

Exercicios de Apoio

1. Suponse que os gastos correntes por empregado dos distintos departamentos dunha empresa seguen unha distribución normal con desviación típica 450 euros. Dos datos dispoñibles para 16 departamentos obtívose un gasto medio de 1650 euros. Determínese un intervalo de confianza ao 99% para o gasto corrente medio por empregado na empresa.

2. O peso dos cans adultos de certa raza é unha variable aleatoria que se distribúe normalmente con desviación típica 0,6 kg. Unha mostra aleatoria de 30 animais deu un peso medio de 7,4 kg.

a) Áchese un intervalo de confianza ao 99% para o peso medio dos cans adultos desta raza.

b) Que tamaño mínimo debe ter a mostra para ter unha confianza do 95% de que a media mostral non se diferencie en máis de 0,3 kg da media da poboación?

3. Sábese que a desviación típica das notas de certo exame de Matemáticas é 2,4. Para unha mostra de 36 estudantes obtívose unha nota media de 5,6. ¿Serven estes datos para confirmar a hipótese de que a nota media do exame foi de 6, cun nivel de confianza do 95%?

4. Un sociólogo prognosticou, para unha determinada cidade, o nivel de abstención nas próximas eleccións será do 40% como mínimo. Elíxese ao chou unha mostra aleatoria de 200 individuos, con dereito a voto, 75 dos cales estarían dispostos a votar. Determinar cun nivel de significación do 1%, se se pode admitir o prognóstico.

5. Un fabricante de lámpadas eléctricas está ensaiando un novo método de produción que se considerará aceptable se as lámpadas obtidas por este método dan lugar a unha poboación normal de duración media 2 400 horas, cunha desviación típica igual a 300. Tómase unha mostra de 100 lámpadas producidas por este método, e esta mostra dá unha duración media de 2 320 horas. Pódese aceptar a hipótese de validez do novo proceso de fabricación cun risco igual ou menor ao 5%?

6. Un informe indica que o prezo medio do billete de avión entre Canarias e Madrid é, como máximo, de 120 € cunha desviación típica de 40 €. Toma unha mostra de 100 viaxeiros e obtense que a media dos prezos dos seus billetes é de 128 €. ¿Pódese aceptar, cun nivel de significación igual a 0,1, a afirmación de partida?

7. Realiza o test de hipótese coas condicións que se indican:

$$H_0: p \leq 0,6; \alpha = 0,05; n = 600; pr = 0,61$$

8. Unha marca de noces afirma que, como máximo, o 6% das noces están baleiras. Elixíronse 300 noces ao chou e detectáronse 21 baleiras. ¿Con un nivel de significación do 1%, ¿pódese aceptar a afirmación da marca?

- 9.** Unha enquisa, realizada a 64 empregados dunha fábrica, concluíu que o tempo medio de duración dun emprego nela era de 6,5 anos, cunha desviación típica de 4. Serve esta información para aceptar, cun nivel de significación do 5%, que o tempo medio de emprego nesa fábrica é menor ou igual que 6?
- 10.** Trabállase coa hipótese de que un de cada dez homes manifesta algún tipo de daltonismo. Elixidos 400 homes, détéctanse 50 daltónicos. cun nivel de significación do 10%, pódese aceptar a hipótese de partida?
- 11.** A duración da lámpadas de 100 W que fabrica unha empresa segue unha distribución normal cunha desviación típica de 120 horas de duración. A súa vida media está garantida durante un mínimo de 800 horas. Escóllese ao chou unha mostra de 50 lámpadas dun lote e, despois de comprobalas, obtense unha vida media de 750 horas. Cun nivel de significación de 0,01, ¿habería que rexeitar o lote por non cumprir a garantía?
- 12.** El control de calidad una fábrica de pilas y baterías sospecha que hubo defectos en la producción de un modelo de batería para teléfonos móviles, bajando su tiempo de duración. Hasta ahora el tiempo de duración en conversación seguía una distribución normal con media 300 minutos y desviación típica 30 minutos. Sin embargo, en la inspección del último lote producido, antes de enviarlo al mercado, se obtuvo que de una muestra de 60 baterías el tiempo medio de duración en conversación fue de 290 minutos. Suponiendo que ese tiempo sigue siendo Normal con la misma desviación típica:
¿Se puede concluir que las sospechas del control de calidad son ciertas a un nivel de significación del 2%?
- 13.** Crese que o nivel medio de protombina nunha poboación normal é de 20 mg/100 ml de plasma cunha desviación típica de 4 miligramos/100 ml. Para comproba , toma unha mostra de 40 individuos nos que a media é de 18.5 mg/100 ml. ¿Pódese aceptar a hipótese, cun nivel de significación do 5%?1 Enunciamos las hipótesis nula y alternativa:

