Método de Gauss

É un método de resolución de ecuacións que consiste na aplicación automatizada do método de redución e que, ademais de resolver sistemas de ecuacións, permite estudar rangos de matrices e calcular a matriz inversa.

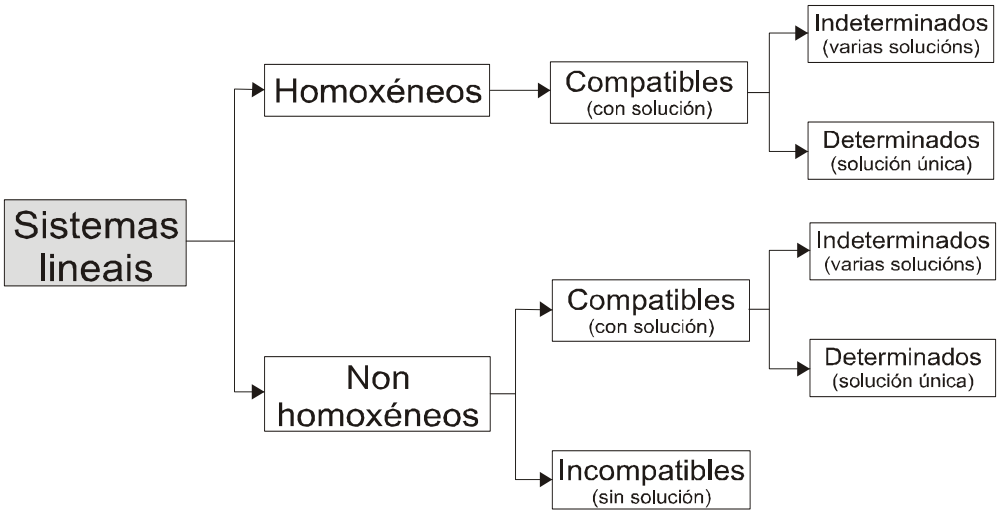
Sistemas de ecuacións lineais

Un conxunto de ecuacións lineais relativas a unha mesma situación forma un **sistema de ecuacións lineais**:

$$\left.\begin{array}{c} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1m}x_m = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2m}x_{2m} = b_2 \\ ..... \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + ... + a_{nm}x_m = b_n \end{array}\right\}$$

O conxunto formado por tódolos valores das incógnitas que verifiquen as ecuacións chamarémoslle **conxunto de solucións**.

Dúas ecuacións son **equivalentes** cando teñen o mesmo conxunto de solucións.



Método de Gauss

O obxectivo do Método de Gauss é ir transformando a matriz dos coeficientes do sistema ata que tódolos elementos situados por debaixo da diagonal sexan 0.

1. Escribir o sistema sen as *incógnita*s.

2. Facemos 0 os elementos por debaixo do 1,1 e logo os situados por debaixo do elemento 2,2 e así ata que, baixo da diagonal só queden 0.

$$\left.\begin{array}{c} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_{2m} = b_2 \\ \ldots. \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nm}x_m = b_n \end{array}\right\} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} a_{11} & \ldots & a_{1m} & b_1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & \ldots & a_{nm} & b_m \end{array}\right) \longrightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} A_{11} & A_{12} & \ldots & A_{1m} & B_1 \\ 0 & A_{22} & \ldots & A_{2m} & B_2 \\ 0 & 0 & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots. & \ldots & \ldots & \ldots. & \ldots \end{array}\right)$$

Poden darse os seguintes casos:

* Os elementos da diagonal son todos distintos de 0, o sistema é *compatible determinado*.
* Se aparece algunha fila na que tódolos elementos sexan 0 agás o termo independente, o *sistema é incompatible*.
* Non todos os elementos da diagonal son distintos de 0 e quedan menos filas non nulas que incógnitas, o sistema é compatible indeterminado.

Estudo do rango dunha matriz

Aplícase o método de Gauss facendo 0 toods os elementos da matriz por debaixo da diagonal. O rango será o número de filas non nulas que obteñamos.

Cálculo da matriz inversa

Aplícase de xeito semellante á resolución dun sistema polo método de Gauss pero en lugar de unha columna cos termos independentes teremos a matriz identidade.

Outra diferenza é que non podemos intercambiar filas ou columnas.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 1 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 1 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ 0 & 1 & 0 & A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ 0 & 0 & 1 & A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{array}\right)$$