

## Exercicios de Apoio

1. Un rebaño ten 2 000 ovellas. Son de distintas razas: 853 de A, 512 de B, 321 de C, 204 de D e 110 de E. Queremos extraer unha mostra de 120:
  - a) Cantas hai que elixir de cada raza para quea mostraxe sexa estratificada con repartición proporcional?
  - b) Como ten que ser a elección dentro de cada estrato?
2. Nunha fábrica que consta de 600 traballadores queremos tomar unha mostra de 20. Sabemos que hai 200 traballadores na sección A, 150 na B, 150 na C e 100 na D.
3. En certo barrio quérese facer un estudio para coñecer mellor o tipo de actividades de ocio que gustan máis aos seus habitantes. Para iso van ser enquisados 100 individuos elixidos ao chou.
4. En certa cadea de centros comerciais traballan 150 persoas no departamento de persoal, 450 no departamento de vendas, 200 no departamento de contabilidade e 100 no departamento de atención ao cliente. Co obxecto de realizar unha enquisa laboral, quérese seleccionar unha mostra de 180 traballadores.
  - a) ¿Qué tipo de muestreo deberíamos utilizar para la selección de a mostra se queremos que inclúa traballadores dos catro departamentos mencionados?
  - b) ¿Que número de traballadores teríamos que seleccionar en cada departamento atendendo a un criterio de proporcionalidade?
5. Nunha distribución  $N(6; 0,9)$ , calcula  $k$  para que se dean as seguintes igualdades
  - a)  $P[x \leq k] = 0,9772$
  - b)  $P[x \geq k] = 0,6331$
6. Nunha distribución  $N(150, 5)$ , sinala os intervalos característicos para o 90%, o 95% e o 99%.
7. As bolsas de sal envasadas por unha máquina teñen  $\mu = 500$  g e  $\sigma = 35$  g. As bolsas empaquetáronse en caixas de 100 unidades.
  - a) Calcular a probabilidade de que a media dos pesos das bolsas dun paquete sexa menor que 495 g.
  - b) Calcular a probabilidade de que unha caixa 100 de bolsas pese máis de 51
8. O tempo que tardan as caixeiros dun supermercado en cobrar aos clientes segue unha lei normal con media descoñecida e desviación típica 0,5 minutos. Para unha mostra aleatoria de 25 clientes obtívose un tempo medio de 5,2 minutos.
  - a) Calcula o intervalo de confianza ao nivel do 95% para o tempo medio que se tarda en cobrar aos clientes.
  - b) Indica o tamaño mostral necesario para estimar o devandito tempo medio cun o erro de  $\pm 0,5$  minutos e un nivel de confianza do 95%.

**9.** Considérese unha poboación na que se estudia unha característica  $X$  que segue unha distribución normal de media  $\mu=12$  e varianza  $\sigma^2=16$ . Pídese:

- a)** Probabilidade de que un elemento da poboación, elixido ó chou, teña a característica superior a 14.
- b)** Considérase unha mostra aleatoria de tamaño  $n=9$ . ¿Cal é a probabilidade de que a media mostral teña un valor superior a 14?

**10.** A probabilidade de que deixe de fumar un paciente, que se someteu a un réxime médico rigoroso, é de 0,8. Se se elixen 100 pacientes, que se someteron a dito réxime, ¿cal é a probabilidade de que deixaran de fumar entre 74 e 85 pacientes, ámbolos dous incluídos?

**11. a)** O soldo, en euros, dos empregados dunha fábrica segue unha distribución normal de media  $\mu=1500$  euros e desviación típica  $s=400$  euros. Elíxese ó chou unha mostra de 25 empregados desa fábrica, ¿cal é a probabilidade de que a media dos seus soldos estea comprendida entre 1420 e 1600 euros?

**b)** Se só coñecemos a desviación típica  $\sigma=400$  euros e descoñecemos a media  $\mu$  dos soldos dos empregados desa fábrica, ¿que tamaño de mostra deberíamos tomar para estimar  $\mu$  cun nivel de confianza do 95% se se admite un erro máximo de 100 euros?

**12.** Nunha distribución  $N(20, 6)$ , tomamos mostras de tamaño 64.

- a)** Cal cres que é a distribución das medias das mostras?
- b)** Cal é a probabilidade de extraer unha mostra cuxa media estea comprendida entre 19 e 21?