Solucións:

1. Suponse que os gastos correntes por empregado dos distintos departamentos dunha empresa seguen unha distribución normal con desviación típica 450 euros. Dos datos dispoñibles para 16 departamentos obtívose un gasto medio de 1650 euros. Determinéase un intervalo de confianza ao 99% para o gasto corrente medio por empregado na empresa.

Solución:

Coñecemos $\sigma = 450$, $n = 16$, $\bar{X} = 1650$ e $1 - \alpha = 0,99$. O intervalo de confianza para a media μ vén dado por $(\bar{X} - \frac{Z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + \frac{Z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}})$.

Calculamos $Z_{\alpha/2}$, como $P[Z < Z_{\alpha/2}] = 0,005 + 0,99 = 0,995$, $Z_{\alpha/2} = 2,57$. O intervalo de confianza será: $(1650 - \frac{2,57 \cdot 450}{\sqrt{16}}, 1650 + \frac{2,57 \cdot 450}{\sqrt{16}}) = (1360,875, 1939,125)$

2. O peso dos cans adultos de certa raza é unha variable aleatoria que se distribúe normalmente con desviación típica 0,6 kg. Unha mostra aleatoria de 30 animais deu un peso medio de 7,4 kg.

a) Áchese un intervalo de confianza ao 99% para o peso medio dos cans adultos desta raza.

b) Que tamaño mínimo debe ter a mostra para ter unha confianza do 95% de que a media mostral non se diferencie en máis de 0,3 kg da media da poboación?

Solución:

Coñecemos $\sigma = 0,6$, $n = 30$, $\bar{X} = 7,4$

a) $1 - \alpha = 0,99$, logo $Z_{\alpha/2} = 2,57$. O intervalo de confianza pedido é:

$$(7,4 - \frac{2,57 \cdot 0,6}{\sqrt{30}}, 7,4 + \frac{2,57 \cdot 0,6}{\sqrt{30}}) = (7,118, 7,682)$$

b) Para $1 - \alpha = 0,95$, $Z_{\alpha/2} = 1,96$. Como $E = 0,3$ e $\sigma = 0,6$ temos $n = 15,36$. O tamaño mínimo da mostra debe ser **$n = 16$** .

3. Sábese que a desviación típica das notas de certo exame de Matemáticas é 2,4. Para unha mostra de 36 estudantes obtívose unha nota media de 5,6. ¿Serven estes datos para confirmar a hipótese de que a nota media do exame foi de 6, cun nivel de confianza do 95%?

Solución:

1. Enunciamos as hipóteses nula e alternativa:

$H_0 : \mu = 6$ A nota media non variou.

$H_1 : \mu \neq 6$ A nota media variou.

2. Zona de aceptación

Para $\alpha = 0.05$, correspondelle un valor crítico: $z_{\alpha/2} = 1.96$.

Determinamos o intervalo de confianza para a media:

$(6 - 1.96 \cdot 0.4 ; 6 + 1.96 \cdot 0.4) = (5.22 ; 6.78)$

3. Verificación.

Valor obtenido da media da muestra: **5,6**.

4. Decisión

Aceptamos a hipótese nula H_0 , cun nivel de significación do 5%.

4. Un sociólogo prognosticou, que nunha determinada cidade, o nivel de abstención nas próximas eleccións será do 40% como mínimo. Elíxese ao chou unha mostra aleatoria de 200 individuos, con dereito a voto, 75 dos cales estarían dispostos a votar. Determinar cun nivel de significación do 1%, se se pode admitir o prognóstico.

Solución:

1. Enunciamos as hipóteses nula e alternativa:

$H_0 : \mu \geq 0.40$ A abstención será como mínimo do 40%.

