

Unidade 9: Dinámica

Índice contidos

1. A FORZA COMO INTERACCIÓN

2. LEIS DE NEWTON

- 2.1. Primeira lei: Principio de inercia
- 2.2. Segunda lei: Principio fundamental da dinámica
- 2.3. Terceira lei: Principio de acción e reacción

3. IMPULSO MECÁNICO E MOMENTO LINEAL. PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN

4. INTERACCIÓN GRAVITATORIA. LEI DA GRAVITACIÓN UNIVERSAL

5. FORZAS DE ROZAMENTO

6. FORZAS ELÁSTICAS. LEI DE HOOKE

7. DINÁMICA DO MOVEMENTO CIRCULAR

1. A FORZA COMO INTERACCIÓN

Vimos que se a velocidade dun corpo en movemento varía, é debido á existencia dunha aceleración. Agora ben, cal é a causa de que se produza unha aceleración? A causa é sempre unha interacción, do corpo en movemento, con un ou máis corpos e a intensidade desta interacción é o que coñecemos co nome de forza. Así pois, dende o punto de vista dinámico, podemos definir a **forza** como unha medida da **intensidade da interacción entre os corpos capaz de alterar os seus estados de repouso ou de movemento**.

Á primeira vista, a interacción entre dous corpos pode producirse por contacto ou a distancia. Podemos observar multitude de exemplos dos dous tipos de interacción na nosa vida cotiá. Os máis sinxelos de interpretar son os que se producen por contacto; por exemplo, cando se empurra un obxecto para cambialo de sitio, dáselle un golpe para envialo a un sitio concreto, etc. Non obstante as interaccións a distancia son menos intuitivas aínda que non por iso deixan de ser evidentes como a atracción entre un imán e un anaco de ferro, ou entre a Terra e a Lúa, ou as forzas que se manifestan entre as cargas eléctricas xa sexa de atracción ou de repulsión.

A pesar da multitude de formas en que podemos observar as interaccións, no fondo estas son manifestacións, illadas ou conxuntas, dos catro tipos de interaccións fundamentais que existen:

- **Nuclear forte:** É a máis intensa de todas, aínda que de moi curto alcance, os seus efectos só se manifestan dentro do núcleo atómico, e é a que permite manter confinado no seu interior aos protóns e neutróns.
- **Nuclear débil:** É de intensidade moito menor e o seu alcance tamén está limitado ao interior do núcleo. Contribúe a manter o equilibrio deste e está relacionada cos fenómenos radioactivos.
- **Electromagnética:** É unha interacción intensa a curta distancia, aínda que menos que a nuclear forte. Pode ser de atracción ou de repulsión e permite manter aos electróns na codia dos átomos e á súa vez a estes formar moléculas. Pode transmitirse a enormes distancias por medio de ondas electromagnéticas como no caso da luz, ondas de radiofrecuencia, etc.
- **Gravitatoria:** É sempre de atracción, alcanza ata o infinito, é a menos intensa e permite aos astros permanecer nas súas órbitas mantendo o equilibrio do Universo. Isto é posible, a pesar da súa baixa intensidade, porque o valor da forza exercida está en relación directa coas enormes masas que interactúan, segundo veremos máis adiante nesta Unidade.

Un dos maiores retos aos que se enfrontan na actualidade os físicos e matemáticos é a busca de leis que relacionen entre si estas forzas fundamentais no afán de atopar un modelo de interacción universal que xustifique a estrutura e organización do Universo, ademais doutros fenómenos físicos de difícil interpretación na actualidade.

2. LEIS DE NEWTON

Tardouse moito tempo en coñecer o modo en que actúan as forzas sobre os corpos e, polo tanto, en definir as magnitudes relacionadas con esas interaccións: masa e forza. Foi Sir Isaac Newton (1643-1727) quen, na súa obra Principios Matemáticos da Filosofía Natural, tamén chamada Principia, enunciou as tres leis nas que se fundamenta o estudio da dinámica, e que seguen sendo válidas na actualidade.

