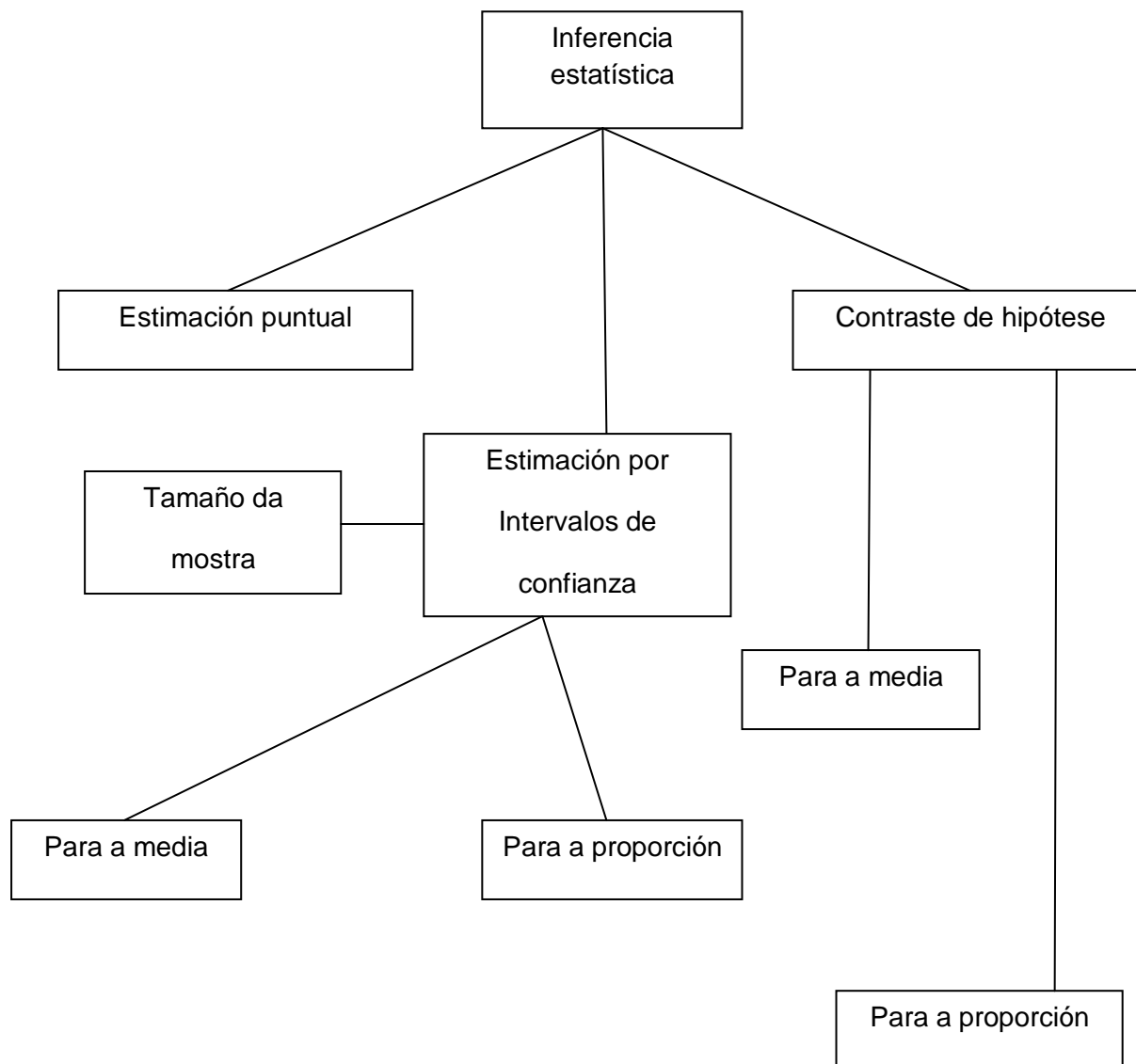


Resumo unidade 12



1. Intervalo de confianza para a media

É determinar un intervalo centrado na media mostral, de modo que o valor descoñecido de μ se atope no devandito intervalo cunha probabilidade tan grande como desexemos.

A esta probabilidade chamámola nivel de confianza e simbolizámola por $1 - \alpha$, mentres que a α denominámola nivel de significación ou nivel de risco.

o intervalo é $\left(\bar{X} - \frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + \frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}} \right)$

Error máximo, E , é a máxima diferenza que pode existir entre μ e a media da mostra elixida, \bar{X} , para un nivel de confianza $1 - \alpha$.

Simbolízase por $E = \frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}}$

1.1. Tamaño da mostra

O tamaño da mostra para que cun nivel de confianza determinado 90%, 95%, 99% ou outro, a diferenza entre a media mostral e a media poboacional sexa menor que un valor fixo ou, o que é o mesmo, o tamaño da mostra para que cun nivel de confianza establecido o erro máximo cometido sexa menor que unha cantidade dada

$$E = \frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = \frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{E} \Rightarrow n = \left(\frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{E} \right)^2$$

1.2. Intervalo de confianza para a media dunha distribución normal con σ descoñecida

Cando se descoñece o valor da desviación típica, σ , substitúese pola desviación típica mostral, S , que nalgúns calculadoras áchase coa tecla σ_{n-1} . O malo é que se empregamos a desviación típica mostral, S , a tipificación da variable \bar{X} , $\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$, non segue unha distribución normal $N(0,1)$, senón unha distribución t de Student que non é obxectivo deste curso.