$H_1 : \mu < 0.40$ A abstención será como máximo do 40%;

2. Zona de aceptación

Para $\alpha = 0.01$, correspondelle un valor crítico: $z_{\alpha} = 2.33$.

Determinamos o intervalo de confianza para a media:

$(0.3192, \infty)$

3. Verificación.

$$p' = 125/200 = 0.625$$

4. Decisión

Aceptamos a hipótese nula H_0 . Podemos afirmar, cun nivel de significación do 1%, que a abstención será como mínimo do 40%.

5. Un fabricante de lámpadas eléctricas está ensaiando un novo método de produción que se considerará aceptable se as lámpadas obtidas por este método dan lugar a unha poboación normal de duración media 2 400 horas, cunha desviación típica igual a 300. Tómase unha mostra de 100 lámpadas producidas por este método, e esta mostra dá unha duración media de 2 320 horas. Pódese aceptar a hipótese de validez do novo proceso de fabricación cun risco igual ou menor ao 5%?

Solución:

Temos que contrastar:

$H_0: \mu = 2\,400$ frente a $H_1: \mu \neq 2\,400$

Conocemos os seguintes datos:

$\mu_0 = 2\,400$; $\sigma_0 = 300$; $n = 100$

$\alpha = 0,05$ e $z_{\alpha/2} = 1,96$

O intervalo é : (2341,2; 2458,8)

Como $\bar{x} = 2\,320$ non cae dentro da zona de aceptación, rexeitamos H_0 , é dicir, non podemos aceptar a validez do novo proceso de fabricación.

6. Un informe indica que o prezo medio do billete de avión entre Canarias e Madrid é, como máximo, de 120 € cunha desviación típica de 40 €. Toma unha mostra de 100 viaxeiros e obtense que a media dos prezos dos seus billetes é de 128 €. ¿Pódese aceptar, cun nivel de significación igual a 0,1, a afirmación de partida?

Solución:

1. Enunciamos as hipóteses nula e alternativa:

$H_0: \mu \leq 120$

$H_1: \mu > 120$

2. Zona de aceptación

Para $\alpha = 0,1$, correspóndelle un valor crítico: $z_\alpha = 1,28$.

Determinamos o intervalo de confianza:

$(-\infty, 125,12)$

3. Verificación.

Valor obtenido de la media de la muestra: **128 €**.

4. Decisión

No aceptamos la hipótesis nula H_0 con un nivel de significación del 10%.

7. Realiza o test de hipótese coas condicións que se indican:

$H_0: p \leq 0,6$; $\alpha = 0,05$; $n = 600$; $pr = 0,61$

Solución

Hipótesis nula: $H_0: p \leq 0,6$

Hipótesis alternativa: $H_1: p > 0,6$

Zona de aceptación: $(-\infty; 0,6329)$

Verificación: **$pr = 0,61$**

Como **pr** está dentro de la zona de aceptación, aceptamos H_0 .

8. Unha marca de noces afirma que, como máximo, o 6% das noces están baleiras. Elixíronse 300 noces ao chou e detectáronse 21 baleiras. ¿Con un nivel de significación do 1%, ¿pódese aceptar a afirmación da marca?

Solución:

1. Enunciamos as hipóteses nula e alternativa:

$$H_0 : p \leq 0.06$$

$$H_1 : p > 0.06$$

2. Zona de aceptación

$$\alpha = 0.01 \quad z_\alpha = 2.33.$$

Determinamos o intervalo de confianza:

$$(-\infty, 0.092)$$

3. Verificación.

$$p' = 21/300 = 0.07$$

4. Decisión

Aceptamos la hipótesis nula H_0 . Con un nivel de significación del 1%.

9. Unha enquisa, realizada a 64 empregados dunha fábrica, concluíu que o tempo medio de duración dun emprego nela era de 6,5 anos, cunha desviación típica de 4. Serve esta información para aceptar, cun nivel de significación do 5%, que o tempo medio de emprego nesa fábrica é menor ou igual que 6?

Solución

Temos que contrastar:

$$H_0: \mu \leq 6 \text{ frente a } H_1: \mu > 6$$

Para un nivel de significación do 5%, temos que $z_\alpha = 1.645$.

