

Actividades

1. A desviación típica dunha variable aleatoria é $\sigma = 6$. Para estimar a media da devandita variable extráese unha mostra de tamaño 100 e obtense unha media mostral $\bar{X} = 100$. Constrúe un intervalo de confianza do 95% para estimar a media μ da poboación.
2. A duración das chamadas de teléfono, nunha oficina comercial, segue unha distribución normal con desviación típica 10 segundos. Tómasse unha mostra de 50 chamadas e a duración media das chamadas desa mostra é 35 segundos. Calcula o intervalo de confianza ao 99% para a duración media das chamadas.
3. Probáronse 10 automóviles, escollidos aleatoriamente dunha mesma marca e modelo, por condutores coa mesma forma de conducir e en estradas similares. Obtívose que o consumo medio de gasolina, en litros, por cada 100 quilómetros foi de 6,5. Estudos previos indican que o consumo de gasolina ten unha distribución normal de desviación típica 2 litros. Determina un intervalo de confianza ao 95% para a media do consumo de gasolina destes automóviles.
4. Estímase que o tempo de reacción dun condutor ante un obstáculo imprevisto ten unha distribución normal con desviación típica 0,05 segundos. Se se quere conseguir que o erro de estimación da media non supere os 0,01 segundos cun nivel de confianza do 99%, que tamaño mínimo ha de ter a mostra de tempos de reacción?
5. Sábese que a estatura dos individuos dunha poboación é unha variable aleatoria que segue unha distribución normal con desviación típica 6 cm. Tómasse unha mostra de 225 individuos que dan unha media de 176 cm.
 - a) Obtéñase un intervalo con 99% de confianza para a estatura media da poboación.
 - b) Calcúlese o tamaño mínimo da mostra para estimar a estatura media da poboación cun erro inferior a 1 cm e un nivel de confianza do 95%.
6. O prezo de certos electrodomésticos pode considerarse unha variable aleatoria con distribución normal de desviación típica 100 euros. Os prezos en euros correspondentes a unha mostra de 9 destes electrodomésticos son:
255 85 120 290 80 80 275 290 135
 - a) Constrúe un intervalo de confianza ao 98% para a media poboacional.
 - b) Acha o tamaño mínimo que debe ter a mostra, para que cun nivel de confianza do 99%, o erro de estimación do prezo medio non supere os 50 euros.
7. Sábese que os estudantes de certa universidade dormen un número de horas diarias que se distribúe segundo unha lei Normal de media μ e desviación típica $\sigma = 2$ horas.
 - a) A partir dunha mostra de 64 alumnos obtívose o intervalo de confianza (7,26, 8,14) para a media de horas de sono. Determina o nivel de confianza con que se construíu o devandito intervalo.
 - b) Determina o tamaño mostral mínimo necesario para que o erro que se cometa ao estimar a media da poboación por un intervalo de confianza sexa, como máximo, de 0,75 horas cun nivel de confianza do 98%.



8. Nunha bisbarra gandeira quérese estimar a proporción de ovellas que sofren unha enfermidade endémica.

Calcula o tamaño da mostra necesario para determinar esta proporción con erro menor que 0,04 para un nivel de confianza do 95%, sabendo que nunha mostra de 30 ovellas da bisbarra resultaron dúas enfermas.

9. Tomada ao chou unha mostra de 60 alumnos dunha Universidade atopouse que un terzo falaba inglés.

a) Acha, cun nivel de confianza do 90%, un intervalo para estimar a proporción de alumnos que falan o idioma inglés entre os alumnos desa Universidade.

b) Á vista do resultado anterior preténdese repetir a experiencia para conseguir unha cota de erro do 0,01 co mesmo nivel de confianza do 90%. Cantos individuos ha de ter a mostra?

10. Nun Instituto toman ao chou unha mostra de 100 alumnos e atópase que só 22 aprobaron todas as materias na última avaliación.

Pídese achar:

a) Cun nivel de confianza do 95%, un intervalo para estimar a porcentaxe de alumnos que aproban todas as materias.

b) Á vista do resultado anterior decídese repetir a experiencia para conseguir unha cota de erro do 0,03, co mesmo nivel de confianza do 95%. Cantos individuos ha de ter a mostra?

