

Resumo

Funcións elementais

Unha función é elemental cando ven descrita por unha fórmula simple.

Son continuas e derivables en tódolos puntos do seu dominio.

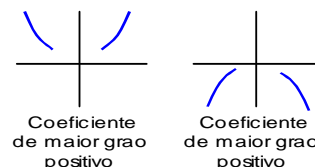
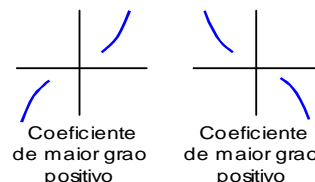
Funcións polinómicas

- Teñen por fórmula un polinomio.
- O dominio é todo \mathbb{R}
- Non teñen asíntotas de ningún tipo.

Gráfica: Depende do grao.

Impar: As puntas da gráfica tenden a $\pm\infty$ pero con signos diferentes.

Par: As puntas tenden a $\pm\infty$ pero, neste caso, as dúas puntas co mesmo signo.



Grao 0, $y=a$ (constantes): A gráfica é unha recta horizontal que corta ó eixe Y no punto $(0,a)$.

Grao 1, $y=ax+b$: Gráfica unha recta crecente, $a>0$, ou decrecente, $a<0$.

O coeficiente a determina a inclinación da gráfica e o b a ordenada na orixe.

Interpolación e extrapolación: Aproximar unha función cunha función de grao 1.

Grao 2, $f(x)=ax^2+bx+c$: A gráfica é unha parábola cóncava hacia arriba, $a>0$, ou é cóncava hacia abaixo se $a<0$

Grao 3, $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$: A gráfica é unha cúbica que pode ter dous extremos relativos (un máximo e un mínimo) ou un punto de inflexión.

Grao maior de 3, $f(x)=a_nx^n+...+a_1x+a_0$: Pode ter ata hasta $n-1$ extremos relativos.

Funcións racionais

- Son as funcións que teñen por fórmula un cociente de polinomios.
- As raíces do denominador non pertencen ó dominio.
- Poden ter asíntotas.

Gráficas:

- Grao do numerador menor co do denominador: O eixe X é unha asíntota horizontal.
- Graos iguais, ten unha asíntota horizontal.
- Grao numerador unha unidade maior co denominador: Ten unha asíntota oblicua.

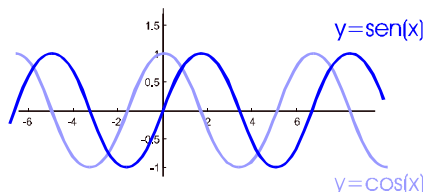
Funcións periódicas

- Funcións que repiten os seus valores de xeito periódico: Seno, coseno, tanxente.
- Radiáns: Unidade para medir ángulos. A medida dun ángulo é a lonxitude do arco que abarca ese ángulo na circunferencia trigonométrica.

$$\text{Paso de graos a radiáns: } R = \frac{\pi}{180} G \quad G = \frac{180}{\pi} R$$

Funcións seno e coseno

- Dominio todo \mathbb{R} .
- Os seus valores están comprendidos entre -1 e 1 .
- Teñen período 2π .
- Agás para 1 e -1 , sempre hai dous ángulos entre 0 e 2π cun seno ou un coseno dados.
- Cada unha ten extremos relativos nos puntos onde a outra vale 0 .



Gráficas: Coa mesma forma pero desprazadas.

Fórmula fundamental da Trigonometría:

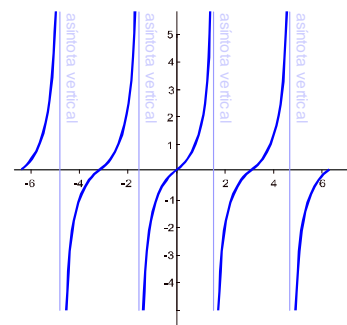
$$\sin^2(A) + \cos^2(A) = 1$$

Función tanxente

- Dominio, tódolos reais agás os que teñen coseno 0 :

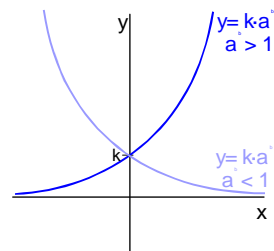
$$-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}$$

- Neses puntos a ten unha asíntota vertical.