Polo tanto, o intervalo é: $(-\infty; 6.8225)$

A media muestral obtida é $\bar{x} = 6.5$ anos.

Como a media muestral pertence ao intervalo de aceptación, non podemos rexeitar H_0 ; é dicir, aceptamos que o tempo medio é menor ou igual que 6 anos

10. Trabállase coa hipótese de que un de cada dez homes manifesta algún tipo de daltonismo. Elixidos 400 homes, détéctanse 50 daltónicos. cun nivel de significación do 10%, pódese aceptar a hipótese de partida?

Solución:

Expomos un contraste de hipótese bilateral para a proporción.

$$\text{Sean } H_0: p = 0.1 \text{ y } H_1: p \neq 0.1.$$

Ao 10% de significación correspóndelle $Z_{\alpha/2} = 1.645$

A zona de aceptación (0,0753; 0,1247).

$$Pr = 50/400 = 0,125$$

Como 0,125 non está no intervalo (0,0753; 0,1247), **non podemos aceptar a hipótesis de partida.**

11. A duración da lámpadas de 100 W que fabrica unha empresa segue unha distribución normal cunha desviación típica de 120 horas de duración. A súa vida media está garantida durante un mínimo de 800 horas. Escóllese ao chou unha mostra de 50 lámpadas dun lote e, despois de comprobalas, obtense unha vida media de 750 horas. Cun nivel de significación de 0,01, ¿habería que rexeitar o lote por non cumprir a garantía?

Solución:

1. Enunciamos as hipóteses nula e alternativa:

$$H_0 : \mu \geq 800$$

$$H_1 : \mu < 800$$

2. Zona de aceptación

$$\alpha = 0.01; \quad z_\alpha = 2.33$$

Determinamos o intervalo de confianza:

$$(760,46, \infty)$$

3. Verificación.

$$\bar{x} = 750$$

4. Decisión

Rechazamos la hipótesis nula H_0 . Con un nivel de significación del 1%.

12. El control de calidad una fábrica de pilas y baterías sospecha que hubo defectos en la producción de un modelo de batería para teléfonos móviles, bajando su tiempo de duración. Hasta ahora el tiempo de duración en conversación seguía una distribución normal con media 300 minutos y desviación típica 30 minutos. Sin embargo, en la inspección del último lote producido, antes de enviarlo al mercado, se obtuvo que de una muestra de 60 baterías el tiempo medio de duración en conversación fue de 290 minutos. Suponiendo que ese tiempo sigue siendo Normal con la misma desviación típica:

¿Se puede concluir que las sospechas del control de calidad son ciertas a un nivel de significación del 2%?

Solución:

1. Enunciamos as hipótesis nula e alternativa:

$$H_0 : \mu \geq 300$$

$$H_1 : \mu < 300$$

2. Zona de aceptación

$$\alpha = 0.02; \quad 1 - \alpha = 0.98; \quad P(1.96) = 0.98; \quad z_{\alpha} = 1.96 .$$

Determinamos o intervalo de confianza:

$$(292,4; \infty)$$

3. Verificación.

$$\mu = 290$$

4. Decisión

Rechazamos la hipótesis nula H_0 . Con un nivel de significación del 2%.

13. Crese que o nivel medio de protombina nunha poboación normal é de 20 mg/100 ml de plasma cunha desviación típica de 4 miligramos/100 ml. Para comproba , toma unha mostra de 40 individuos nos que a media é de 18.5 mg/100 ml. ¿Pódese aceptar a hipótese, cun nivel de significación do 5%?1 Enunciamos las hipótesis nula y alternativa:

Solución:

1. Enunciamos as hipótesis nula e alternativa:

$$H_0 : \mu = 20 \text{ mg/100 ml}$$

$$H_1 : \mu \neq 20 \text{ mg/100 ml}$$

2 Zona de aceptación

Para $\alpha = 0.05$, correspondelle un valor crítico: $z_{\alpha/2} = 1.96$.

Determinamos o intervalo de confianza para a media:

$$(18,77; 21,23)$$

3. Verificación.

Valor obtenido de la media de la muestra: **18.5**.

4. Decisión

Rechazamos la hipótesis nula H_0 , con un nivel de significación del 5%.