

Exercicios de autoavaliación

Exercicio nº 1.-

Acha: a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 7x + 6}{x^4 - 16}$;

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 3x^2 - 9x + 5}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}$;

Exercicio nº 2.-

Calcula: a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 7x + 6}{x^4 - 16}$;

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 5}{2x^3 - x^2 + 5x}$;

Exercicio nº 3.-

Acha: a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 - \sqrt{x+16}}{x^2}$;

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1+3x} - 2}{x-1}$;

Exercicio nº 4.-

Calcula: a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - x^4}{16 - 3x^4}$;

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 3x} + x)$

Exercicio nº 5.

Calcula: $\lim_{x \rightarrow 1} (2x - 1)^{\frac{1}{x-1}}$;

Exercicio nº 6.-

Calcula: a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x-8}{\sqrt{6x+1}-5}$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 3x^3 + x^2 + 4}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}$

Exercicio nº 7.-

Calcula: a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{5+x} - 2}{x+1}$;

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 2x^2 - 2x - 3}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}$

Exercicio nº 8.-

Representa gráficamente a función $f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x \leq -1 \\ 1 - x^2, & \text{se } -1 < x \leq 2 \\ -3, & \text{se } x > 2 \end{cases}$. Indica o valor de $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ e clasifica a descontinuidade no punto $x = -1$.

Exercicio nº 9.-

Considera a función $f(x) = \begin{cases} |3 - x|, & \text{se } x < 7 \\ ax + 4, & \text{se } 7 \leq x < 10 \end{cases}$.

Determina: a) O valor de **a** para que f sexa continua en $x = 7$

b) A gráfica de f

Exercicio nº 10.-

En certo colectivo de familias, o gasto mensual en ocio $G(x)$, en euros, está relacionado cos seus ingresos mensuais, x , en euros, a través da seguinte expresión

$$G(x) = \begin{cases} 0.02x - 5, & 0 \leq x \leq 600 \\ \frac{140x}{2x+8200}, & 600 < x \end{cases}$$

- Estuda a descontinuidade do gasto. O gasto en ocio dunha familia é sensiblemente distinto se os seus ingresos son “lixeramente” inferiores ou superiores aos 600 €?
- Xustifica que o gasto en ocio é sempre crecente cos ingresos.
- Xustifica que ningunha familia realiza un gasto en ocio superior aos 70 €

Exercicio nº 11.-

Acha as asíntotas da curva $y = \frac{x^3}{x^2+1}$.

Exercicio nº 12.-

Sexa a función $f(x) = \frac{-x^3+1}{2x^2+2x-12}$. Pídese:

- Especificar o seu dominio de definición;
- Estudar a súa continuidade
- Calcular as asíntotas se as houbese.

Exercicio nº 13.-

$$\text{Sexa } f(x) = \begin{cases} x^3 - 3x + 2, & \text{se } x < 3 \\ \frac{10}{a-x}, & \text{se } x \geq 3 \end{cases}$$

- Acha os valores do parámetro a para os que f é continua en $x = 3$
- Para $a = 4$ calcula as asíntotas verticais e horizontais de f .

Exercicio nº 14.-

Dá un exemplo de función $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que sexa continua agás en tres puntos a , b , c , tal que en a presente un salto finito, en b una descontinuidade evitable e en c un salto infinito.

Exercicio nº 15.-

Acha o límite cando $x \rightarrow 3$ de $f(x) = \begin{cases} x - 3, & \text{se } x > 3 \\ x + 3, & \text{se } x \leq 3 \end{cases}$

Exercicio nº 16.-

Canto debe valer k para que sexa continua $f(x) = \begin{cases} \frac{4-(x+2)^2}{x}, & \text{se } x \neq 0 \\ k, & \text{se } x = 0 \end{cases}$?

Exercicio nº 17.-

Acha a e b para que $f(x) = \begin{cases} x^2 + a, & \text{se } x < -1 \\ -2x^3 + b, & \text{se } -1 \leq x < 0 \\ e^x - a, & \text{se } 0 \leq x \end{cases}$ sexa continua.