2.1. Primeira lei: Principio de inercia

Todo corpo permanece no seu estado de repouso ou de movemento rectilíneo e uniforme mentres non actúe ningunha forza sobre el.

Desta definición podemos deducir que todos os corpos teñen unha tendencia a permanecer no estado de repouso ou de movemento en que se atopan. Isto observámolo a diario; por exemplo, cando estamos nun vehículo parado e arranca, notamos coma se algo nos empurrase cara a atrás e non obstante non é así; sinxelamente é a propia inercia da masa do noso corpo que se opón a iniciar o movemento. Así mesmo cando o vehículo frea notamos unha forza cara a adiante; é debido a que a nosa masa "intenta" manter a velocidade que levaba.

Exemplo

Un curioso exemplo que pon claramente de manifesto a forza de inercia podémolo ver no seguinte experimento: colocamos unha folla de papel

enriba dunha mesa e enriba dela unha moeda; a continuación tiramos lentamente da folla e veremos que a moeda se move solidariamente con ela. Se pola contra damos un forte tirón observamos que a moeda non se move do lugar que ocupaba.

No primeiro caso, resulta que a aceleración proporcionada á moeda é moi pequena e polo tanto a forza de inercia que aparece nela tamén o será e non poderá superar a de rozamento que existe entre a moeda e a folla, polo que será arrastrada.

No segundo caso, a aceleración é moito maior e polo tanto a forza de inercia que se crea sobre a masa da moeda é moi superior á de rozamento, polo que non será arrastrada.

Disto podemos deducir que a forza de inercia é proporcional á aceleración e, por outra parte, é evidente que canto maior sexa a masa do corpo maior será a forza de inercia que aparece sobre el ao variar a súa velocidade. En consecuencia, podemos dicir que a forza de inercia que aparece sobre un corpo ao cambiar a súa velocidade é igual ao produto da súa masa pola aceleración que recibiu. É dicir:

$$\vec{F}_i = -m \cdot \vec{a}$$

Nótese o signo menos que aparece na fórmula; significa que a forza de inercia sempre ten o sentido contrario ao da aceleración, aínda que na mesma dirección.

No razoamento anterior achegámonos un pouco máis ao concepto de masa; é algo que teñen todos os corpos, en maior ou menor cantidade, que presenta unha inercia a cambiar o seu estado de repouso ou de movemento; por iso, dende esta perspectiva, denomínase masa inerte.

2.2. Segunda lei: Principio fundamental da dinámica

A aceleración que adquire un corpo é directamente proporcional á forza que actúa sobre el.

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Nótese que esta fórmula é a mesma que vimos no primeiro principio, sen o signo menos.

En realidade o enunciado orixinal da segunda lei foi: *O cambio de movemento é proporcional á forza motora impresa e realízase segundo a liña recta na que se imprime esa forza.*

Se comparamos este enunciado co que vimos ao principio, podemos observar que neste non se nomea a masa nin a aceleración. Por que? Newton falaba de cambio de movemento. Podemos entender que facía referencia á variación no tempo do que se

coñece como **cantidade de movemento** ou momento lineal e que se define como o **produto da masa dun corpo pola súa velocidade**:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Segundo isto a expresión matemática da segunda lei de Newton, tal como el a enunciou, é:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F} = \frac{\Delta(m\vec{v})}{\Delta t}$$

Se a masa non varía, podemos escribir: $\vec{F} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

ou o que é o mesmo: $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

Con isto podemos concluír que a definición actual é unha consecuencia inmediata da realizada por Newton, máis doado de interpretar e aplicar en moitos problemas aínda que en ningún caso a podemos considerar de maior transcendencia. A segunda lei de Newton, segundo el a enunciou, constitúe posiblemente o razoamento máis importante de toda a Física.

Podemos definir agora a **unidade** de forza, o **Newton** no SI, como a forza que aplicada a unha masa de 1 kg lle proporciona unha aceleración de 1 metro por segundo ao cadrado.