11. A partir da información proporcionada por unha mostra aleatoria de 500 familias de certa cidade determínase o intervalo de confianza (0,58, 0, 64) cun nivel de confianza do 95% para a proporción de familias da cidade que dispoñen de ordenador na casa.

Determinar:

a) A estimación puntual que daríamos, a partir da información recollida, para a proporción de familias na cidade que dispoñen de ordenador na casa.

b) O número mínimo de familias que teríamos que seleccionar para conseguir, cun nivel de confianza do 95%, que o erro máximo na estimación da devandita proporción sexa inferior a 0,01.

12. Nunha comunidade autónoma estúdase o número medio de fillos por muller a partir dos datos dispoñibles en cada municipio. Suponse que este número segue unha distribución normal con desviación típica igual a 0,08. O valor medio destes datos para 36 municipios resulta ser igual a 1,17 fillos por muller. Deséxase contrastar, cun nivel de significación de 0,01, se o número medio de fillos por muller na comunidade é de 1,25.

13. Un fabricante garante a un laboratorio farmacéutico que as súas máquinas producen comprimidos cun diámetro medio de 25 mm. Unha mostra de 100 comprimidos deu como media dos diámetros 25,18 mm. Supoñendo que o diámetro dos comprimidos é unha variable aleatoria con distribución normal de desviación típica 0,89 mm, deséxase contrastar cun nivel de significación do 5%, se o diámetro medio que afirma o fabricante é correcto. Para iso:

a) Formúlese a hipótese nula e a hipótese alternativa do contraste.

b) Realícese o contraste ao nivel de significación indicado.

14. Un establecemento vende paquetes de carbón para barbacoa de peso teórico 10 Kg. Suponse que o peso dos paquetes segue unha distribución normal con desviación típica 1 Kg. Para contrastar a citada hipótese, fronte a que o peso teórico sexa distinto de 10 Kg., escóllense ao chou 4 paquetes que pesan en Kg., respectivamente: 8, 10, 9, 8.

Deséxase que a probabilidade de aceptar a hipótese nula, se esta é certa, sexa 0,95. Pídese:

a) A rexión crítica do contraste.

b) Débese rexeitar a hipótese nula?

15. O peso medio dunha mostra aleatoria de 81 persoas dunha determinada poboación é 63,5. Sábese que a desviación típica poboacional é de 6 Kg. Cun nivel de significación do 0,05, hai suficientes evidencias para rexeitar a afirmación de que o peso medio poboacional é de 65 Kg.?

16. Nunha cidade sábese que a idade en que os fillos se independendizan dos seus pais é unha variable de distribución normal con media 29 anos e desviación típica 3 anos. Sospéitase que a media anterior descendeu debido a medidas liberalizadoras do mercado de traballo, mentres que a desviación típica se mantén. Un enquisa recente a 100 mozos que se acaban de independendizar revela unha media de idade de 28,1 anos.

Cun nivel de confianza do 99%, pode manterse que a idade media de independencia dos mozos segue sendo de 29 anos? Formula o contraste de hipótese e resólveo.

17. O coeficiente intelectual dunha universidade segue unha distribución normal de media descoñecida e desviación típica 14. Se nunha mostra de 64 alumnos se observou un coeficiente intelectual medio de 106 puntos, pódese aceptar, cun nivel de significación de 0,01, que o coeficiente intelectual medio da poboación desa universidade é $\mu = 110$ puntos?

18. Unha mostra de 64 soldados dun rexemento deu unha altura media de 174 cm. Pódese aceptar cun nivel de significación de 0,01 que o talle medio dos soldados do rexemento segue sendo os 172 cm e non aumentou cos últimos alistamentos? Suponse que a desviación típica poboacional segue sendo de 8 cm.

19. Un estudo entre a poboación de deportistas de elite indica que o seu peso se distribúe normalmente con media 70 Kg. e desviación típica 10 kg. Elíxese ao chou unha mostra de 64 deportistas dunha determinada disciplina e deu un peso medio de 75 kg. Cun nivel de significación de 0,05, pode dicirse que os deportistas que practican esta disciplina deportiva pesan máis que o resto de deportistas de elite?

20. Un dentista asegura que o 35% dos nenos de 10 anos presenta algún tipo de carie dental. Unha mostra de 100 nenos revelou que 32 presentaban algún tipo de carie. Comproba cun nivel de significación de 0,05 se o resultado da mostra confirma ou non a afirmación do dentista.