**13.** A cantidade de hemoglobina en sangue do home segue unha lei normal cunha desviación típica de 2 g/dl. Calcule o nivel de confianza dunha mostra de 12 extraccións de sangue que indique que a media poboacional de hemoglobina en sangue está entre 13 e 15 g/dl.

**14.** Nunha poboación unha variable aleatoria segue unha lei normal de media descoñecida e desviación típica 2.

- a)** Observada unha mostra de tamaño 400, tomada ao chou, obtívose unha media mostra ao igual a 50. ¿Calcule un intervalo, co 97% de confianza, para a media da poboación.
- b)** Co mesmo nivel de confianza, ¿que tamaño mínimo debe ter a mostra para que a amplitude do intervalo que se obteña sexa, como máximo, 1?

**15.** Unha marca de noces afirma que, como máximo, o 6% das noces están baleiras. Elixíronse 300 noces ao chou e detectáronse 21 baleiras. Si se mantiene el porcentaje muestral de nueces que están vacías y  $1-\alpha = 0.95$ , ¿qué tamaño muestral se necesitaría para estimar la proporción de nueces con un error menor del 1% por ciento?

## Soluciones:

1. Un rebaño ten 2 000 ovellas. Son de distintas razas: 853 de A, 512 de B, 321 de C, 204 de D e 110 de E. Queremos extraer unha mostra de 120:

- a) Cantas hai que elixir de cada raza para quea mostraxe sexa estratificada con repartición proporcional?
- b) Como ten que ser a elección dentro de cada estrato?

### Solución:

a) Cumplírase:  $120/2000 = n_1/853 \dots\dots\dots = n_5/110$

$n_1 = 51,18$   $n_2 = 30,72$   $n_3 = 19,26$   $n_4 = 12,24$   $n_5 = 6,6$

51 ovellas de raza A, 31 ovellas de B, 19 de C, 12 de D y 7 de E.

b) Dentro de cada estrato, la elección ha de ser aleatoria.

2. Nunha fábrica que consta de 600 traballadores queremos tomar unha mostra de 20. Sabemos que hai 200 traballadores na sección A, 150 na B, 150 na C e 100 na D.

### Solución:

$20/600 = x_1/200 \Rightarrow x_1 = 6,6 \Rightarrow$  7 Traballadores de A

$20/600 = x_2/150 \Rightarrow x_1 = 5 \Rightarrow$  5 Traballadores de B

$20/600 = x_3/150 \Rightarrow x_1 = 5 \Rightarrow$  5 Traballadores de C

$20/600 = x_4/100 \Rightarrow x_1 = 3,3 \Rightarrow$  3 Traballadores de D

3. En certo barrio quérese facer un estudio para coñecer mellor o tipo de actividades de ocio que gustan máis aos seus habitantes. Para iso van ser enquisados 100 individuos elixidos ao chou.

- a) Explicar qué procedemento de selección sería máis axeitado utilizar: mostraxe con ou sen reposición. ¿Por que?
- b) Como os gustos cambian coa idade e se sabe que no barrio viven 2.500 nenos, 7.000 adultos e 500 anciáns, posteriormente decídese elixir a mostra anterior utilizando unha mostraxe estratificada. Determinar o tamaño mostral correspondente a cada estrato.

### Solución:

a) Todas as fórmulas que estudamos de teoría da mostraxe e de inferencia estatística presupoñen que as poboacións son infinitas ou que, se non o son, a mostraxe aleatoria realízase con reposición.

b) Para efectuar unha mostraxe aleatoria estratificada, será necesario que a mostra reflicta fielmente os estratos existentes na poboación; deben considerarse os estratos formados por: nenos, adultos e anciáns. O tamaño mostral de cada estrato deberá ser proporcional á presenza deste na poboación orixinal:

Poboación total:  $2500 + 7000 + 500 = 10\,000$ .

$2500/10000 = x/100 \Rightarrow x = 25$  nenos

$7000/10000 = y/100 \Rightarrow y = 70$  adultos

$500/10000 = z/100 \Rightarrow z = 5$  ancians

4. En certa cadea de centros comerciais traballan 150 persoas no departamento de persoal, 450 no departamento de vendas, 200 no departamento de contabilidade e 100 no departamento de atención ao cliente. Co obxecto de realizar unha enquisa laboral, quérese seleccionar unha mostra de 180 traballadores.

- a) ¿Qué tipo de muestreo deberíamos utilizar para la selección de a mostra se queremos que inclúa traballadores dos catro departamentos mencionados?
- b) ¿Que número de traballadores teriamos que seleccionar en cada departamento atendendo a un criterio de proporcionalidade?