Solucións

Exercicio nº 1.-

$$\begin{aligned} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 7x + 6}{x^4 - 16} &= \frac{0}{0} \text{ (ind)} = (\text{factorizando por Ruffini}) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1)(x-2)(x+3)}{(x^2+4)(x+2)(x-2)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1)(x+3)}{(x^2+4)(x+2)} = \frac{5}{32} \\ \text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 3x^2 - 9x + 5}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} &= \frac{0}{0} \text{ (ind)} = (\text{factorizando por Ruffini}) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2(x+5)}{(x-1)^3} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+5}{x-1} = \frac{6}{0} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+5}{x-1} = \frac{6}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+5}{x-1} = \frac{6}{0^+} = \infty \end{cases} \end{aligned}$$

Exercicio nº 2.-

$$\begin{aligned} \text{a) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 7x + 6}{x^4 - 16} &= \frac{-\infty}{\infty} \text{ (ind)} \approx \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{x^4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0 \\ \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 5}{2x^3 - x^2 + 5x} &= \frac{\infty}{\infty} \text{ (ind)} \approx \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{2x^3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Exercicio nº 3.-

$$\begin{aligned} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 - \sqrt{x+16}}{x^2} &= \frac{0}{0} \text{ (ind)} = (\text{multiplicando e dividindo polo conxugado}) \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x}{x^2(4 + \sqrt{x+16})} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{x(4 + \sqrt{x+16})} = \\ &= \frac{-1}{0} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-1}{x(4 + \sqrt{x+16})} = \frac{-1}{0^-} = \infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-1}{x(4 + \sqrt{x+16})} = \frac{-1}{0^+} = -\infty \end{cases} \\ \text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1+3x} - 2}{x-1} &= \frac{0}{0} \text{ (ind)} = (\text{multiplicando e dividindo polo conxugado}) \\ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x-3}{(x-1)(\sqrt{1+3x}+2)} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{\sqrt{1+3x}+2} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

Exercicio nº 4.-

$$\begin{aligned} \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-x^4}{16-3x^4} &= \frac{-\infty}{-\infty} \text{ (ind)} \approx \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^4}{-3x^4} = \frac{1}{3} \\ \text{b) } \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 3x} + x) &= \{\text{cambio } x = -n\} = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{n^2 + 3n} - n) = \infty - \infty = (\text{ind}) = \\ &= (\text{conxugado}) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{n^2 + 3n - n^2}{\sqrt{n^2 + 3n} + n} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3n}{\sqrt{n^2 + 3n} + n} \approx \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3n}{n+n} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Exercicio nº 5.-

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} (2x - 1)^{\frac{1}{x-1}} &= 1^\infty \text{ (ind)} \Rightarrow y = (1 + 2x - 2)^{\frac{1}{x-1}} = \left[\left(1 + \frac{1}{2x-2} \right)^{\frac{1}{2x-2}} \right]^{\frac{2x-2}{x-1}} \Rightarrow \\ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} y &= \lim_{x \rightarrow 1} \left[\left(1 + \frac{1}{2x-2} \right)^{\frac{1}{2x-2}} \right]^{\frac{2x-2}{x-1}} = e^{\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-2}{x-1}} = e^2 \end{aligned}$$

Exercicio nº 6.-

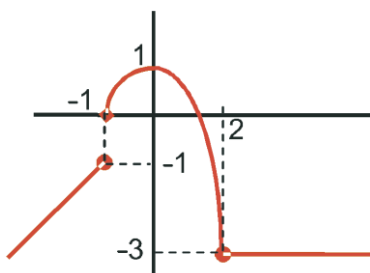
$$\begin{aligned} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x-8}{\sqrt{6x+1}-5} &= \frac{0}{0} \text{ (ind) } = \text{(multiplicando e dividindo polo conxugado)} \\ \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(2x-8)(\sqrt{6x+1}+5)}{6x-24} &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{6x+1}+5}{3} = \frac{10}{3} \\ \text{b) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4-3x^3+x^2+4}{x^3-2x^2-4x+8} &= \frac{0}{0} \text{ (ind) } = \text{(factorizando por Ruffini)} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)^2(x^2+x+1)}{(x-2)^2(x+2)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+x+1}{x+2} = \frac{7}{4} \end{aligned}$$

Exercicio nº 7.-

$$\begin{aligned} \text{a) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{5+x}-2}{x+1} &= \frac{0}{0} \text{ (ind) } = \text{(multiplicando e dividindo polo conxugado)} \\ \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1+x}{(x+1)(\sqrt{5+x}+2)} &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{\sqrt{5+x}+2} = \frac{1}{4} \\ \text{b) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3-2x^2-2x-3}{x^3-5x^2+3x+9} &= \frac{0}{0} \text{ (ind) } = \text{(factorizando por Ruffini)} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x^2+x+1)}{(x-3)^2(x+1)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2+x+1}{(x-3)(x+1)} = \frac{13}{0} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2+x+1}{(x-3)(x+1)} = \frac{13}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2+x+1}{(x-3)(x+1)} = \frac{13}{0^+} = \infty \end{cases} \end{aligned}$$