21. Un concello asegura que o 40% dos fogares da cidade ten calefacción de gas. A compañía subministradora de gas sospeita que non son tantos. Toma unha mostra de 200 fogares e resulta que 76 teñen instalación de calefacción a gas. Cun nivel de significación do 0,05, confirma o resultado da mostra a afirmación do concello?

22. Un vendedor de xornais afirma que 3 de cada 10 habitantes dunha determinada cidade le o diario LA NACIONCITA. Elíxese unha mostra de 144 habitantes da citada cidade e resulta que 32 admiten lelo. Cun nivel de significación do 5% contrasta se a afirmación do vendedor de xornais é esaxerada.

Soluciones Actividades Sección 12

1. A desviación típica dunha variable aleatoria é $\sigma = 6$. Para estimar a media da devandita variable extráese unha mostra de tamaño 100 e obtense unha media mostrai $\bar{X} = 100$. Constrúe un intervalo de confianza do 95% para estimar a media μ da poboación.

Solución:

Coñecemos $\sigma = 6$, $n = 100$, $\bar{X} = 100$ e $1 - \alpha = 95\% = 0,95$. O intervalo de confianza para a media μ vén dado por $(\bar{X} - \frac{Z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + \frac{Z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}})$. Únicamente temos que calcular $z_{\alpha/2}$, como $P[Z < z_{\alpha/2}] = \alpha/2 + 1 - \alpha = 0,025 + 0,95 = 0,975$, nas táboas vemos que 0,975 está na fila 1,9 e na columna 0,06, logo $z_{\alpha/2} = 1,96$.

O intervalo de confianza será: $(100 - \frac{1,96 \cdot 6}{\sqrt{100}}, 100 + \frac{1,96 \cdot 6}{\sqrt{100}}) = (100 - 1,176, 100 + 1,176) = \mathbf{(98,824, 101, 176)}$

2. A duración das chamadas de teléfono, nunha oficina comercial, segue unha distribución normal con desviación típica 10 segundos. Tómake unha mostra de 50 chamadas e a duración media das chamadas desa mostra é 35 segundos. Calcula o intervalo de confianza ao 99% para a duración media das chamadas.

Solución:

Coñecemos $\sigma = 10$, $n = 50$, $\bar{X} = 35$ e $1 - \alpha = 0,99$. O intervalo de confianza para a media μ vén dado por $(\bar{X} - \frac{Z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + \frac{Z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}})$.

Calculamos $z_{\alpha/2}$, como $P[Z < z_{\alpha/2}] = 0,005 + 0,99 = 0,995$, $z_{\alpha/2} = 2,57$. O intervalo de confianza será: $(35 - \frac{2,57 \cdot 10}{\sqrt{50}}, 35 + \frac{2,57 \cdot 10}{\sqrt{50}}) = \mathbf{(31,365, 38,634)}$

3. Probáronse 10 automóviles, escollidos aleatoriamente dunha mesma marca e modelo, por condutores coa mesma forma de conducir e en estradas similares. Obtívose que o consumo medio de gasolina, en litros, por cada 100 quilómetros foi de 6,5. Estudos previos indican que o consumo de gasolina ten unha distribución normal de desviación típica 2 litros. Determina un intervalo de confianza ao 95% para a media do consumo de gasolina destes automóviles.

Solución:

Coñecemos $\sigma = 2$, $n = 10$, $\bar{X} = 6,5$ e $1 - \alpha = 0,95$. O intervalo de confianza para a media μ vén dado por $(\bar{X} - \frac{Z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + \frac{Z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}})$.

Calculamos $z_{\alpha/2}$, como $P[Z < z_{\alpha/2}] = 0,025 + 0,95 = 0,975$, $z_{\alpha/2} = 1,96$. O intervalo de confianza será: $(6,5 - \frac{1,96 \cdot 2}{\sqrt{10}}, 6,5 + \frac{1,96 \cdot 2}{\sqrt{10}}) = \mathbf{(5,260, 7,739)}$

4. Estímase que o tempo de reacción dun condutor ante un obstáculo imprevisto ten unha distribución normal con desviación típica 0,05 segundos. Se se quere conseguir que o erro de estimación da media non supere os 0,01 segundos cun nivel de confianza do 99%, que tamaño mínimo ha de ter a mostra de tempos de reacción?

