

Problemas propostos

1. ¿Como teñen que ser as ordes de dúas matrices A e B para poder facer os productos $A \cdot B$ e $B \cdot A$? Xustifica a resposta.

2. ¿É certa a igualdade $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ sendo A e B matrices? Xustifica a resposta.

3. Atopa, se existe, a matriz inversa de $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$

4. Dados os puntos $A=(2,4)$, $B=(5,3)$ e $C=(3,6)$ e a matriz $M = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

a. Representa graficamente eses puntos.

b. Podemos considerar os puntos como matrices fila. Tendo en conta o anterior, multiplica cada punto pola matriz e representa os puntos obtidos. ¿Que resulta?

c. ¿Teñen algunha relación os valores dos elementos da matriz co que sucedeu? Xustifica a resposta.

5. Comproba coas matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ que o produto de matrices é asociativo.

6. As Matemáticas poden aplicarse para o estudio, incluso, do comportamento. Simplifiquemos a situación:

“Cando dous animais dunha certa especie de herbívoros se atopan cando están alimentándose teñen dúas opcións:

- Centrarse só en alimentarse e non colaborar co outro.
- Colaborar co outro turnándose para vixiar.

Podemos establecer unha valoración en termos de enerxía do que acontece segundo o que fai cada un:

- Os dous colaboran: os dous gañan 4 unidades de enerxía.

- Ningún colabora: gañan 1 pois deben alimentarse e vivir ao mesmo tempo.
- Un non colabora e outro si, gañan 5 e 0 respectivamente.

Podemos representar a estratexia, E , de cada animal cunha matriz fila, $(1,0)$ se colabora sempre, $(0,1)$ se non colabora nunca e $(p,1-p)$ se colabora cunha probabilidade p e non colabora o resto das veces.

Tamén podemos representar nunha matriz os “pagos”: $P = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

O que gaña, de media, un animal coa estratexia $E=(p,1-p)$ que se atopa con outro animal coa estratexia X pode calcularse coa fórmula: $E \cdot P \cdot X^t$

Chámase “estratexia evolutivamente estable” a que, ao ser adoptada por toda a poboación, non pode haber un animal cunha estratexia diferente que obteña mellores resultados.

- a) Demostra que a estratexia de NON colaborar é evolutivamente estable.
- b) Demostra que a estratexia de colaborar sempre non é evolutivamente estable.
- c) ¿Cal dirías que é a mellor estratexia evolutivamente estable?

7. Unha carteira de valores está formada por tres inversións diferentes: A, B e C. Teñen rentabilidade do 5%, 4% e 7% respectivamente e retencións fiscais sobre os beneficios do 20%, 20% e 25%.
- a. Calcula a rentabilidade e a retención totais se a carteira é de 6000 €, 4000 € e 10000 €.
 - b. Expresa os cálculos anteriores en forma de produto de matrices.

Nota: pódese calcular unha porcentaxe simplemente multiplicando por $r/100$ (r o %)