Funcións exponenciais

- Fórmula: $f(x) = k \cdot a^{bx}$ con $a > 0$.
- O dominio dunha función exponencial é todo \mathbb{R} .
- Son crecentes (se $a > 1$) ou decrecentes (se $a < 1$).
- Non teñen extremos.
- O eixe X é unha asíntota horizontal.
- Dividindo valores correspondentes a valores de x cunha separación constante s , o resultado tamén é constante:



$$f(x) \text{ exponencial} \Rightarrow \frac{f(x+s)}{f(x)} = \text{cte}, \text{ calquera que sexa } x$$

- Podemos escribir a fórmula dunha función exponencial con calquera base. Chamamos exponenciais estándar as que teñen base o número irracional e : $f(x)=k \cdot e^{ax}$ ($e=2.71828182845\dots$).

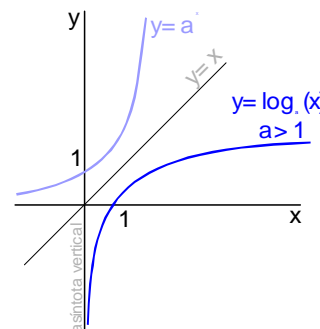
Funcións logarítmicas

- Son as funcións inversas das exponenciais:

$$\log_a(M) = m \Leftrightarrow a^m = M \quad (a > 0)$$

O logaritmo en base a dun número M é outro número m tal que a^m é igual a M .

- Utilízanse logaritmos en base o número e (logaritmos neperianos ou naturais), \ln , e logaritmos en base 10, \log .
- Dominio: Os números estritamente positivos (maiores ca 0),
- Teñen unha asíntota vertical en $x=0$.
- Son estritamente crecentes se a base é maior que 1, ou decrecentes se é menor.
- A gráfica é simétrica a da exponencial da mesma base en relación a recta $y=x$.



Logaritmo de 1, en calquera base, 0: $\log_a(1) = 0 \Leftrightarrow a^0 = 1$

Logaritmo dun produto, suma dos logaritmos dos factores:

$$\log_a(M \cdot N) = \log_a(M) + \log_a(N)$$

Logaritmo dun cociente, logaritmo do numerador menos o do denominador.

$$\log_a\left(\frac{M}{N}\right) = \log_a(M) - \log_a(N)$$

Logaritmo dunha potencia, expoñente polo logaritmo da base.

$$\log_a(M^r) = r \cdot \log_a(M)$$

DERIVADAS ELEMENTAIS			
función	derivada	función	derivada
$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\sin(u)$	$\cos(u) \cdot u'$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$\cos(u)$	$-\sin(u) \cdot u'$
$\tan(x)$	$\frac{1}{\cos^2(x)}$	$\tan(u)$	$\frac{u'}{\cos^2(u)}$
e^x	e^x	e^u	$e^u \cdot u'$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$	$\ln(u)$	$\frac{u'}{u}$

Resumo

Operacións

En ocasións compre descompoñer unha función cunha fórmula complexa na súas partes para facilitar o seu estudo.