Solución:

Coñecemos $\sigma=0,05$, $E=0,01$, e $1-\alpha=0,99$. O tamaño da mostra $n = \left(\frac{Z_{\alpha/2}}{E} \cdot \sigma \right)^2$.

De $P[Z < z_{\alpha/2}] = 0,005 + 0,99 = 0,995$, $z_{\alpha/2} = 2,57$. Luego $n = \left(\frac{2,57 \cdot 0,05}{0,01} \right)^2 = 165,122$.

O tamaño mínimo da mostra debe ser maior que 165,122, é dicir, **$n=166$** .

5. Sábese que a estatura dos individuos dunha poboación é unha variable aleatoria que segue unha distribución normal con desviación típica 6 cm. Tómasse unha mostra de 225 individuos que dan unha media de 176 cm.

a) Obtéñase un intervalo con 99% de confianza para a estatura media da poboación.

b) Calcúlese o tamaño mínimo da mostra para estimar a estatura media da poboación cun erro inferior a 1 cm e un nivel de confianza do 95%.

Solución:

a) Coñecemos $\sigma=6$, $n=225$, $\bar{X}=176$, e $1-\alpha=0,99$, logo $Z_{\alpha/2}=2,57$ polo que o intervalo de confianza pedido é $\left(176 - \frac{2,57 \cdot 6}{\sqrt{225}}, 176 + \frac{2,57 \cdot 6}{\sqrt{225}} \right) = \mathbf{(174,969, 174,030)}$.

b) Para $1-\alpha=0,95$, $Z_{\alpha/2}=1,96$. Como $E=1$ e $\sigma=6$ temos $n = (1,9 \cdot 6/1)^2 = 138,29$.
O tamaño mínimo da mostra debe ser **$n=139$** .

6. O prezo de certos electrodomésticos pode considerarse unha variable aleatoria con distribución normal de desviación típica 100 euros. Os prezos en euros correspondentes a unha mostra de 9 destes electrodomésticos son:
255 85 120 290 80 80 275 290 135

a) Constrúe un intervalo de confianza ao 98% para a media poboacional.

b) Acha o tamaño mínimo que debe ter a mostra, para que cun nivel de confianza do 99%, o erro de estimación do prezo medio non supere os 50 euros.

Solución:

Coñecemos $\sigma=100$, $n=9$, $\bar{X} = (255 + 85 + \dots + 135)/9 = 178,88$.

a) $1-\alpha=0,98$, logo de $P[Z < z_{\alpha/2}] = 0,01 + 0,98 = 0,99$ lemos nas táboas $Z_{\alpha/2}=2,33$. O intervalo de confianza pedido é como xa é sabido calcular **$(101,213, 256,546)$** .

b) Para $1-\alpha=0,95$, $Z_{\alpha/2}=2,57$. Como $E=1$ e $\sigma=6$ temos

$$n = (2,57 \cdot 100/50)^2 = 26,41.$$

O tamaño mínimo da mostra debe ser **$n=27$**

7. Sábese que os estudantes de certa universidade dormen un número de horas diarias que se distribúe segundo unha lei Normal de media μ e desviación típica $\sigma=2$ horas.

a) A partir dunha mostra de 64 alumnos obtívose o intervalo de confianza (7,26, 8,14) para a media de horas de sono. Determina o nivel de confianza con que se construíu o devandito intervalo.

b) Determina o tamaño mostral mínimo necesario para que o erro que se cometa ao estimar a media da poboación por un intervalo de confianza sexa, como máximo, de 0,75 horas cun nivel de confianza do 98%.

Solución:

a) Coñecemos $\sigma=2$, $n=64$, pero descoñecemos \bar{X} e $1-\alpha$. O valor \bar{X} é o punto medio do intervalo de confianza (7,26; 8,14), $\bar{X} = (7,26 + 8,14)/2 = 7,7$.

Agora, $7,7 - 7,26 = \left(\frac{Z_{\alpha/2}}{\sqrt{64}} \cdot 2 \right)$, $Z_{\alpha/2} = (0,44 \cdot 8)/2 = 1,76$.

