Sistemas lineais

- **Ecuación lineal:** ecuación na que só aparecen productos das incógnitas por números e sumas deses productos.
- **Sistemas lineais:** sistema de ecuacións formado por ecuacións lineais. Sistema lineal de *n* ecuacións e *m* incógnitas:

$$\left.\begin{array}{c} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1m}x_m = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2m}x_{2m} = b_2 \\ ..... \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + ... + a_{nm}x_m = b_n \end{array}\right\}$$

Matriz dos coeficientes

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & ... & a_{1m} \\ ... & ... & ... \\ a_{n1} & ... & a_{nm} \end{pmatrix}$$

Matriz ampliada

$$M = \begin{pmatrix} a_{11} & ... & a_{1m} & b_1 \\ ... & ... & ... & ... \\ a_{n1} & ... & a_{nm} & b_n \end{pmatrix}$$

- **Sistemas equivalentes:** cando teñen o mesmo conxunto de solucións.
- **Sistemas homoxéneos:** sistema de ecuacións lineais cos termos independentes 0:

$$\left.\begin{array}{c} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1m}x_m = 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2m}x_{2m} = 0 \\ ..... . \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + ... + a_{nm}x_m = 0 \end{array}\right\}$$

Os sistemas homoxéneos sempre teñen, polo menos a solución que fai tódalas incógnitas 0.

Tipos de sistemas lineais segundo as solucións

Atendendo a se ten solución e ao número de solucións, un sistema de ecuacións lineais pode ser:

- **Compatible:** ten solución.
  - **Determinado:** ten unha única solución**.**
  - **Indeterminado:** ten moitas solucións.
- **Incompatible:** non ten solución.

Teorema de Rouche-Frobenius

Un sistema de ecuacións lineais ten solución se, e só se, o rango da matriz dos coeficientes é igual ao da matriz ampliada.
Ademais, se os rangos son iguais ao número de incógnitas, o sistema é determinado.
Temos as seguintes posibilidades:

- **rang(A)=rang(M):** Sistema compatible
  - **rang(A)=rang(M)=nº de incógnitas:** Determinado
  - **rang(A)=rang(M)≠nº de incógnitas:** Indeterminado
- **rang(A)≠rang(M):** Sistema incompatible

Regra de Cramer

Un sistema lineal de *n* ecuacións e *n* incógnitas ten solución única se e só se o determinante da matriz do sistema non é 0.

$$\left[\left.\begin{array}{c} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}x_1 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n \end{array}\right\} \begin{array}{c}\text{compatible} \\ \text{determinado}\end{array}\right] \Leftrightarrow \left[\det(A) \neq 0\right]$$

e as solucións son: $x_k = \dfrac{\begin{vmatrix} a_{11} & ... & \overset{k}{b_1} & ... & a_{1n} \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ a_{n1} & ... & b_n & ... & a_{nn} \end{vmatrix}}{\det(A)}$