

## Exercicios de apoio

- 1.. Dous sucesos  $A$  e  $B$  tales que  $P(A) = 0,45$ ,  $P(B) = 0,6$ ,  $P(A \cup B) = 0,8$ . Calcula  $P(A \cap B)$ .
2. A probabilidade de que un equipo de fútbol gañe un partido é 0,5 e a de que perda é 0,2. Cal é a probabilidade de que empate?
3. Extráense dúas cartas dunha baralla de 40. Calcula a probabilidade de que ambas as dúas sexan áses. Calcula a probabilidade de que a primeira sexa un ás e a segunda non. Considera o caso de que haxa devolución da primeira carta e de que non a haxa.
4. Sexan  $A$  e  $B$  dous sucesos dun experimento aleatorio tales que  $P(A) = 0,6$ ;  $P(B) = 0,2$  e  $P(A' \cap B') = 0,7$ . Calcula:
  - a)  $P(A \cap B)$  e razoa se os sucesos  $A$  e  $B$  son independentes;
  - b)  $P(A \cup B)$ .
5. Nun hotel hai tres caixas fortes. Nunha delas hai 6 xoias boas e 2 falsas; noutra, 5 xoias de valor e 1 falsa; e na terceira, 8 xoias valiosas e 3 falsas. Supoñendo que un ladrón só pode abrir unha caixa forte e levar unha xoia, cal é a probabilidade de que leve bixutería?
6. Nunha empresa o 70% son empregados e o 30% directivos. O 80% dos primeiros son casados, mentres que o 40% dos segundos son solteiros. Elíxese unha persoa ao chou na empresa. Sabendo que se elixiu unha persoa solteira, cal é a probabilidade de que sexa directivo?
7. Unha roseira non está en bo estado e, polo tanto, se se rega ten a mesma probabilidade de manterse que de perderse. A probabilidade de que se manteña se non se rega é 0,25. A probabilidade de non regar a roseira é  $2/3$ . Se a roseira se perdeuse, cal é a probabilidade de non a regar?
8. Sexan  $A$  e  $B$  dous sucesos aleatorios con  $p(A) = 1/2$ ,  $p(B) = 1/3$ ,  $p(A \cap B) = 1/4$ . Determinar:
  - a)  $p(A/B)$    b)  $p(B/A)$    c)  $p(A \cup B)$
9. Sexan  $A$  e  $B$  dous sucesos aleatorios con  $p(A) = 1/3$ ,  $p(B) = 1/4$ ,  $p(A \cap B) = 1/5$ . Determinar:
  - a)  $P(A/B)$    b)  $P(B/A)$    c)  $P(A \cup B)$
10. Sácanse dúas bólas dunha urna que se compón dunha bóla branca, outra vermella, outra verde e outra negra. Describir o espazo mostral cando:
  - a) A primeira bóla devólvese á urna antes de sacar a segunda
  - b) A primeira bóla non se devolve

- 11.** Extráese unha bóla dunha urna que contén 4 bólas vermellas, 5 brancas e 6 negras, ¿cal é a probabilidade de que a bóla sexa vermella ou branca? ¿Cal é a probabilidade de que non sexa branca?
- 12.** Un dado está trucado, de forma que as probabilidades de obter as distintas caras son proporcionais aos números destas. Achar: A probabilidade de obter o 6 nun lanzamento.
- 13.** Achar a probabilidade de que ao lanzar ao aire dous moedas, saian:  
a) Dúas caras; b) Dous cruces c) Unha cara e unha cruz.
- 14.** A probabilidade de que un home viva 20 anos é  $\frac{1}{4}$  e a de que a súa muller viva 20 anos é  $\frac{1}{3}$ . Pídese calcular a probabilidade:  
a) De que ambos os dous vivan 20 anos  
b) De que o home viva 20 anos e a súa muller non.  
c) De que ambos os dous morran antes dos 20 anos

## Solucions:

1. Dous sucesos  $A$  e  $B$  tales que  $P(A) = 0,45$ ,  $P(B) = 0,6$ ,  $P(A \cup B) = 0,8$ .  
Calcula  $P(A \cap B)$ .

