

# Resumo

## **Función**

Relación entre conxuntos numéricos de xeito que a cada valor do conxunto inicial correspóndelle un e só un do conxunto final.

**Dominio:** Conxunto de valores que pode tomar a variable independente,  $x$ .

**Imaxe ou percorrido:** Conxunto de valores que pode tomar a función,  $f(x)$ .

**Funcións reais de variable real:** dominio e por percorrido están nos números reais.

## **Descrición dunha función**

**Táboas:** Constan dalgúns dos valores que relaciona a función. Son doadas de manexar pero ás veces é difícil decatarse de cal é a relación entre as magnitudes.

**Gráficas:** Doada de manexar e de interpretar pero pouco exacta cando se precisa atopar valores concretos da función. Utilízase sempre o eixe  $X$  para os valores do conxunto inicial (variable independente) e o  $Y$  para os da final (variable dependente). Os puntos da gráfica son da forma  $(x, f(x))$  pois a súa segunda coordenada é o valor que a función lle asocia á primeira.

**Fórmulas:** É o xeito máis preciso de representar unha función. A partir da fórmula é doado construír táboas e gráficas.

As funcións que veñen descritas por unha soa fórmula reciben o nome de **funcións elementais**.

## **Características: Crecemento**

**Crecente:** Ó aumentar o valor da  $x$ , aumenta ou mantense igual o valor da función.

**Estrictamente crecente:** Ó aumentar  $x$  tamén aumenta o valor da función.

**Decrecente:** Ó aumentar a  $x$ , debece ou mantense igual o valor da función.

**Estrictamente decrecente:** cando diminúe o valor da función.

## **Características: Extremos**

**Máximo relativo:** se a función é maior nel que nos puntos que o rodean.

**Mínimo relativo:** Se a función é menor nel que nos puntos que o rodean é un.

Nos extremos relativos prodúcese un cambio no crecemento da función: Nos máximos pasa de crecente a decrecente e nos mínimos de decrecente a crecente.

**Máximo absoluto:** Ó valor de  $x$  no que a función toma o valor máis grande.

**Mínimo absoluto:** Valor da  $x$  nos que a función toma o valor máis baixo.

Os extremos absolutos dunha función continua definida nun intervalo pechado son os extremos relativos ou os valores correspondentes os extremos do intervalo.

## **Características: Curvatura**

**Cóncava hacia arriba ou cóncava:** Cando as tanxentes están por abaixo da gráfica.

**Cóncava hacia abaixo ou convexa:** Cando a tanxente queda por encima da gráfica.

**Puntos de inflexión:** Puntos onde cambia a curvatura. A tanxente corta a gráfica.

Fíxate que unha función é cóncava hacia arriba cando crece cada vez máis rápido ou cando decrece cada vez máis lentamente.

Nos máximos relativos a función é cóncava hacia abaixo e nos mínimos relativos é cóncava hacia arriba.

### **Características: Asíntotas**

Cando a gráfica dunha función se aproxima a unha recta, diremos que esa recta é unha asíntota da función e que a función ten unha rama asíntótica.

**Asíntotas verticais:** A recta é vertical. A ecuación da asíntota é do tipo  $x=x_0$  (a un número). A recta  $x=x_0$  é unha asíntota vertical se  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \pm\infty$

Se a función é elemental,  $x_0$  non pode pertencer ó dominio da función.

**Asíntotas horizontais:** Recta horizontal,  $y=b$ . A función aproxímanse a  $b$  cando  $x$  se fai moi grande ou moi pequeno:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = b$  ou  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$

**Asíntotas oblicuas:** Rectas da forma  $y=ax+b$ . Cando o valor de  $x$  se fai moi grande ou moi pequeno, a función aproxímase ó valor da  $y$ .

### **Características: Continuidade.**

**Continuidade nun punto:** Unha función é continua en  $x_0$  cando a valores de  $x$  próximos a  $x_0$  correspóndenlle valores da función próximos a  $f(x_0)$ .

**Continuidade nun intervalo:** Unha función é continua nun intervalo cando é continua en tódolos puntos do intervalo. Se unha función é continua nun intervalo, a súa gráfica pode facerse dun só trazo.

### **Límite dunha función nun punto**

**Límite de  $f(x)$  cando  $x$  tende a  $x_0$ :** o número ó que se acerca o valor da función écando  $x$  se acerca a  $x_0$ , simbolízase  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ .

**Límite pola dereita:** Número ó que se acerca o valor da función cando  $x$  se acerca a  $x_0$  con valores maiores que  $x_0$ .

**Límite pola esquerda:** Número ó que se acerca o valor da función cando  $x$  se acerca a  $x_0$  con valores menores que  $x_0$ .

Os límites laterais non sempre coinciden e, nese caso, diremos que non hai límite da función nese punto.

O límite dunha función elemental nun punto do seu dominio existe sempre e coincide co valor da función nese punto.

### **Calculo alxébrico de límites**

Para calcular exactamente o valor dun límite utilizaremos as propiedades alxébricas dos mesmos:

- Límite dunha suma, suma dos límites.
- Límite dun produto, produto dos límites.
- Límite dun cociente (denominador non tende a 0), cociente dos límites.
- Límite dunha potencia, límite da base elevado ó expoñente.

**Expresións infinitas:**  $\frac{a}{0} (a \neq 0)$   $(\pm \infty) + a$   $(\pm \infty) \cdot a$   $\infty + \infty$   $a^{(\pm \infty)} (a > 1)$

Son expresións que corresponden a límites que non existen porque o valor da función aumenta sen parar. Para caracterizar ese comportamento, diremos que tende a infinito. Expresarémolo:  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \pm \infty$

**Expresións indeterminadas:**  $\frac{0}{0}$   $\pm \infty \cdot 0$   $\infty - \infty$   $\frac{\pm \infty}{\pm \infty}$   $1^\infty$

Son operacións que non se poden realizar porque teñen moitos resultados posibles. Para calcular eses límites debemos empregar técnicas especiais segundo o caso de que se trate.