Nas táboas lemos o valor correspondente a 1,7 na columna 0,06 e obtemos 0,9608. Como $\alpha/2 + 1 - \alpha = 0,9608$, $\alpha = 0,0748$ y $1 - \alpha = 0,9216$. O nivel de confianza é de **92,16%**.

b) Coñecemos $1 - \alpha = 0,98$ y $E = 0,75$ horas. Como $P[Z < Z_{\alpha/2}] = 0,01 + 0,98 = 0,99$, $Z_{\alpha/2} = 2,33$. Entón $n = (2,33 \cdot 2/0,75)^2 = 38,60$. O tamaño mínimo da mostra debe ser **n= 39**.

8. Nunha bisbarra gandeira quérese estimar a proporción de ovellas que sofren unha enfermidade endémica.

Calcula o tamaño da mostra necesario para determinar esta proporción con erro menor que 0,04 para un nivel de confianza do 95%, sabendo que nunha mostra de 30 ovellas da bisbarra resultaron dúas enfermas.

Solución:

Coñecemos $E = 0,04$, $1 - \alpha = 0,95$, $n = 30$ e $p = 2/30$ e será $Z_{\alpha/2} = 1,96$. Sustituindo en

$E = Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ e despxando n temos $n = 149,39$. O tamaño mínimo da mostra debe ser **n = 150**

O tamaño mínimo da mostra debe ser **n= 150**

9. Tomada ao chou unha mostra de 60 alumnos dunha Universidade atopouse que un terzo falaba inglés.

a) Acha, cun nivel de confianza do 90%, un intervalo para estimar a proporción de alumnos que falan o idioma inglés entre os alumnos desa Universidade.

b) Á vista do resultado anterior preténdese repetir a experiencia para conseguir unha cota de erro do 0,01 co mesmo nivel de confianza do 90%. Cantos individuos ha de ter a mostra?

Solución:

a) Coñecemos $n=60$, $1 - \alpha = 0,90$ e $\hat{p} = 1/3$. De $P[Z < Z_{\alpha/2}] = 0,05 + 0,9 = 0,95$, obtemos nas taboas $Z_{\alpha/2} = 1,64$.

Sustituindo no intervalo de confianza para a proporción p

$$\left(\hat{p} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right) = (0,233, 0,433)$$

b) Como $E = 0,01$, $1-\alpha = 0,9$ e $\hat{p} = 1/3$, substituímos e despegamos n en

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \text{ obtendo } n = 5976,88. \text{ O tamaño mínimo da mostra debe ser:}$$

$$n = 5977$$

10. Nun Instituto toman ao chou unha mostra de 100 alumnos e atópase que só 22 aprobaron todas as materias na última avaliación.

Pídese achar:

a) Cun nivel de confianza do 95%, un intervalo para estimar a porcentaxe de alumnos que aproban todas as materias.

b) Á vista do resultado anterior decídese repetir a experiencia para conseguir unha cota de erro do 0,03, co mesmo nivel de confianza do 95%. Cantos individuos ha de ter a mostra?

Solución:

a) Coñecemos $n = 100$, $1-\alpha = 0,95$ e $\hat{p} = 2/100$, polo tanto $z_{\alpha/2} = 1,96$.
Substituíndo no intervalo de confianza para a proporción p

$$\left(\hat{p} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right) = (0,138, 0,301)$$

b) Como $E = 0,03$, $1-\alpha = 0,95$, $z_{\alpha/2} = 1,96$ e $\hat{p} = 0,22$, substituímos e despegamos n en

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \text{ obtendo } 732,46.$$

O tamaño mínimo da mostra debe ser **$n = 733$**

11. A partir da información proporcionada por unha mostra aleatoria de 500 familias de certa cidade determínase o intervalo de confianza (0,58, 0,64) cun nivel de confianza do 95% para a proporción de familias da cidade que dispoñen de ordenador na casa.

Determinar:

a) A estimación puntual que daríamos, a partir da información recollida, para a proporción de familias na cidade que dispoñen de ordenador na casa.

b) O número mínimo de familias que teríamos que seleccionar para conseguir, cun nivel de confianza do 95%, que o erro máximo na estimación da devandita proporción sexa inferior a 0,01.

