

Exercicios propostos

1 Dada a función: $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2} & \text{se } x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & \text{se } x > 1 \end{cases}$

- a) Estuda se é continua en $x=1$
- b) Estuda se é derivable en $x=1$

2 Dada a función $f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$

Estuda se é continua e derivable en $x=0$.

- 3 Determinar a ecuación da recta tanxente á elipse de ecuación $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ nos puntos de abscisa $x=3$.

- 4 Calcula a e b para que a función $f(x) = ax^2 + \frac{b}{x}$ teña no punto $(1,5)$ unha tanxente paralela á recta de ecuación $8x-2y+3=0$.

5 Dada a función: $f(x) = \begin{cases} 4x-5 & \text{se } x \leq 2 \\ x^2-1 & \text{se } x > 2 \end{cases}$

Verifica as hipóteses do Teorema do Valor Medio do Cálculo Diferencial no intervalo $[1,4]$?
En caso afirmativo, encontra o punto de validación do teorema.

6 Dada a función: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

- a) Comproba a validez do Teorema do Valor Medio do Cálculo Diferencial no intervalo $[0,2]$.
- b) É aplicable o Teorema de Rolle a esa función no intervalo $[0,2]$?
- c) É o Teorema de Rolle un caso particular do Teorema do Valor Medio? Xustifica a resposta.

7 Comproba a validez do Teorema de Rolle para a función $f(x) = \cos(x)$ no intervalo $[0, 2\pi]$.

8 Dada a función: $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{para } x \leq 0 \\ ax+b & \text{para } 0 < x \leq 1 \\ 3x & \text{para } x > 1 \end{cases}$

Determina a e b (números reais) para que $f(x)$ sexa continua.

Pódese aplicar o Teorema do Valor Medio no intervalo $[0, 1]$? Xustifica a resposta.

9 Demostrar que a recta $y = -x + 4$ é tanxente á curva $y = x^3 - 6x^2 + 8x$.

Calcular o punto de tanxencia e estudar se a recta corta a curva noutro punto.