A súa ecuación de dimensións é: $[F] = [MLT^{-2}]$

Toda forza ten un punto de aplicación, unha intensidade, unha dirección e un sentido polo que é unha magnitude vectorial.

O momento lineal non ten unha unidade específica: exprésase en función da masa e da velocidade (no SI mídese en $kg \cdot m \cdot s^{-1}$). A súa ecuación de dimensións será: $[p] = [MLT^{-1}]$ e tamén é unha magnitude vectorial.

2.3. Terceira lei: Principio de acción e reacción

Se sobre un corpo actúa unha forza (acción), este opónse con outra forza igual e de sentido contrario (reacción).

Recordemos as dúas primeiras leis e fixémonos no seguinte: na primeira facíase referencia á forza que aparece sobre unha masa fronte a unha aceleración e a segunda refírese á aceleración que un corpo adquire ao recibir unha forza. É dicir a segunda lei trata sobre a forza que actúa sobre unha masa (acción) e a primeira á forza coa que esta reacciona (reacción) e, segundo as fórmulas obtidas, estas dúas forzas son do mesmo valor, pero de sentido contrario. Logo o terceiro principio é unha consecuencia inmediata dos dous primeiros.

Exemplos

Imos intentar comprender mellor o significado deste principio apoiándonos nuns sinxelos exemplos.

Un libro que está situado enriba dunha mesa exerce unha forza sobre ela que é o seu propio peso e a mesa exerce unha forza cara a arriba igual ao peso do libro, senón este caería ao chan. Esta forza que a mesa exerce é a forza de reacción e a súa dirección é perpendicular ao plano do taboleiro sobre o que está apoiado o libro.

Unha lámpada que colga do teito exerce unha forza cara a abaixo sobre a cadea ou cable que a suxeita igual ao seu peso e o cable exerce sobre a lámpada unha forza igual cara a arriba. Esta forza de reacción que exercen os cables, cordas, etc. denomínase tensión e nos casos prácticos pode aplicarse en calquera punto deles xa que todos os seus puntos están sometidos á mesma forza independentemente de onde actúe o seu extremo. No punto en que o cable se une ao teito volve haber outro par de acción e reacción como ves na figura inferior.

Cando un nadador empuxa a auga, a forza de reacción que fai a auga sobre el é a responsable de que o nadador avance

Poderíamos buscar moitos máis exemplos e chegaríamos sempre a unha conclusión: as forzas actúan sempre por parellas (unha de acción e outra de reacción).

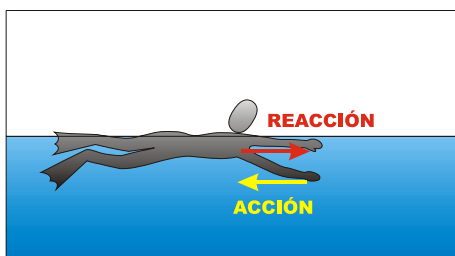
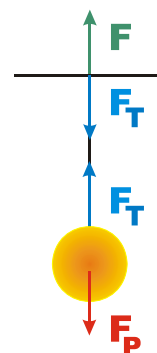


Figura 1: Forzas de acción e reacción



3. IMPULSO MECÁNICO E MOMENTO LINEAL. PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN

Do segundo principio de Newton, segundo el o enunciou, despréndense dúas das conclusións máis relevantes para o estudo da dinámica que son a relación existente entre o impulso mecánico e o momento lineal e a conservación deste en ausencia de forzas exteriores.

Se na ecuación do segundo principio de Newton pasamos Δt ao primeiro membro obtemos: $\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p} \Rightarrow \vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta \vec{v}$

A expresión $\vec{F} \cdot \Delta t$ que aparece no membro esquerdo da ecuación anterior é o que coñecemos como **impulso mecánico** (\vec{I}) que é o **produto da forza polo tempo que actúa**: $\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$

Tamén podemos ver que no membro dereito da ecuación aparece a variación do momento lineal. Esta expresión aplícase con moita frecuencia na resolución de problemas de dinámica e podemos enunciala como:

O impulso mecánico é igual á variación do momento lineal.