Solución:

a) Como o intervalo de confianza ao 95% é (0,58, 0,64), a mellor estimación puntual da proporción p é o punto medio do intervalo: $(0,58 + 0,64)/2 = \mathbf{0,61}$.

b) Como $E=0,03$, $1-\alpha=0,95$, $z_{\alpha/2}=1,96$ e $\hat{p}=0,22$, substituímos e despexamos n en

$$E = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \text{ obtendo } 9139,16.$$

O tamaño mínimo da mostra debe ser **$n=9140$**

12. Nunha comunidade autónoma estúdase o número medio de fillos por muller a partir dos datos dispoñibles en cada municipio. Suponse que este número segue unha distribución normal con desviación típica igual a 0,08. O valor medio destes datos para 36 municipios resulta ser igual a 1,17 fillos por muller. Deséxase contrastar, cun nivel de significación de 0,01, se o número medio de fillos por muller na comunidade é de 1,25.

Solución:

a) **Paso 1.** Establecemos $H_0: \mu = 1,25$, $H_1: \mu \neq 1,25$.

Paso 2. Fixamos $\alpha=1\%=0,01$ e $1-\alpha=0,99$.

b) **Paso 3.** Determinamos da rexión de aceptación. Como $z_{\alpha/2}=2,57$

$$\left(\mu_0 - \frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}}, \mu_0 + \frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}}\right) = \mathbf{(1,215, 1,284)}$$

c) **Paso 4.** Como $\bar{X}=1,17$ e non pertence ao intervalo (1,215; 1,284), rexeitamos a hipótese nula. O número de fillos por muller nesa comunidade non é 1,25.

13. Un fabricante garante a un laboratorio farmacéutico que as súas máquinas producen comprimidos cun diámetro medio de 25 mm. Unha mostra de 100 comprimidos deu como media dos diámetros 25,18 mm. Supoñendo que o diámetro dos comprimidos é unha variable aleatoria con distribución normal de desviación típica 0,89 mm, deséxase contrastar cun nivel de significación do 5%, se o diámetro medio que afirma o fabricante é correcto. Para iso:

a) Formúlese a hipótese nula e a hipótese alternativa do contraste.

b) Realícese o contraste ao nivel de significación indicado.

Solución:

a) **Paso 1.** Establecemos $H_0: \mu = 25$, $H_1: \mu \neq 25$.

Paso 2. Fixamos $\alpha=5\%=0,05$ e $1-\alpha=0,95$.

b) **Paso 3.** Determinamos da rexión de aceptación. Como $z_{\alpha/2}=1,96$

$$\left(\mu_0 - \frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}}, \mu_0 + \frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}}\right) = \mathbf{(24,825, 25,174)}$$

c) **Paso 4.** Como $\bar{X}=25,18$ e non pertence ao intervalo (24,825, 25,174), rexeitamos a hipótese nula.

14. Un establecemento vende paquetes de carbón para barbacoa de peso teórico 10 Kg. Suponse que o peso dos paquetes segue unha distribución normal con desviación típica 1 Kg. Para contrastar a citada hipótese, fronte a que o peso teórico sexa distinto de 10 Kg., escóllense ao chou 4 paquetes que pesan en Kg., respectivamente: 8, 10, 9, 8.

Deséxase que a probabilidade de aceptar a hipótese nula, se esta é certa, sexa 0,95. Pídese:

a) A rexión crítica do contraste.

b) ¿Débese rexeitar a hipótese nula?

Solución:

a) **Paso 1.** Establecemos $H_0: \mu = 10$, $H_1: \mu \neq 10$.

Paso 2. Fixamos $\alpha = 5\% = 0,05$ e $1 - \alpha = 0,95$.

b) **Paso 3.** Determinamos da rexión de aceptación. Como $z_{\alpha/2} = 1,96 \Rightarrow$

$$\left(\mu_0 - \frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}}, \mu_0 + \frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}}\right) = (9,02, 10,98).$$

A rexión crítica do contraste está formada polos intervalos $(-\infty, 9,02)$ e $(10,98, \infty)$ e é complementaria da rexión de aceptación.

c) **Paso 4.** Como $\bar{X} = (8 + 10 + 9 + 8)/4 = 8,75$ e non pertence ao intervalo $(9,02; 10,98)$, **rexecemos a hipótese nula.**

15. O peso medio dunha mostra aleatoria de 81 persoas dunha determinada poboación é 63,5. Sábese que a desviación típica poboacional é de 6 Kg. Cun nivel de significación do 0,05, hai suficientes evidencias para rexeitar a afirmación de que o peso medio poboacional é de 65 Kg.?

