

Exercicios de autoavaliación

Exercicio nº 1.-

Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$; calcula

- a) $A + B$ b) $A - B$ c) $2A - 3B + 4C$ d) $A \cdot B$ e) $B \cdot A$ f) $A \cdot (A + B)$

Exercicio nº 2.-

Calcula os produtos $A \cdot B$ e $B \cdot A$, sendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & -3 & -1 \end{pmatrix}$

Exercicio nº 3.-

Dadas as matrices: $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, calcula :

- a) $A + 2B$; b) $3A - B$; c) $A^t \cdot B$; d) $A \cdot B^t$; e) $C \cdot A^t$; f) $B \cdot C^t$.

Exercicio nº4.-

Comproba a igualdade $A \cdot (B+C) = A \cdot B + A \cdot C$, onde :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & -4 & 2 \end{pmatrix} \text{ e } C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Exercicio nº5.-

Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, calcula: a) $A \cdot B$, b) $B \cdot A$, c) $A^2 + B^2$

Exercicio nº6.-

Calcula A^{20} e A^{30} , sendo $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

Exercicio nº7.-

$$\text{Sexa } A = \begin{pmatrix} x & -1 \\ 1 & y \end{pmatrix}$$

- a) Calcula A^{20}

- b) Calcula todos os valores de x e y paraos que se verifica que $A^2 = \begin{pmatrix} x+1 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

Exercicio nº8.-

Acha todas as matrices $X = \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix}$, con $a, b, c \in \mathcal{R}$ que satisfán a ecuación matricial $X^2 = 2X$

Exercicio nº9.-

Atopa números a e b de forma que a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ a & b \end{pmatrix}$ verifique $A = 2A$. Para estes valores de a e b e tomando $B = A$, calcula B^{50} , A^{50} ,

Exercicio nº 10.-

Calcula a inversa da matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ e comproba o resultado.

Exercicio nº 11.-

Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, acha X tal que $A \cdot X \cdot A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

Exercicio nº 12.-

Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} -4 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$ atopa unha matriz da forma $X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ x & y \end{pmatrix}$ que verifique que $A \cdot X = X \cdot B$

Exercicio nº 13.-

Acha a matriz que satisfai a ecuación $A \cdot X = B \cdot A$, sendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Exercicio nº 14.-

Nunha papelería van vender carpetas, cadernos e bolígrafos, agrupándoos en tres tipos de lotes:

- Lote A : 1 carpeta, 1 caderno e 1 bolígrafo.
- Lote B : 1 carpeta, 3 cadernos e 3 bolígrafos.
- Lote C : 2 carpetas, 3 cadernos e 4 bolígrafos.

Cada carpeta custa 6 euros, cada caderno 1,5 euros e cada bolígrafo 0,24 euros.

- a) Escribe unha matriz que describa o contido (número de carpetas, cadernos e bolígrafos) de cada lote.
- b) Obtén matricialmente o prezo total de cada un dos lotes A , B e C .

Solucións dos exercicios

Exercicio nº 1.-

$$\begin{aligned} \text{a) } A+B &= \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}; \text{ b) } A-B = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}; \text{ c) } 2A-3B+4C = 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} + 4 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ -4 & 23 \end{pmatrix}; \\ \text{d) } A \cdot B &= \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}; \text{ e) } B \cdot A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}; \text{ f) } A(B+C) = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 12 & 3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Exercicio nº 2.-

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & -3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -7 & -2 \\ -6 & 9 & 3 \\ 3 & -5 & -2 \end{pmatrix}; \quad B \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & -3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 11 \end{pmatrix}$$

Exercicio nº3.-

$$\begin{aligned} \text{a) } A+2B &= \begin{pmatrix} -3 & 1 & 7 \\ 2 & 12 & 6 \end{pmatrix}; \text{ b) } 3A-B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 7 \\ 6 & 8 & -3 \end{pmatrix}; \text{ c) } A^t \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 8 & 4 \\ -1 & 16 & 14 \\ -3 & 0 & 6 \end{pmatrix}; \\ \text{d) } A \cdot B^t &= \begin{pmatrix} 7 & 13 \\ -2 & 16 \end{pmatrix}; \text{ e) } C \cdot A^t = \begin{pmatrix} 11 & 8 \\ -1 & 8 \\ 2 & 14 \end{pmatrix}; \text{ f) } B \cdot C^t = \begin{pmatrix} 6 & -2 & -1 \\ 16 & 5 & 12 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Exercicio nº4.-

$$A(B+C) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -5 & -1 \\ 9 & -3 & 3 \\ -12 & 7 & 2 \end{pmatrix}; \quad A \cdot B + A \cdot C = \begin{pmatrix} 9 & -5 & -1 \\ 9 & -3 & 3 \\ -12 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

Exercicio nº5.-

$$\begin{aligned} \text{a) } A \cdot B &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 9 \\ 1 & 8 & 17 \\ 0 & 8 & 14 \end{pmatrix}; \text{ b) } B \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 7 & 1 \\ 16 & 12 & 2 \\ 17 & 9 & 1 \end{pmatrix}; \\ \text{c) } A^2 + B^2 &= \begin{pmatrix} 7 & 6 & 2 \\ 12 & 13 & 5 \\ 8 & 10 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 2 & 11 \\ 3 & 4 & 18 \\ 4 & 1 & 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 13 \\ 15 & 17 & 23 \\ 12 & 11 & 24 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Exercicio nº6.-