Exercicio nº 8.-

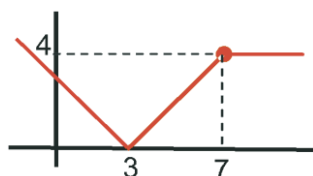
Para a representación gráfica consideramos a función que aparece en cada anaco:
unha recta (a bisectriz do 1º - 3º cuadrante, que remata en (-1,-1)), unha parábola
(que pasa por (-1,0), vértice (0,1) e remata en (2,-3)) e unha función constante



$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} f(x) &= \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (-3) = -3 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (1-x^2) = -3 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -3. \text{ En } x = -1 \\ \text{temos: } \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -1^-} x = -1; \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (1-x^2) = 0; \Rightarrow \\ &\Rightarrow \nexists \lim_{x \rightarrow -1} f(x) \Rightarrow \text{A función presenta una discontinuidade inevitable de salto finito.} \end{aligned}$$

Exercicio nº 9.-

- a) $\lim_{x \rightarrow 7^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 7^-} |3 - x| = |-4| = 4$; $\lim_{x \rightarrow 7^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 7^+} (ax + 4) = 7a + 4 \Rightarrow$
 \Rightarrow para que f sexa continua en $x = 7$, $\lim_{x \rightarrow 7^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 7^+} f(x) \Rightarrow 7a + 4 = 4 \Rightarrow$
 $\Rightarrow a = 0$
- b) A función queda $f(x) = \begin{cases} |3 - x|, & \text{se } x < 7 \\ 4, & \text{se } x \geq 7 \end{cases}$ e a súa gráfica é a que aparece a continuación.



Exercicio nº 10.-

- a) Posible punto de descontinuidade $x = 600$

$$\lim_{x \rightarrow 600^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 600^-} (0,02x - 5) = 7; \lim_{x \rightarrow 600^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 600^+} \frac{140x}{2x + 8200} = \frac{840}{94} \cong 8,94 \Rightarrow$$

\Rightarrow a diferenza en gasto é de 2,94 €, que é un $\frac{2,94}{7} \cdot 100 = 42\%$ superior.

- b) Separando G nas dúas funcións compoñentes temos: $G_1(x) = 0,02x - 5 \Rightarrow$ recta crecente (pendente positiva).

Descompoñemos a fracción G_2 na forma $c(x) + \frac{r(x)}{d(x)}$, quedando: $G_2(x) =$
 $= \frac{140x}{2x + 8200} = 70 + \frac{-574000}{2x + 8200}$ constante + función de proporcionalidade inversa
 sempre crecente (polo signo menos do numerador) ou tamén a través da
 derivada $y = \sqrt{2x^2 + 5} \Rightarrow y' = \frac{2x}{\sqrt{2x^2 + 5}}$. G_2 é crecente en todo o seu dominio

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} G(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{140x}{2x + 8200} \approx \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{140x}{2x} = 70$

Exercicio nº 11.-

$$y = \frac{x^3}{x^2 + 1} \Rightarrow \text{DEN} > 0 \Rightarrow \text{Non ten asíntotas verticais.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3}{x^2 + 1} \approx \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} x = \pm\infty \Rightarrow \text{Non ten asíntota horizontal.}$$

$$\begin{cases} m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3}{x^3 + x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3}{x^3} = 1 \\ n = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{x^3}{x^2 + 1} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x}{x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x}{x^2} = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow y_{Ob} = x$. A función achégase a súa asíntota oblicua do seguinte modo:

$$y - y_{Ob} = \frac{-x}{x^2 + 1} \Rightarrow \begin{cases} y - y_{Ob} > 0 \text{ cando } x \rightarrow -\infty \Rightarrow y > y_{Ob} \\ y - y_{Ob} < 0 \text{ cando } x \rightarrow \infty \Rightarrow y < y_{Ob} \end{cases}$$