**Solución:**

a) Utilizaremos unha mostraxe aleatoria estratificada, xa que queremos que haxa representantes de cada un dos departamentos.

b)  $N = 150 + 450 + 200 + 100 = 900$

$$\begin{aligned} 180/900 &= x_1/150 \Rightarrow x_1 = 30 \text{ de persoal} \\ 180/900 &= x_2/450 \Rightarrow x_2 = 90 \text{ de vendas} \\ 180/900 &= x_3/200 \Rightarrow x_3 = 40 \text{ de contabilidade} \\ 180/900 &= x_4/100 \Rightarrow x_4 = 20 \text{ de atención ao cliente} \end{aligned}$$

5. Nunha distribución  $N(6; 0,9)$ , calcula  $k$  para que se dean as seguintes igualdades

- a)  $P[x \leq k] = 0,9772$
- b)  $P[x \geq k] = 0,6331$

**Solucion:**

a)  $P[x \leq k] = 0,9772 \Rightarrow P[z \leq (k-6)/0,9] = 0,8 \Rightarrow (k-6)/0,9 = 0,84 \Rightarrow k = 6,756$   
b)  $P[x \geq k] = 0,6331 \Rightarrow P[z \geq (k-6)/0,9] = 0,6331 \Rightarrow (k-6)/0,9 = 0,34 \Rightarrow k = 5,694$

6. Nunha distribución  $N(150, 5)$ , sinala os intervalos característicos para o 90%, o 95% e o 99%.

**Solucion:**

- a) Para el 90%:  $(150 - 1,645 \cdot 5; 150 + 1,645 \cdot 5) = (141,77; 158,22)$
- b) Para el 95%:  $(150 - 1,96 \cdot 5; 150 + 1,96 \cdot 5) = (140,2; 159,8)$
- c) Para el 99%:  $(150 - 2,575 \cdot 5; 150 + 2,575 \cdot 5) = (137,125; 162,87)$

7. As bolsas de sal envasadas por unha máquina teñen  $\mu = 500$  g e  $\sigma = 35$  g. As bolsas empaquetáronse en caixas de 100 unidades.

- a) Calcular a probabilidade de que a media dos pesos das bolsas dun paquete sexa menor que 495 g.
- b) Calcular a probabilidade de que unha caixa 100 de bolsas pese máis de 51

**Solución:**

**a)  $N(500;3,5) \Rightarrow P[\bar{x} < 495] = P[z < -1,43] = P[z > 1,43] = 0,0764$**

**b)  $N(50000, 350) \Rightarrow P[z > 2,86] = 0,0021$**

8. O tempo que tardan as caixeiros dun supermercado en cobrar aos clientes segue unha lei normal con media descoñecida e desviación típica 0,5 minutos. Para unha mostra aleatoria de 25 clientes obtívose un tempo medio de 5,2 minutos.

**a)** Calcula o intervalo de confianza ao nivel do 95% para o tempo medio que se tarda en cobrar aos clientes.

**b)** Indica o tamaño mostral necesario para estimar o devandito tempo medio cun o erro de  $\pm 0,5$  minutos e un nivel de confianza do 95%.

**Solución:**

**a)** O intervalo é: **(5,004, 5,396)**

**b)**  $n \geq 4$

9. Considérese unha poboación na que se estudia unha característica X que segue unha distribución normal de media  $\mu=12$  e varianza  $\sigma^2=16$ . Pídese:

**a)** Probabilidade de que un elemento da poboación, elixido ó chou, teña a característica superior a 14.

**b)** Considérase unha mostra aleatoria de tamaño  $n=9$ . ¿Cal é a probabilidade de que a media mostral teña un valor superior a 14?

**Solucion:**

**a)**  $X = N(12, 4)$  e  $Z = N(0,1)$

$$P(X > 14) = P(Z > 0,5) = 1 - P(Z < 0,5) = \mathbf{0,3085}$$

**b)**  $\bar{x} = N(12, 4/3) = N(\mu, \sigma/\sqrt{n})$

$$P[\bar{x} > 14] = P[z > 1,5] = 1 - P[z < 1,5] = \mathbf{0,0668}$$

10. A probabilidade de que deixe de fumar un paciente, que se someteu a un réxime médico rigoroso, é de 0,8. Se se elixen 100 pacientes, que se someteron a dito réxime, ¿cal é a probabilidade de que deixaran de fumar entre 74 e 85 pacientes, ámbolos dous incluídos?