Dito doutro modo: o impulso mecánico aplicado a un corpo inverte en variar a súa cantidade de movemento.

Se non actúa ningunha forza, o impulso mecánico vale cero, polo tanto a variación do momento lineal ou cantidade de movemento é nula, é dicir:

$$m \cdot \Delta \vec{v} = 0 \Rightarrow m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = 0 \Rightarrow m \cdot \vec{v}_2 = m \cdot \vec{v}_1 \Rightarrow \vec{v}_2 = \vec{v}_1$$

O que demostra que se non actúa ningunha forza, a velocidade non varía. Isto é, segundo vimos, o que afirma o primeiro principio de Newton que tamén pode enunciarse así:

En ausencia de forzas exteriores, o momento lineal mantense constante.

Este enunciado tamén constitúe o **principio de conservación do momento lineal ou da cantidade de movemento**.

Ata o momento realizamos o estudio sobre un corpo. Non obstante, este importantísimo principio adquire a súa maior relevancia cando se trata da interacción entre varios corpos ou, en diante, masas.

Se un sistema está formado por varias masas, este pode considerarse, fronte ás forzas exteriores a el, como unha masa única de valor a suma das masas que o compoñen, polo que todo o que vimos ata agora, o podemos facer extensivo ao sistema.

Dito isto, imos aplicar o principio de conservación do momento lineal a un sistema illado de masa total m formado por dúas masas m_1 e m_2 que poden interactuar entre elas sen alterar por iso a condición de illamento. O momento lineal total será a suma dos momentos lineais das masas que o forman, é dicir: $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$

Supoñamos agora que as masas m_1 e m_2 interactúan entre si, xa sexa por un choque ou por forzas de atracción ou de repulsión. Isto fará que os seus momentos lineais cambien, pero non o do sistema. Despois da interacción, o momento lineal será:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

De onde se deduce que: $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2'$ ou ben: $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2'$

Analogamente se o sistema estivese formado por n masas teríamos:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots + m_n\vec{v}_n = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2' + \dots + m_n\vec{v}_n'$$

que é o modo máis frecuente de utilizar este principio na resolución de problemas con interaccións entre masas.

Ao igual que o momento lineal, o impulso mecánico non ten unha unidade propia e exprésase en función da forza e do tempo (N.s no SI). Ten as mesmas dimensións que o momento lineal: $[I] = [MLT^{-1}]$

Exemplos

1.- Un futbolista lanza unha falta e o balón, que ten unha masa de 2 kg, sae disparado cunha velocidade de 72 quilómetros por hora. Se o tempo que estivo en contacto o pé co balón é de 0,2 s, cal é o valor da forza media que se aplicou sobre o balón durante o disparo?

Solución:

Sabemos que o impulso mecánico invértese en variar a cantidade de movemento. É dicir $\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta \vec{v}$

En primeiro lugar pasamos a velocidade a unidades do SI:

$$72 \text{ Km/h} = 72 \cdot 1000 \text{ m} / 3600 \text{ s} = 20 \text{ m/s}$$

Prescindimos da notación vectorial xa que nos piden só o valor da forza e non a súa dirección nin sentido.

Despexamos F que é o que nos interesa calcular: $F = m \cdot \Delta v / \Delta t = 2 \cdot 20 / 0,2 = 200 \text{ N}$

2.- Un patinador de masa 60 Kg móvese sobre unha pista de xeo a unha velocidade de $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, alcanza a unha patinadora de 50 kg que se despraza a $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ e a parella continúa patinando unida. Que velocidade terá inmediatamente despois do encontro?

Solución:

Aplicamos o principio de conservación do momento lineal.