Exercicio nº 12.-

$$f(x) = \frac{-x^3+1}{2x^2+2x-12}$$

a) $DEN = 0 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 12 = 0 \Rightarrow x = -3, 2 \Rightarrow \text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-3, 2\}$

b) Os posibles puntos de descontinuidade son $x = -3$ e $x = 2$. $x = -3 \Rightarrow f(-3) = \frac{28}{0} \Rightarrow \nexists f(-3) \Rightarrow$ descontinuidade inevitable de salto infinito. f é continua en $\mathbb{R} - \{-3, 2\}$

c) Asíntotas verticais $x = -3$, $x = 2$, comportándose nas súas proximidades como:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{-x^3+1}{2x^2+2x-12} = \frac{28}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{-x^3+1}{2x^2+2x-12} = \frac{28}{0^+} = \infty \end{cases}; \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-x^3+1}{2x^2+2x-12} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-x^3+1}{2x^2+2x-12} = \infty \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^3+1}{2x^2+2x-12} \approx \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^3}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{-x}{2}\right) = \pm\infty \Rightarrow \text{non ten asíntota horizontal.}$$

$$\begin{cases} m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^3+1}{2x^3+2x^2-12x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^3}{2x^3} = -\frac{1}{2} \\ n = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{-x^3+1}{2x^2+2x-12} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2-6x+1}{2x^2+2x-12} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{2x^2} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$y_{Ob} = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ A asíntota oblicua achégase á función do modo seguinte:

$$\text{sgn}(f - y_H) = \text{sgn}\left(\frac{-7x+7}{2x^2+2x-12}\right) = \text{sgn}\left(\frac{-7x}{2x^2}\right) = \text{sgn}\left(\frac{-7}{2x}\right) = \begin{cases} > 0 & \text{se } x \rightarrow -\infty \Rightarrow f > y_{Ob} \\ < 0 & \text{se } x \rightarrow \infty \Rightarrow f < y_{Ob} \end{cases}$$

Exercicio nº 13.-

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 3x + 2, & \text{se } x < 3 \\ \frac{10}{a-x}, & \text{se } x \geq 3 \end{cases}$$

a) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (x^3 - 3x + 2) = 20$; $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{10}{a-x} = \frac{10}{a-3} \Rightarrow \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) \Rightarrow \frac{10}{a-3} = 20 \Rightarrow a - 3 = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{7}{2}$

b) $f(x) = \begin{cases} x^3 - 3x + 2, & \text{se } x < 3 \\ \frac{10}{4-x}, & \text{se } x \geq 3 \end{cases}$. Separamos a función nos seus dous componentes:

$f_1(x) = x^3 - 3x + 2$ non ten asíntotas de ningún tipo.

$f_2(x) = \frac{10}{4-x} \Rightarrow$ asíntota vertical $x = 4$; $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10}{4-x} = 0 \Rightarrow y_H = 0$. A función vai por debaixo da asíntota horizontal porque $\text{sgn}\left(\frac{10}{4-x}\right) < 0$ cando $x \rightarrow \infty$.

Exercicio nº 14.-

Ex. 1:

$$f(x) = \begin{cases} x+5, & \text{se } x \leq a \\ b, & \text{se } a < x < b \\ \frac{2b^2(x-b)}{x^2-b^2}, & \text{se } b \leq x \leq c \\ \frac{4}{x-c}, & \text{se } x > c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = a+5 \neq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = b \\ \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = b = \lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = \frac{2b^2(x-b)}{(x+b)(x-b)} \\ \lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = \frac{4}{0} = \infty \end{cases}$$

Ex. 2:

$$f(x) = \begin{cases} 3, & \text{se } x < a \\ 1, & \text{se } a \leq x \leq b \\ \frac{3b(x-2b)}{x^2-4b^2}, & \text{se } b < x < c \\ \ln(x-c), & \text{se } x \geq c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = 3 \neq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = 1 = \lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = \frac{3b(x-2b)}{x^2-4b^2} \\ \lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow c^+} [\ln(x-c)] = -\infty \end{cases}$$

Exercicio nº 15.-

$$f(x) = \begin{cases} x-3, & \text{se } x > 3 \\ x+3, & \text{se } x \leq 3 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} (x+3) = 6 \neq$$

$$\neq \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} (x-3) = 0 \Rightarrow \nexists \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$$

Exercicio nº 16.-

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4-(x+2)^2}{x}, & \text{se } x \neq 0 \\ k, & \text{se } x = 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x^2-4x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x(x+4)}{x} = -4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k = -4.$$

Exercicio nº 17.-

a) $f(1) = 2 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 + 1 = 0$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - 3x + 1) = 0$
 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \ln x = \ln 1 = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) = 0 \Rightarrow f$ é continua en \mathbb{R}

b) A función componse de:

1º) parábola con vértice en $x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{4}$, $y_v = y\left(\frac{3}{4}\right) = -\frac{1}{8}$ Como $x_v < 1$,

tomamos os puntos (0,1) e (1,0);

2º) logaritmo neperiano, comezando en $(1^+, 0)$