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad A^3 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad A^4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$A^{20} = (A^4)^5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad A^{30} = (A^4)^7 \cdot A^2 = A^2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Exercicio nº7.-

$$a) \quad A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} x & -1 \\ 1 & y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & -1 \\ 1 & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^2-1 & -x-y \\ x+y & -1+y^2 \end{pmatrix}$$

$$b) \quad \begin{pmatrix} x^2-1 & -x-y \\ x+y & -1+y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+1 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x^2-1=x+1 \\ -x-y=-2 \\ x+y=2 \\ -1+y^2=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2-x-2=0 \\ x+y=2 \\ y^2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ x=2 \end{cases}$$

Exercicio nº8.-

$$X^2 = X \cdot X = \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2 & 0 \\ ab+bc & c^2 \end{pmatrix} \text{ y } 2X = 2 \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a & 0 \\ 2b & 2c \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a^2 & 0 \\ ab+bc & c^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a & 0 \\ 2b & 2c \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} a^2=2a \\ ab+bc=2b \\ c^2=2c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=0 \text{ y } a=2 \\ ab+bc=2b \\ c=0 \text{ y } c=2 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ b & 2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ b & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Exercicio nº9.-

$$A^2 = \begin{pmatrix} a+1 & b+1 \\ ab+a & a+b^2 \end{pmatrix}; \quad 2 \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2a & 2b \end{pmatrix}. \quad \text{Establecese a igualdade} \quad \begin{pmatrix} a+1 & b+1 \\ ab+a & a+b^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2a & 2b \end{pmatrix}.$$

A igualdade de matrices da

$$\begin{cases} a+1=2 \\ b+1=2 \\ a(b+1)=2a \\ a+b^2=2b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ 1(1+1)=2 \\ 1+1^2=2 \cdot 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases} \quad \text{lugar ao sistema}$$

Para $a=1$ y $b=1$; $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

$$B^2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2^2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2^2} \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{Observase que } B^2 = B; \text{ polo tanto}$$

$$B^3 = B^2 \cdot B = B \cdot B = B^2 = B; \dots\dots B^{50} = B = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}; \quad A^3 = A^2 \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2^2 & 2^2 \\ 2^2 & 2^2 \end{pmatrix};$$

$$A^4 = A^3 \cdot A = \begin{pmatrix} 2^2 & 2^2 \\ 2^2 & 2^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2^2+2^2 & 2^2+2^2 \\ 2^2+2^2 & 2^2+2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2^3 & 2^3 \\ 2^3 & 2^3 \end{pmatrix}$$

Observase que o expoñente da base 2 é inferior nunha unidade ao expoñente de A, polo tanto:

$$A^{50} = \begin{pmatrix} 2^{49} & 2^{49} \\ 2^{49} & 2^{49} \end{pmatrix}$$

Exercicio nº10.-

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

A inversa é
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Comprobación:
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Exercicio nº11.-

Calculase a matriz inversa de A:

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & \downarrow & 1 & 0 \\ -1 & 2 & \downarrow & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} 1^a F + 2^a F \\ 2^a F + 1^a F \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & \downarrow & 1 & 1 \\ -1 & 2 & \downarrow & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & \downarrow & 1 & 1 \\ 0 & 1 & \downarrow & 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} 1^a F + 2^a F \\ 2^a F + 1^a F \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \downarrow & 2 & 3 \\ 0 & 1 & \downarrow & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

De onde $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. Multiplicase á dereita e á esquerda por A^{-1}

$$A^{-1}(A \cdot X \cdot A)A^{-1} = A^{-1} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} A^{-1}; \quad (A^{-1} \cdot A)X(A \cdot A^{-1}) = A^{-1} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} A^{-1}; \quad X = A^{-1} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} A^{-1};$$

$$X = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 26 & 46 \\ 15 & 27 \end{pmatrix}$$

Exercicio nº12.-

Como $A \cdot X = \begin{pmatrix} -4 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ x & y \end{pmatrix}$ e $X \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$. Igualanse os dous termos e obtense

$$\begin{cases} -4 - x = 1 - 2 \\ -4 - y = 2 - 4 \\ 4 + x = x - 2y \\ 4 + y = 2x - 4y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x = 3 \\ -y = 2 \\ 4 = -2y \\ 4 = 2x - 5y \end{cases}$$

; De onde $x = -3$ e $y = -2$; substituese nas outras dúas e obtense

$4 = 4$ e $4 = 4 - 6$. A matriz X será: $X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$

Exercicio nº13.-

Calculase A^{-1} :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{dividir por 3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} 1^a F - 2 \times 3^a F \\ 2^a F - 3^a F \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{3} & 1 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}. \text{ De onde } A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 & -\frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

Operase, $X = A^{-1} \cdot B \cdot A$; substitúense os valores e obtense X.

$$X = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 & -\frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{7}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 4 \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}$$

Exercicio nº14.-

a) A matriz será:

	CARPETAS	CUADERNOS	BOLÍGRAFOS
A	1	1	1
B	1	3	3
C	2	3	4

b) Os prezos de cada carpeta, cada caderno e cada bolígrafo resumense na matriz:

CARPETA	$\begin{pmatrix} 6 \end{pmatrix}$
CADERNO	$\begin{pmatrix} 1,5 \end{pmatrix}$
BOLÍGRAFO	$\begin{pmatrix} 0,24 \end{pmatrix}$

Se multiplicamos a matriz obtida en a) con esta última, obteremos a matriz que buscamos:

CARPETA	CADERNO	BOLÍGRAFO	
$A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{matrix} \text{CARPETA} \\ \text{CADERNO} \\ \text{BOLÍGRAFO} \end{matrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 1,5 \\ 0,24 \end{pmatrix} = \begin{matrix} A \\ B \\ C \end{matrix} \begin{pmatrix} 7,74 \\ 11,22 \\ 17,46 \end{pmatrix}$

O sexa, o lote A costa 7,74 euros, o lote B , 11,22 euros e o lote C , 17,46 euros.