2. Intervalo de confianza para a proporción

Coñecido o valor da proporción \hat{p} dunha mostra, podemos determinar un intervalo para p , a proporción poboacional da característica, do mesmo modo que fixemos no caso do intervalo de confianza para a media. Buscamos un intervalo no que o valor descoñecido de p se atope cunha probabilidade ou nivel de confianza $1 - \alpha$, onde α indica o nivel de significación.

Logo o intervalo de confianza para a proporción cando n é grande é aproximadamente

$$\left(\hat{p} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} \right)$$

Onde $z_{\alpha/2}$, como no caso do intervalo de confianza para a media, é o valor dunha abscisa da $N(0, 1)$ que deixa á súa dereita unha área de probabilidade $\alpha/2$

3. Contraste de hipótese para a media

Outra forma de abordar o problema de estimar a media dunha poboación consiste en formular unha hipótese sobre a media e despois usar a información que proporciona a mostra para confirmar ou rexeitar a devandita hipótese. Esta técnica de inferencia estatística coñécese co nome de contraste de hipótese ou test de hipótese. Suporemos que estamos ante unha variable aleatoria X que segue unha distribución normal de desviación típica, σ , coñecida.

O proceso do contraste de hipótese realízase en 4 pasos:

1. Establecer a hipótese que provisionalmente se considera verdadeira.
 $H_0 : \mu = \mu_0$
2. Fixar o nivel de significación α , que indica a probabilidade de rexeitar H_0 aíndo sendo verdadeira, ou establecer o nivel de confianza $1-\alpha$, que indica a probabilidade de aceptar H_0 cando é certa.
3. Determinar a rexión de aceptación para o nivel de significación α ou nivel de confianza $1-\alpha$, de tal maneira que a probabilidade de aceptar H_0 cando sexa certa coincida con $1-\alpha$. $P[|\bar{X} - \mu_0| < c] = 1-\alpha$
4. Extráese unha mostra e calcúlase a media mostral, \bar{X} ; a continuación compróbase se cae dentro ou fóra da rexión de aceptación. Se cae dentro acéptase H_0 e se non, rexéitase

3.1 Contraste bilateral

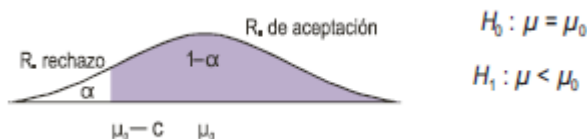
Aparece cando a hipótese alternativamente é simplemente distinta da hipótese nula.

A rexión de aceptación é:

$$\left(\mu_0 - \frac{Z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}}, \mu_0 + \frac{Z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

3.2 Contraste unilateral pola esquerda

Hai problemas en que nos interesa decidir se a hipótese alternativa é menor que o valor da hipótese nula. Estamos entón ante un contraste unilateral pola esquerda, cuxas hipóteses son:



A rexión de aceptación é:

$$\left(\mu_0 - \frac{Z_{\alpha} \cdot \sigma}{\sqrt{n}}, \infty \right)$$

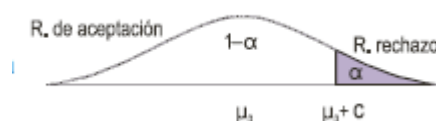
3.3 Contraste unilateral pola dereita

Noutros casos debemos contrastar se a hipótese alternativa é maior que a hipótese nula. Estamos entón ante un contraste unilateral pola dereita cuxas hipóteses son

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu > \mu_0$$

Neste caso a rexión aceptación é o intervalo $(-\infty, \mu_0 + c)$ e a rexión crítica ou rexión de rexeitamento $(\mu_0 + c, \infty)$ está situada á dereita da distribución das medias mostral.



A rexión de aceptación é: $(-\infty, \mu_0 + \frac{z_{\alpha} \cdot \sigma}{\sqrt{n}})$

4. Contraste de hipótese para a proporción

O contraste de hipótese para unha proporción ou porcentaxe baséase nos mesmos principios do contraste de hipótese para a media; tan só temos que recordar que se unha poboación ten unha proporción poboacional p dunha determinada característica, entón a variable aleatoria \hat{p} , das proporcións mostrais, cando $n \geq 30$, aproxímase a unha distribución normal $N\left(p, \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right)$.

A rexión de aceptación é:

$$\left(p_0 - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}, p_0 + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} \right)$$

Nos contrastes unilaterales as rexións de aceptación son:

- Pola esquerda $\left(p_0 - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}, \infty \right)$
- Pola dereita $\left(-\infty, p_0 + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} \right)$