**Solucion:**

Trátase dunha distribución  $X = B(100, 0,8)$ .

Aproximámola mediante unha distribución normal:  $X' = N(80, 4)$ , xa que  $\mu = n \cdot p = 80$

$$\text{E } \sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{100 \cdot 0,8 \cdot 0,2} = 4$$

$$P[74 < x < 85] = P[73,5 < x' < 85,5] = P[-1,625 \leq z \leq 1,375] = \mathbf{0,8621}$$

**11. a)** O soldo, en euros, dos empregados dunha fábrica segue unha distribución normal de media  $\mu=1500$  euros e desviación típica  $s=400$  euros. Elíxese ó chou unha mostra de 25 empregados desa fábrica, ¿cal é a probabilidade de que a media dos seus soldos estea comprendida entre 1420 e 1600 euros?

**b)** Se só coñecemos a desviación típica  $\sigma=400$  euros e descoñecemos a media  $\mu$  dos soldos dos empregados desa fábrica, ¿que tamaño de mostra deberíamos tomar para estimar  $\mu$  cun nivel de confianza do 95% se se admite un erro máximo de 100 euros?

**Solucion:**

**a)**  $X$  segue  $N(1500,400)$

$\bar{X}$  é o soldo medio dos 25 empregados  $\Rightarrow \bar{X}$  segue  $N(1500,80)$

$P[1420 \leq \bar{X} \leq 1600] = P[-1 \leq z \leq 1,25] = \mathbf{0,7357}$

**b)** O error máximo é :  $E = z_{\alpha/2} \cdot \sigma / \sqrt{n}$ , co nivel de confianza do 95%,  $z_{\alpha/2} = 1,96$   
 $n = 61,47$

Deberíamos tomar mostras de polo menos **62 empregados**

**12.** Nunha distribución  $N(20, 6)$ , tomamos mostras de tamaño 64.

**a)** Cal cres que é a distribución das medias das mostras?

**b)** Cal é a probabilidade de extraer unha mostra cuxa media estea comprendida entre 19 e 21?

**Solución:**

**a)** As medias muestrais  $\bar{x}$ , distribúense según unha normal de media  $\mu = 20$  e desviación típica  $\sigma / \sqrt{n} = 6/8 = 0,75$ ;  $N(20, 0,75)$

**b)**  $P[19 < \bar{x} < 21] \Rightarrow P[-1,33 < z < 1,33] = \mathbf{0,8164}$

**13.** A cantidade de hemoglobina en sangue do home segue unha lei normal cunha desviación típica de 2 g/dl. Calcule o nivel de confianza dunha mostra de 12 extraccións de sangue que indique que a media poboacional de hemoglobina en sangue está entre 13 e 15 g/dl.

**Solución:**  $z_{\alpha/2} = 1,73$  ;  $P(z < 1,73) = 0,9582$ ;  $1 - 0,9582 = 0,0418$ ;

$0,9582 - 0,0418 = 0,9164 \Rightarrow \mathbf{91,64\%}$

**14.** Nunha poboación unha variable aleatoria segue unha lei normal de media descoñecida e desviación típica 2.

**a)** Observada unha mostra de tamaño 400, tomada ao chou, obtívose unha media mostra ao igual a 50. ¿Calcule un intervalo, co 97% de confianza, para a media da poboación.

**b)** Co mesmo nivel de confianza, ¿que tamaño mínimo debe ter a mostra para que a amplitude do intervalo que se obteña sexa, como máximo, 1?

**Solución:**

a) O intervalo sería : **(49,783; 50,217)**

b)  $n \geq 76$

**15.** Unha marca de noces afirma que, como máximo, o 6% das noces están baleiras. Elixíronse 300 noces ao chou e detectáronse 21 baleiras. Si se mantiene el porcentaje muestral de nueces que están vacías y  $1-\alpha = 0.95$ , ¿qué tamaño muestral se necesitaría para estimar la proporción de nueces con un error menor del 1% por ciento?

**Solución:**

$$1 - \alpha = 0,95 \quad z_{\alpha/2} = 1,96 ; 0,01 = 1,96 \cdot \sqrt{(0,07 \cdot 0,93)/n} \Rightarrow$$

$$\sqrt{n} = 50 \Rightarrow \mathbf{n > 2501}$$