

Actividades

1. A probabilidade de que un xogador de baloncesto faga canastra nos tiros libres é $1/4$. Se lanza 6 tiros libres, cal é a probabilidade de que faga polo menos 3 canastras?
2. A probabilidade de que un mísil alcance o seu obxectivo é 0,8. Se se lanzan 4 mísiles, cal é a probabilidade de que como máximo dous deles dean no branco?
3. Cinco persoas de 30 anos subscriben unha póliza de vida cunha compañía de seguros. Segundo as previsións desa compañía, a probabilidade de que unha persoa sa de 30 anos estea viva dentro de 35 anos é 0,88. Calcula a probabilidade de que dentro de 35 anos vivan:
 - a) as 5 persoas que subscribiron a póliza;
 - b) só 3 desas persoas;
 - c) polo menos 2 desas persoas.
4. A duración en anos da placa base dos ordenadores dunha determinada marca segue unha distribución normal de parámetros $\mu = 10$ anos e $\sigma = 2$ anos. Calcular a probabilidade de que a placa base dure máis de 12 anos.
5. Nunha $N(0,1)$ calcular os valores de z correspondentes a:
 - a) $P[|Z| \leq z] = 0,9$
 - b) $P[|Z| \leq z] = 0,99$.
6. O 20% dos alumnos con mellor nota dun instituto poden acceder a estudos superiores. As notas medias finais do instituto distribúense segundo unha $N(5,8; 2)$. Cal é a nota media mínima que debe obter un alumno se pretende facer estudos superiores?
7. Se a presión sistólica dos individuos dunha poboación A segue unha distribución normal $N(127, 24)$, calcula:
 - a) Que porcentaxe de individuos de A supera o valor 179.
 - b) Que porcentaxe de individuos de A está por debaixo do valor 71,2.
8. A duración de certo tipo de motor é unha variable normal, con media de 10 anos e desviación típica de dous anos.
O fabricante garante o bo funcionamento dos motores por un período de 13 anos. Que porcentaxe de motores espera que cumpra a garantía?
9. Unha sociedade recreativa quere extraer unha mostra de 100 individuos entre os seus socios para programar futuras actividades. Sábese que os socios se reparten en tres estratos: 800 nenos e novos, 3500 adultos en idade laboral e 1800 xubilados. Como se seleccionará a devandita mostra?
10. Suponse que a vida das lámpadas dun determinado tipo segue unha distribución normal de media 1000 horas e desviación típica 60 horas. Tómase unha mostra ao chou de 225 lámpadas e calcúlase a media. Cal é a probabilidade de que esta media sexa menor que 996 horas?

11. As cualificacións dos alumnos dunha proba de acceso á universidade distribúense con media $\mu = 5,6$ e desviación típica $\sigma = 2,8$. Se se elixe unha mostra de 40 alumnos presentados á proba, cal é a probabilidade de que a media da mostra sexa menor que 5?
12. Calcula a probabilidade de que ao extraer unha mostra de tamaño 60 dunha poboación que se distribúe normalmente segundo $N(12, 5)$ a media da mostra estea comprendida entre 10 e 14.
13. O coeficiente intelectual dos alumnos dunha determinada universidade segue unha normal $N(95, 28)$. Calcula a probabilidade de que unha mostra de 64 alumnos teña un coeficiente intelectual medio inferior a 92. Calcula a probabilidade de que a mesma mostra teña un coeficiente intelectual superior a 100.
14. Nunha determinada poboación o 20% dos seus habitantes usa lentes graduados. Tomamos unha mostra de 256 persoas. Cal é a probabilidade de que a porcentaxe de persoas da mostra que usan lentes graduados estea entre o 15% e o 25%?
15. Unha vacina contra certa enfermidade inmuniza o 95% das persoas que a poñen. Se eliximos unha mostra de 64 persoas, cal é a probabilidade de que a proporción de xente inmunizada ao poñer a vacina sexa menor que o 92%?
16. Sábese que o 30% dos estudantes dunha universidade non fai nunca botellón. Tómake unha mostra de 200 estudantes desa universidade e pídese calcular a probabilidade de que máis das tres cuartas partes dos estudantes da mostra faga algunha vez botellón.

Solutions :

1. A probabilidade de que un xogador de baloncesto faga canastra nos tiros libres é $1/4$. Se lanza 6 tiros libres, cal é a probabilidade de que faga polo menos 3 canastras?