### Solución:

Se  $P(A) = 0,45$ ,  $P(B) = 0,6$  e  $P(A \cup B) = 0,8$ . Como  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ ,  $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0,45 + 0,6 - 0,8 = 0,25$ .

2. A probabilidade de que un equipo de fútbol gañe un partido é 0,5 e a de que perda é 0,2. Cal é a probabilidade de que empate?

### Solución:

$P(\text{empate, gañe, perda}) = 1$ ,  $P(\text{empate}) = 1 - P(\text{gañe, perda}) = 1 - (0,5 + 0,2) = 0,3$ .

3. Extráense dúas cartas dunha baralla de 40. Calcula a probabilidade de que ambas as dúas sexan áses. Calcula a probabilidade de que a primeira sexa un ás e a segunda non. Considera o caso de que haxa devolución da primeira carta e de que non a haxa.

### Solución:

Con devolución da primeira carta:

$$P(AA) = 4/40 \cdot 4/40 = 1/100, P(A \text{ e } A') = 4/40 \cdot 36/40 = 9/100.$$

Sen devolución da primeira carta:

$$P(AA) = 4/40 \cdot 3/39 = 1/130, P(A \text{ e } A') = 4/40 \cdot 36/39 = 6/65.$$

4. Sexan  $A$  e  $B$  dous sucesos dun experimento aleatorio tales que  $P(A) = 0,6$ ;  $P(B) = 0,2$  e  $P(A' \cap B') = 0,7$ . Calcula:

- a)  $P(A \cap B)$  e razoa se os sucesos  $A$  e  $B$  son independentes;
- b)  $P(A \cup B)$ .

### Solución:

a)  $0,7 = P(A' \cup B') = P(A \cap B) = 1 - P(A \cap B)'$ , logo  $P(A \cap B) = 1 - 0,7 = 0,3$ . Como non se cumpre que  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$  non son independentes.

b)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ ,  $P(A \cup B) = 0,6 + 0,2 - 0,3 = 0,5$ .

5. Nun hotel hai tres caixas fortes. Nunha delas hai 6 xoias boas e 2 falsas; noutra, 5 xoias de valor e 1 falsa; e na terceira, 8 xoias valiosas e 3 falsas. Supoñendo que un ladrón só pode abrir unha caixa forte e levar unha xoia, cal é a probabilidade de que leve bixutería?

### Solución:

$$P(\text{falsa}) = 1/3 \cdot 2/8 + 1/3 \cdot 1/6 + 1/3 \cdot 3/11 = 91/396 = 0,23.$$

6. Nunha empresa o 70% son empregados e o 30% directivos. O 80% dos primeiros son casados, mentres que o 40% dos segundos son solteiros. Elíxese unha persoa ao chou na empresa. Sabendo que se elixiu unha persoa solteira, cal é a probabilidade de que sexa directivo?

**Solución:**

Sexa  $D$  = directivo e  $S$  = solteiro, polo teorema de Bayes:

$$P(D/S) = P(D) \cdot P(S/D)/P(S) = 0,3 \cdot 0,4 / 0,26 = \mathbf{0,46}$$

7. Unha roseira non está en bo estado e, polo tanto, se se rega ten a mesma probabilidade de manterse que de perderse. A probabilidade de que se manteña se non se rega é 0,25. A probabilidade de non regar a roseira é  $2/3$ . Se a roseira se perdeuse, cal é a probabilidade de non a regar?

