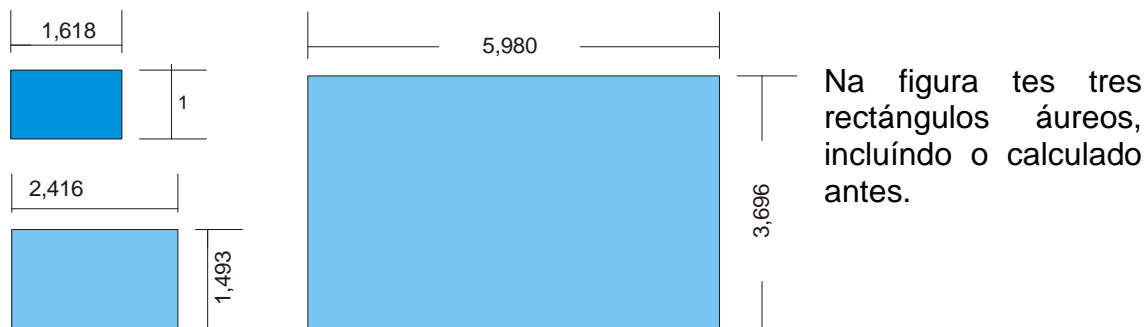
Transformamos a relación en relacións máis simples e coñecidas:

$$\frac{1}{x-1} = \frac{x}{1} \rightarrow (x-1) \cdot x = 1 \cdot 1 \rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1} = \begin{cases} \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

(neste caso chegamos a ecuación de 2º grado, que xa sabemos resolver)

Avaliamos a adecuación ao problema:

A única solución válida para o noso problema é: $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1,618033988749\dots$
xa que a outra dá negativa (e estamos a falar de “base”).



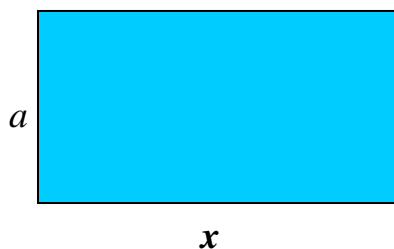
Xeneralización:

Formulámonos a cuestión para un caso xeral: canto debe medir a base dun rectángulo áureo se a súa altura é “a”?

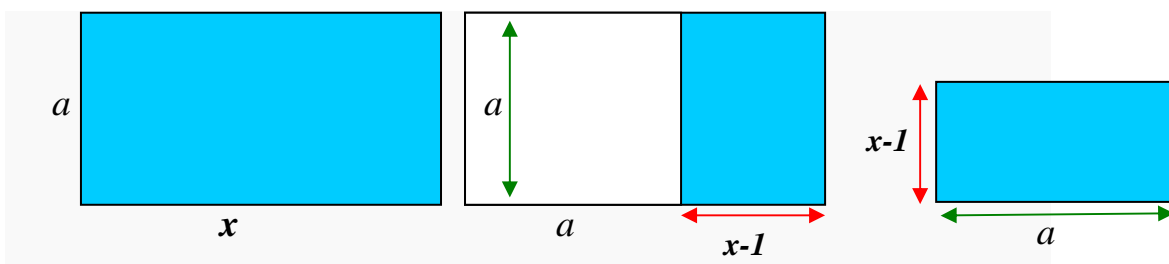
Estendemos o método: intentamos repetir, na medida do posible, os pasos que antes nos levaron á solución.

Simbolizamos (codificamos):

- iv) Empezamos por poñer nome ao que queremos calcular, **x** por exemplo.



- v) Representamos as “frases” a partir dos símbolos elixidos:



- vi) Formúlase algunha igualdade. Neste caso só debemos lembrar o que dúas figuras semellantes teñen os seus lados homólogos

proporcionais: $\frac{a}{x-1} = \frac{x}{a}$

Descodificamos, para pensalo mellor: esa igualdade indica que a relación entre a altura do grande e a do pequeno é igual ca relación entre a base do grande e a do pequeno.

Transformamos a relación en relacións máis simples e coñecidas:

$$\frac{a}{x-1} = \frac{x}{a} \rightarrow (x-a) \cdot x = a \cdot a \rightarrow x^2 - a \cdot x - a^2 = 0 \rightarrow$$

(neste caso chegamos a ecuación de 2º grado, que xa sabemos resolver)

$$\rightarrow x = \frac{a \pm \sqrt{a^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-a^2)}}{2 \cdot 1} = \frac{a \pm \sqrt{5a^2}}{2 \cdot 1} \left\{ \begin{array}{l} \frac{a + a\sqrt{5}}{2} = a \cdot \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right) \\ \frac{a - a\sqrt{5}}{2} = a \cdot \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right) \end{array} \right.$$

Avaliamos a adecuación ao problema:

A única solución válida para o noso problema é:

$x = a \cdot \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = a \cdot 1,618033988749...$ xa que a outra dá negativa (e estamos a falar de “base”).

Observamos e expresamos:

A aparición do mesmo número decimal deixa totalmente ao descuberto a característica matemática dos rectángulos áureos:

“a base é 1’618... veces a altura”

Ese número $\frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,618033988749...$ é coñecido como número “fi”

: ϕ e regula moitas formas xeométricas e obras de arte, tanto pintura escultura como arquitectura.