- **Suma de funcións:** Dadas dúas funcións $f(x)$ e $g(x)$, a súa suma é unha nova función que ten por fórmula $f(x)+g(x)$. Esa nova función estará definida en todos os valores de x nos que estén definidas as funcións orixinais ou, o que é o mesmo, o seu dominio será a intersección dos dominios das funcións $f(x)$ e $g(x)$.
- **Producto de funcións:** Dadas dúas funcións $f(x)$ e $g(x)$, o seu produto é unha nova función que ten por fórmula $f(x) \cdot g(x)$. Esa nova función estará definida en todos os valores de x nos que estén definidas simultaneamente as funcións orixinais.
- **Cociente de funcións:** Dadas dúas funcións $f(x)$ e $g(x)$, o seu cociente é unha nova función que ten por fórmula $\frac{f(x)}{g(x)}$. O cociente non estará definida nos valores nos que $g(x)$ sexa 0 (non se pode dividir por 0) nin, posiblemente, que non estaban definidas $f(x)$ e $g(x)$.
- **Composición de funcións:** É unha operación que consiste en aplicar unha función ao resultado de aplicar outra: $f \circ g(x) = f[g(x)]$ (leese de dereita a esquerda: g composto con f). Obviamente, a operación composición non é conmutativa.

Funcións definidas a trozos

Funcións non elementais son as que non están definidas por unha fórmula. Non podemos escribilas como unha combinación das fórmulas coñecidas: polinomiais, trigonométricas, exponenciais, radicais.

Un exemplo característico son as definidas por varias fórmulas, cada unha aplicable nun certo conxunto de valores de x .

Función valor absoluto

O valor absoluto é unha operación que designamos con barras verticais | número |, e consiste en transformar o número en positivo.

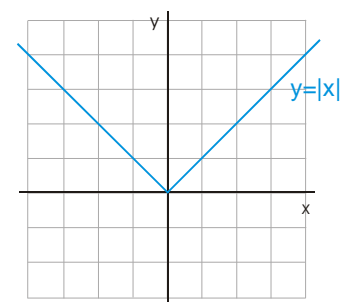
Podemos definir a función valor absoluto do seguinte xeito:

$$|x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

É unha función definida a trozos, a súa gráfica está formada por dous trozos de recta que se unen na orixe de coordenadas.

Nese punto a gráfica forma un ángulo, non ten derivada en $x=0$.

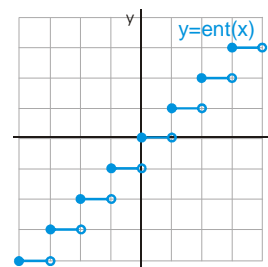
Ten un mínimo en $x=0$.



Función parte enteira

Chámase así a función que, a cada número, faille corresponder o número enteiro máis pequeno e máis cercano a ese número.

Se o número de partida é positivo, a función parte enteira simplemente borra os seus decimais e se é negativo, o enteiro anterior resulta de restarlle 1 ao número sen decimais.



Ecuacións

Unha ecuación é unha igualdade entre expresións matemáticas nas que algunhas cantidades descoñecidas son substituídas por letras e o noso obxectivo é calcular os valores desas cantidades.

Funcións e ecuacións

Traducir as ecuacións ao linguaxe de funcións permítenos estudar a existencia ou non de solucións e pode proporcionarnos métodos alternativos para a súa resolución.

- **Ecuacións cun membro 0:** buscamos os valores de x que anulan a función de fórmula o outro membro da ecuación.
- **Ecuacións cun membros distintos de 0:** búscase os valores de x dos puntos de corte das gráficas das funcións correspondentes a cada membro da ecuación.

Funcións e sistemas

As ecuacións con dúas incógnitas poden interpretarse como funcións non definidas explicitamente (coa y sen despegar) e, resolver un sistema de ecuacións con dúas incógnitas, como atopar as coordenadas dos puntos de corte das gráficas desas funcións.

Inecuacións

Unha inecuación é unha desigualdade entre expresións matemáticas nas que algunhas cantidades descoñecidas son substituídas por letras e o noso obxectivo é calcular os valores desas cantidades.

Inecuacións e funcións

Podemos traducir as inecuacións ao linguaxe de funcións o que permite intentar a resolución por procedementos non alxébricos.

Inecuaciones con dos incógnitas:

Este tipo de inecuacións resólvense graficamente. As súas solucións serán rexións do plano.