Solución:

a) **Paso 1.** Establecemos $H_0: \mu = 65$, $H_1: \mu \neq 65$.

Paso 2. Fixamos $\alpha = 0,05$ e $1 - \alpha = 0,95$.

b) **Paso 3.** Determinamos da rexión de aceptación. Como $z_{\alpha/2} = 1,96$

$$\left(\mu_0 - \frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}}, \mu_0 + \frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}}\right) = (63,693, 66,306).$$

c) **Paso 4.** Como $\bar{X} = 63,5$ hai evidencias razoables para rexeitar a afirmación do peso medio.

16. Nunha cidade sábese que a idade en que os fillos se independendizan dos seus pais é unha variable de distribución normal con media 29 anos e desviación típica 3 anos. Sospéitase que a media anterior descendeu debido a medidas liberalizadoras do mercado de traballo, mentres que a desviación típica se mantén. Un enquisa recente a 100 mozos que se acaban de independendizar revela unha media de idade de 28,1 anos.

Cun nivel de confianza do 99%, pode manterse que a idade media de independencia dos mozos segue sendo de 29 anos? Formula o contraste de hipótese e resólveo.

Solución:

a) **Paso 1.** Establecemos $H_0: \mu = 29$, $H_1: \mu < 29$.

Paso 2. Fixamos $\alpha = 0,01$ e $1 - \alpha = 0,99$.

b) **Paso 3.** Determinamos da rexión de aceptación. Como $Z_{\alpha/2} = 2,33$

$$\left[\mu_0 - \frac{Z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}}, \infty \right) = (28,301, \infty)$$

c) **Paso 4.** Como $\bar{X} = 28,1$ non pertence á rexión de aceptación rexeitamos a hipótese nula; a idade media de independencia xa non é 29 anos, diminuíu.

17. O coeficiente intelectual dunha universidade segue unha distribución normal de media descoñecida e desviación típica 14. Se nunha mostra de 64 alumnos se observou un coeficiente intelectual medio de 106 puntos, pódese aceptar, cun nivel de significación de 0,01, que o coeficiente intelectual medio da poboación desa universidade é $\mu = 110$ puntos?

Solución:

a) **Paso 1.** Establecemos $H_0: \mu = 110$, $H_1: \mu < 110$.

Paso 2. Fixamos $\alpha = 0,01$ e $1 - \alpha = 0,99$.

b) **Paso 3.** Determinamos da rexión de aceptación. Como $Z_{\alpha/2} = 2,3$

$$\left[\mu_0 - \frac{Z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}}, \infty \right) = \left[110 - \frac{2,33 \cdot 14}{\sqrt{64}}, \infty \right) = (105,922, \infty).$$

c) **Paso 4.** Como $\bar{X} = 106$ pertence ao intervalo $(105,922, \infty)$ aceptamos a hipótese nula. Neste exercicio non parece moi claro o contraste unilateral, cando teñamos dúbida formulamos o contraste bilateral.

18. Unha mostra de 64 soldados dun rexemento deu unha altura media de 174 cm. Pódese aceptar cun nivel de significación de 0,01 que o talle medio dos soldados do rexemento segue sendo os 172 cm e non aumentou cos últimos alistamentos? Suponse que a desviación típica poboacional segue sendo de 8 cm.

Solución:

a) **Paso 1.** Establecemos $H_0: \mu = 172$, $H_1: \mu > 172$.

Paso 2. Fixamos $\alpha = 0,01$ e $1 - \alpha = 0,99$.

b) **Paso 3.** Determinamos da rexión de aceptación. Como $Z_{\alpha/2} = 2,33$

$$\left(-\infty, \mu_0 + \frac{Z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}} \right) = (-\infty, 174,33)$$

c) **Paso 4.** Como $\bar{X}=174$ pertence á rexión de aceptación, admitimos que o tallo medio sexa 172 cm.

