

Exercicios de Apoio

1. Exercicio nº 1.-

Calcula os determinantes das matrices seguintes:

a. $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$

b. $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$

2. Exercicio nº 2.-

Calcula: $|A| = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 0 & 1 \end{vmatrix}$; $|B| = \begin{vmatrix} 0 & 5 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 4 & 7 & 2 \end{vmatrix}$

3. Exercicio nº 3.-

Calcula o determinante das seguintes matrices;

$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 5 & -3 & 2 \end{pmatrix}$

4. Exercicio nº 4.-

Calcula os valores de a para que o determinante da matriz A sexa cero:

$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & a-6 & 3 \\ a+1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

5. Exercicio nº 5.-

Se $\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} = 7$, calcula $\begin{vmatrix} a+2x & b+2y & c+2z \\ 3p & 3q & 3r \\ p-x & q-y & r-z \end{vmatrix}$

6. Exercicio nº 6.-

Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, comproba se teñen inversas e, en caso afirmativo, calcúlalas.

7. Exercicio nº 7.-

Sexa a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Determinése se A se pode invertir, e no seu caso, calcúlese a matriz inversa.

8. Exercicio nº 8.-

Acha a matriz que cumpre $A \cdot X \cdot A = 2 \cdot B \cdot A$, sendo $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

9. Exercicio nº 9.-

Sabendo que $2A - B = \begin{pmatrix} 5 & 12 & 7 \\ 4 & 2 & 7 \end{pmatrix}$ e que $3A + 2B = \begin{pmatrix} 11 & 25 & 0 \\ 20 & 10 & 35 \end{pmatrix}$

- a) Cales son as dimensións de A e B?
- b) Calcula as matrices A e B.

10. Exercicio nº 10.-

Tres traballadores Antón, Bernardo e Carlos, para rematar un determinado mes, presentan á súa empresa o seguinte equipo de produción, correspondente ás horas de traballo, axudas de custo de mantemento e km de desprazamento fixadas por cada un deles.

	HORAS DE TRABALLO	AXUDAS	QUILÓMETROS
Antón	40	10	150
Bernardo	60	15	250
Carlos	30	6	100

Sabendo que a empresa paga aos tres traballadores a mesma retribución: x euros por hora traballada, y euros por cada dieta e z euros por km de desprazamento e que paga ese mes un total de 924 euros a Antón, 1390 euros a Bernardo e 646 euros a Carlos, calcula x, y, z.

Solucións

Exercicio nº 1.-

$$|A| = -14$$

$$|B| = 0$$

Exercicio nº 2.-

$$|A| = -5$$

$$|B| = 40$$

Exercicio nº 3.-

$$|A| = -17$$

$$|B| = -12$$

Exercicio nº 4.-

Desenvolvemos o determinante aplicando a regra de Sarrus e igualamos a cero
 $3(a+1) + (a-6)(a+1) - 12 = a^2 - 2a - 15 = 0$. $a = 5$ e $a = -3$

Exercicio nº 5.-

A transformación feita na primeira fila non cambia o valor do determinante, pero si as da 2ª e 3ª fila, que foron multiplicadas por 3 e por -1, respectivamente

$$\begin{vmatrix} a+2x & b+2y & c+2z \\ 3p & 3q & 3r \\ p-x & q-y & r-z \end{vmatrix} = -3 \begin{vmatrix} a+2x & b+2y & c+2z \\ p & q & r \\ -p+x & -q+y & -r+z \end{vmatrix} = -3 \begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} = -21$$

Exercicio nº 6.-

$$|A| = 3 \Rightarrow \text{existe } A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -6 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{2}{3} \\ -2 & \frac{5}{3} \end{pmatrix}$$

$$|B| = 0 \Rightarrow \text{no existe } B^{-1}$$

Exercicio nº 7.-

$$|A| = 7 \Rightarrow \text{existe } A^{-1} = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & -3 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5}{7} & \frac{1}{7} & \frac{2}{7} \\ \frac{3}{7} & \frac{2}{7} & -\frac{3}{7} \\ -\frac{2}{7} & \frac{1}{7} & \frac{2}{7} \end{pmatrix}$$

Exercicio nº8.-

$$A \cdot X \cdot A = 2 \cdot B \cdot A \Rightarrow (A \cdot X \cdot A) A^{-1} = (2 \cdot B \cdot A) A^{-1} \Rightarrow A \cdot X = 2 \cdot B \Rightarrow A^{-1}(A \cdot X) = A^{-1}(2 \cdot B) \Rightarrow X = 2 \cdot A^{-1} \cdot B$$

$$|A| = 1; \text{ adx}(A) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}; (\text{adx}(A))^t = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}; A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$X = 2 \cdot A^{-1} \cdot B = 2 \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -6 \\ 2 & 12 \end{pmatrix}$$

Exercicio nº 9.-

a) Dimensión de A, 3x2; dimension de B, 3x2

b) Resolvemos un sistema matricial

$$2A - B = \begin{pmatrix} 5 & 12 & 7 \\ 4 & 2 & 7 \end{pmatrix}; 3A + 2B = \begin{pmatrix} 11 & 25 & 0 \\ 20 & 10 & 35 \end{pmatrix}$$

Multiplicamos a primeira ecuación por 2 e sumamos as dúas:

$$7A = \begin{pmatrix} 21 & 49 & 14 \\ 28 & 14 & 49 \end{pmatrix}; A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 2 \\ 4 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

$$B = - \begin{pmatrix} 5 & 12 & 7 \\ 4 & 2 & 7 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 3 & 7 & 2 \\ 4 & 2 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 4 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

Exercicio nº 10

$$\begin{cases} 40x + 10y + 150z = 924 \\ 60x + 15y + 250z = 1390 \\ 30x + 6y + 100z = 646 \end{cases} \Rightarrow |A_x| = 22500; |A_y| = 45000; |A_z| = 240;$$

$$|A| = 1500 \Rightarrow x = 15 \text{ euros}; y = 30 \text{ euros}; z = 0,16 \text{ euros}$$