Solución:

Trátase dunha distribución binomial de parámetros $n=6$ e $p = 1/4 = 0,25$; é dicir, unha $B(6; 0,25)$. Temos que calcular

$$P(X \geq 3) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) + P(X=6) = \binom{6}{3} \cdot 0,25^3 \cdot 0,75^3 + \dots + \binom{6}{6} \cdot 0,25^6 = \mathbf{0,169}$$

2. A probabilidade de que un mísil alcance o seu obxectivo é 0,8. Se se lanzan 4 mísiles, cal é a probabilidade de que como máximo dous deles dean no branco?

Solución:

É una Binomial $B(4, 0,8)$. Pode fallar, pode acertar con un ou con dous:

$$P[X \leq 2] = P[X = 0] + P[X = 1] + P[X = 2] = \binom{4}{0} \cdot 0,2^4 + \binom{4}{1} \cdot 0,8 \cdot 0,2^3 + \binom{4}{2} \cdot 0,8^2 \cdot 0,2^2 = \mathbf{0,9728}$$

3. Cinco persoas de 30 anos subscriben unha póliza de vida cunha compañía de seguros. Segundo as previsións desa compañía, a probabilidade de que unha persoa sa de 30 anos estea viva dentro de 35 anos é 0,88. Calcula a probabilidade de que dentro de 35 anos vivan:

- a) as 5 persoas que subscribiron a póliza;
- b) só 3 desas persoas;
- c) polo menos 2 desas persoas.

Solución:

É un $B(5; 0,88)$. Calculamos

$$\text{a) } P(X = 5) = \binom{5}{5} \cdot 0,88^5 = \mathbf{0,5277}$$

$$\text{b) } P(X = 3) = \binom{5}{3} \cdot 0,88^3 \cdot 0,12^2 = \mathbf{0,0981}$$

$$\text{c) } P(X \geq 2) = P(X = 2) + \dots + P(X = 5) = \mathbf{0,8310}$$

4. A duración en anos da placa base dos ordenadores dunha determinada marca segue unha distribución normal de parámetros $\mu = 10$ anos e $\sigma = 2$ anos. Calcular a probabilidade de que a placa base dure máis de 12 anos.

Solución: É unha $N(10,2)$. Temos que calcular

$$P(X > 12) = P[(X - 10)/2 > (12 - 10)/2] = P(Z > 1) = 1 - P(Z < 1) = \mathbf{0,1586}$$

5. Nunha $N(0,1)$ calcular os valores de z correspondentes a:

- a) $P[|Z| \leq z] = 0,9$
b) $P[|Z| \leq z] = 0,99$.

Solución:

a) $P[|Z| \leq z] = P[-z \leq Z \leq z] = 0,9$; logo $P[Z \leq z] = 0,05 + 0,9 = 0,95$.
Entón das táboas da $N(0,1)$ obtemos $z = 1,545$.

b) $P[|Z| \leq z] = 0,99$; logo $P[Z \leq z] = 0,995$, $z = 2,575$.

6. O 20% dos alumnos con mellor nota dun instituto poden acceder a estudos superiores. As notas medias finais do instituto distribúense segundo unha $N(5,8; 2)$. Cal é a nota media mínima que debe obter un alumno se pretende facer estudos superiores?

Solución:

É unha $N(5,8; 2)$ calculamos x tal que $P[X \geq x] = 0,2$; $P\left[\frac{X-5,8}{2} > \frac{x-5,8}{2}\right] = 0,2$;

$P[Z \geq x] = 0,2$; o $P[Z < (x-5,8)/2] = 1 - 0,2 = 0,8$; $(x-5,8)/2 = 0,841$;

$$x = 0,841 \cdot 2 + 5,8 = \mathbf{7,482}$$

7. Se a presión sistólica dos individuos dunha poboación A segue unha distribución normal $N(127, 24)$, calcula:

- a) Que porcentaxe de individuos de A supera o valor 179.
b) Que porcentaxe de individuos de A está por debaixo do valor 71,2.

Solución:

É unha $N(127, 24)$.

- a) $P[X > 179] = P[Z > 2,16] = 1 - P[Z < 2,16] = 0,0153$, o **1,53%**.
b) $P[X < 71,2] = P[Z < -2,32] = 1 - P[Z < 2,32] = 0,0101$, o **1,01%**.

8. A duración de certo tipo de motor é unha variable normal, con media de 10 anos e desviación típica de dous anos.
O fabricante garante o bo funcionamento dos motores por un período de 13 anos.
Que porcentaxe de motores espera que cumpra a garantía?

Solución:

$N(10,2)$. Calculamos $P[X > 13] = P[Z > 1,5] = 0,0668$. O **6,68%**.

9. Unha sociedade recreativa quere extraer unha mostra de 100 individuos entre os seus socios para programar futuras actividades. Sábese que os socios se reparten en tres estratos: 800 nenos e novos, 3500 adultos en idade laboral e 1800 xubilados. Como se seleccionará a devandita mostra?