**Solución:**

$$P(\text{regar}) = 1/3, P(\text{non regar}) = 2/3,$$

$$P(\text{mantenerse/regar}) = 1/2,$$

$$P(\text{perderse/regar}) = 1/2,$$

$$P(\text{mantenerse/non regar}) = 0,25 \text{ e}$$

$$P(\text{perderse/non regar}) = 0,75,$$

$$P(\text{non regar /perderse}) = P(\text{non regar}) \cdot P(\text{perderse/non regar}) / P(\text{perderse}) = \\ 2/3 \cdot 0,75 / (1/3 \cdot 1/2 + 2/3 \cdot 0,75) = \mathbf{0,75}$$

8. Sexan  $A$  e  $B$  dous sucesos aleatorios con  $p(A) = 1/2$ ,  $p(B) = 1/3$ ,  $p(A \cap B) = 1/4$ . Determinar:

a)  $p(A/B)$    b)  $p(B/A)$    c)  $p(A \cup B)$

**Solución :**

a)

$$p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{4}$$

b)

$$p(B/A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$$

c)

9. Sexan  $A$  e  $B$  dous sucesos aleatorios con  $p(A) = 1/3$ ,  $p(B) = 1/4$ ,  $p(A \cap B) = 1/5$ . Determinar:

a)  $P(A/B)$

b)  $P(B/A)$

c)  $P(A \cup B)$

**Solución:**

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{4}} = \frac{4}{5} \\ \text{b)} & p(B/A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{5} \end{array}$$

$$\text{c)} \quad p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{23}{60}$$

**10.** Sácanse dúas bólas dunha urna que se compón dunha bóla branca, outra vermella, outra verde e outra negra. Describir o espazo mostral cando:

- a) A primeira bóla devólvese á urna antes de sacar a segunda
- b) A primeira bóla non se devolve

**Solución:**

- a)  $E = \{BB, BR, BV, BN, RB, RR, RV, RN, VB, VR, VV, VN, NB, NR, NV, NN\}$
- b)  $E = \{BR, BV, BN, RB, RV, RN, VB, VR, VN, NB, NR, NV\}$

**11.** Extráese unha bóla dunha urna que contén 4 bólas vermellas, 5 brancas e 6 negras, ¿cal é a probabilidade de que a bóla sexa vermella ou branca? ¿Cal é a probabilidade de que non sexa branca?

**Solución:**

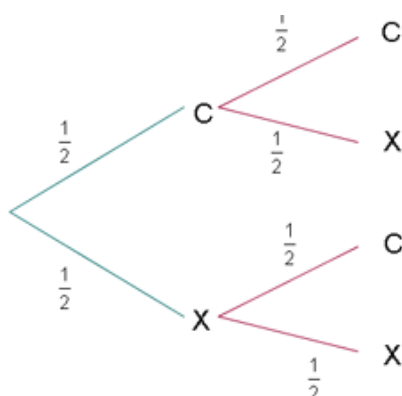
$$\begin{aligned} p(R \cup B) &= \frac{4}{15} + \frac{5}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} \\ p(\bar{B}) &= 1 - p(B) = 1 - \frac{5}{15} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

**12.** Un dado está trucado, de forma que as probabilidades de obter as distintas caras son proporcionais aos números destas. Achar: A probabilidade de obter o 6 nun lanzamento.

**Solución :**

$$\begin{aligned} p(6) &= 6 \cdot \frac{1}{21} = \frac{6}{21} \\ p(1) + p(2) + p(3) + p(4) + p(5) + p(6) &= 1 \end{aligned}$$

13. Achar a probabilidade de que ao lanzar ao aire dous moedas, saian:  
a) Dúas caras; b) Dous cruces c) Unha cara e unha cruz.



**Solución:**

a)

$$p(2c) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

b)

$$p(2x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

c)

$$p(1c \cap 1x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

14. A probabilidade de que un home viva 20 anos é  $\frac{1}{4}$  e a de que a súa muller viva 20 anos é  $\frac{1}{3}$ . Pídese calcular a probabilidade:

- a) De que ambos os dous vivan 20 anos  
b) De que o home viva 20 anos e a súa muller non.  
c) De que ambos os dous morran antes dos 20 anos.

**Solución:**

a) 
$$p(H \cap M) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

b) 
$$p(H \cap \bar{M}) = p(H)[1 - p(M)] = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$$

c) 
$$p(\bar{H} \cap \bar{M}) = [1 - p(H)][1 - p(M)] = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$$