19. Un estudo entre a poboación de deportistas de elite indica que o seu peso se distribúe normalmente con media 70 Kg. e desviación típica 10 kg. Elíxese ao chou unha mostra de 64 deportistas dunha determinada disciplina e deu un peso medio de 75 kg. Cun nivel de significación de 0,05, pode dicirse que os deportistas que practican esta disciplina deportiva pesan máis que o resto de deportistas de elite?

Solución:

a) **Paso 1.** Establecemos $H_0: \mu = 70$, $H_1: \mu > 70$.

Paso 2. Fixamos $\alpha = 0,05$ e $1 - \alpha = 0,95$.

b) **Paso 3.** Determinamos da rexión de aceptación. Como $Z_{\alpha/2} = 1,64$

$$\left(-\infty, \mu_0 + \frac{Z_{\alpha/2} \sigma}{\sqrt{n}} \right) = (-\infty, 72,05)$$

c) **Paso 4.** Como $\bar{X} = 75$, e non pertence á rexión de aceptación, podemos admitir que os deportistas que practican esa disciplina pesan en media máis que o resto dos deportistas de elite.

20. Un dentista asegura que o 35% dos nenos de 10 anos presenta algún tipo de carie dental. Unha mostra de 100 nenos revelou que 32 presentaban algún tipo de carie. Comproba cun nivel de significación de 0,05 se o resultado da mostra confirma ou non a afirmación do dentista.

Solución:

Paso 1. As hipóteses do contraste son: $H_0: p = 0,35$ e $H_1: p \neq 0,35$.

Paso 2. O nivel de significación é $\alpha = 0,05$ e $1 - \alpha = 0,95$.

Paso 3. Determinamos a rexión de aceptación:

$$\left(p_0 - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}, p_0 + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} \right) . \text{ Como}$$

$\alpha = 5\% = 0,05$, $Z_{\alpha/2} = 1,96$; en consecuencia, como $n = 100$ e $p_0 = 0,35$, a rexión de aceptación será: **(0,256, 0,443)**.

Paso 4.

Da mostra $\hat{p} = 32/100 = 0,32$ e ademais cae dentro do intervalo (0,256; 0,443); polo tanto, aceptamos a afirmación do dentista.

21. Un concello asegura que o 40% dos fogares da cidade ten calefacción de gas. A compañía subministradora de gas sospeita que non son tantos. Toma unha mostra de 200 fogares e resulta que 76 teñen instalación de calefacción a gas. Cun nivel de significación do 0,05, confirma o resultado da mostra a afirmación do concello?

Solución:

Paso 1. As hipóteses do contraste son: $H_0: p = 0,4$ e $H_1: p < 0,4$.

Paso 2. O nivel de significación é $\alpha = 0,05$ e $1 - \alpha = 0,95$.

Paso 3. Determinamos a rexión de aceptación:

$$\left(p_0 - Z_{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}, \infty \right). \text{ De } P[Z > -Z_{\alpha}] = P[Z < Z_{\alpha}] = 0,95,$$

concluimos que $z_{\alpha} = 1,64$. Logo a rexión de aceptación é **(0,343, ∞)**

Paso 4.

Da mostra $\hat{p} = 76/200 = 0,38$, e como vemos cae dentro do intervalo (0,343, ∞). Polo tanto, admitimos a estimación do concello.

22. Un vendedor de xornais afirma que 3 de cada 10 habitantes dunha determinada cidade le o diario LA NACIONCITA. Elíxese unha mostra de 144 habitantes da citada cidade e resulta que 32 admiten lelo. Cun nivel de significación do 5% contrasta se a afirmación do vendedor de xornais é esaxerada.

Solución:

Paso 1. As hipóteses do contraste son: $H_0: p = 3/10 = 0,3$ e $H_1: p < 0,3$.

Paso 2. O nivel de significación é $\alpha = 0,05$ e $1 - \alpha = 0,95$.

Paso 3. Como $Z_{\alpha} = 1,64$, determinamos a rexión de aceptación:

$$\left(p_0 - Z_{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}, \infty \right) = (0,237, \infty)$$

Paso 4. Da mostra $\hat{p} = 32/144 = 0,222$, e como vemos non cae dentro do intervalo (0,237; ∞). Polo tanto, cremos que a afirmación do vendedor é esaxerada.