Solución:

$$n_1 + n_2 + n_3 = 100, \quad 800 + 3500 + 1800 = 6100,$$

$$\frac{n_1}{800} = \frac{100}{6100} \Rightarrow n_1 = 100 \cdot \frac{800}{6100} \approx 13$$

$$\frac{n_2}{3500} = \frac{100}{6100} \Rightarrow n_2 = 100 \cdot \frac{3500}{6100} \approx 57$$

$$\frac{n_3}{1800} = \frac{100}{6100} \Rightarrow n_3 = 100 \cdot \frac{1800}{6100} \approx 30$$

10. Suponse que a vida das lámpadas dun determinado tipo segue unha distribución normal de media 1000 horas e desviación típica 60 horas. Tómake unha mostra ao chou de 225 lámpadas e calcúlase a media. Cal é a probabilidade de que esta media sexa menor que 996 horas?

Solución:

Se $N(1000, 60)$, \bar{X} é unha normal $N(1000, 60/\sqrt{225})$ ou $N(1000, 4)$. Temos que calcular: $P[\bar{X} < 996] = P[Z < -1] = 1 - P[Z < 1] = \mathbf{0,1586}$.

11. As cualificacións dos alumnos dunha proba de acceso á universidade distribúense con media $\mu = 5,6$ e desviación típica $\sigma = 2,8$. Se se elixe unha mostra de 40 alumnos presentados á proba, cal é a probabilidade de que a media da mostra sexa menor que 5?

Solución:

\bar{X} segue unha $N(5,6; 0,44)$. Temos que calcular: $P[\bar{X} < 5] = P[Z < -1,36] = \mathbf{0,0869}$.

12. Calcula a probabilidade de que ao extraer unha mostra de tamaño 60 dunha poboación que se distribúe normalmente segundo $N(12, 5)$ a media da mostra estea comprendida entre 10 e 14.

Solución:

\bar{X} segue unha $N(12, 0,64)$.

Temos que calcular:

$$\begin{aligned} P[10 < \bar{X} < 14] &= P[-3,125 \leq Z \leq 3,125] = P[Z \leq 3,125] - P[Z \leq -3,125] = \\ &= 0,9991 - (1 - P[Z \leq 3,125]) = \mathbf{0,9982}. \end{aligned}$$

13. O coeficiente intelectual dos alumnos dunha determinada universidade segue unha normal $N(95, 28)$. Calcula a probabilidade de que unha mostra de 64 alumnos teña un coeficiente intelectual medio inferior a 92. Calcula a probabilidade de que a mesma mostra teña un coeficiente intelectual superior a 100.

Solución:

\bar{X} segue unha $N(95; 3,5)$.

Temos que calcular: $P[\bar{X} < 92] = P[Z < -0,85] = 1 - P[Z < 0,85] = 0,1976$.

$P[\bar{X} > 100] = P[Z > 1,42] = 1 - P[Z < 1,42] = \mathbf{0,0778}$.

14. Nunha determinada poboación o 20% dos seus habitantes usa lentes graduados. Tomamos unha mostra de 256 persoas. Cal é a probabilidade de que a porcentaxe de persoas da mostra que usan lentes graduados estea entre o 15% e o 25%?

Solución:

Sabemos que $p = 0,2$, logo \hat{p} segue unha distribución normal $N(0,2; 0,025)$. Temos que calcular:

$$P[0,15 < \hat{p} < 0,25] = P[-2 < Z < 2] = P[Z < 2] - P[Z < -2] = \mathbf{0,9545}$$

15. Unha vacina contra certa enfermidade inmuniza o 95% das persoas que a poñen. Se eliximos unha mostra de 64 persoas, cal é a probabilidade de que a proporción de xente inmunizada ao poñer a vacina sexa menor que o 92%?

Solución:

Sabemos que $p = 0,95$, logo \hat{p} segue unha distribución normal $N(0,95; 0,027)$.

Temos que calcular: $P[\hat{p} < 0,92]$ $P[Z < -1,11] = \mathbf{0,1335}$

16. Sábese que o 30% dos estudantes dunha universidade non fai nunca botellón. Tómasse unha mostra de 200 estudantes desa universidade e pídese calcular a probabilidade de que máis das tres cuartas partes dos estudantes da mostra faga algunha vez botellón.

Solución:

Neste caso $p = 0,7$ é a proporción dos que fan algunha vez botellón, logo \hat{p} segue unha $N(0,7; 0,032)$.

Temos que calcular: $P[\hat{p} > 0,75] = P[Z > 1,56] = 1 - P[Z < 1,56] = \mathbf{0,0593}$