Momento lineal antes do encontro: $\vec{p} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$

Momento lineal despois do encontro: $\vec{p} = (m_1 + m_2)\vec{v}'$

onde v' é a velocidade coa que sae a parella e é precisamente o que queremos coñecer. Igualando as dúas expresións e despexando v' , tendo en conta que a resultante de dous vectores coa mesma dirección e sentido (o patinador alcanza á patinadora) é a suma:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}' \Rightarrow v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{60 \cdot 5 + 50 \cdot 3}{60 + 50} = 4,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

4. INTERACCIÓN GRAVITATORIA. LEI DA GRAVITACIÓN UNIVERSAL

No primeiro apartado desta Unidade vimos que a interacción gravitatoria é unha das catro interaccións fundamentais que existen na natureza. Foi tamén Isaac Newton quen baseándose en descubrimentos de Galileo, Descartes, Copérnico e Kepler chegou á conclusión de que entre cada planeta e o Sol exerceuse unha forza atractiva proporcional ao produto das masas e inversamente proporcional ao cadrado da distancia que os separa. Con esta afirmación deu sentido matemático ás leis que rexen os fenómenos gravitatorios.

Se ben Newton se refería inicialmente ás forzas existentes entre o Sol e os planetas, as súas conclusións son xeneralizables de modo que dous corpos calquera atraíense polo feito de ter masa. Estas forzas de atracción maniféstanse nos dous corpos e son de igual módulo e de sentido contrario de acordo co principio de acción e reacción.

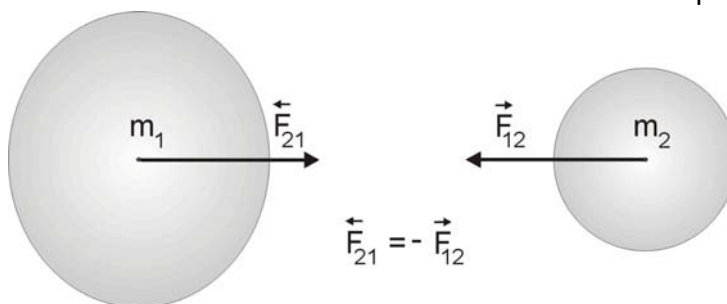


Figura 2: Lei da Gravitación Universal

A **Lei da Gravitación Universal** establece que **a forza con que se atraen dúas masas é directamente proporcional ao produto delas e inversamente proporcional ao cadrado da distancia existente entre os seus centros.**

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

onde G é a constante da gravitación universal, que ten o mesmo valor en todo o Universo: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$

Dado que o valor de G é moi pequeno, a forza gravitatoria só ten efectos apreciables cando, polo menos, unha das masas é moi grande. Por isto tamén dicimos ao principio que é unha interacción pouco intensa.

O modo máis inmediato de observar a manifestación desta forza de atracción é fixándonos no peso dos corpos. Se temos un corpo calquera próximo á superficie da Terra, entre a masa desta (M_T) e a masa do corpo (m) existirá unha forza de atracción

de valor: $F = G \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$ onde R_T é o radio da Terra (distancia entre os centros).

Esta forza é precisamente o peso do corpo, que por outra parte sabemos que é igual ao produto da súa masa pola aceleración da gravidade: $F_P = m \cdot g$

Igualando as dúas expresións obtemos: $mg = G \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$

Dividindo por m os dous membros: $g = G \frac{M_T}{R_T^2}$ obtemos unha expresión que nos

permite calcular o valor da aceleración de gravidade, a partir da masa da Terra ($5,98 \cdot 10^{24}$ kg) e o seu radio ($6\,380$ km = $6,38 \cdot 10^6$ m)

$$g = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot \frac{5,98 \cdot 10^{24} kg}{(6,38 \cdot 10^6 m)^2} = 9,8 m \cdot s^{-2}$$

Este valor calculouse tomando un valor medio do radio da Terra, pois sabemos que este é un pouco menor nos polos que no ecuador, polo cal o valor da gravidade nos polos é algo maior que no Ecuador.

Anteriormente, ao estudar a primeira lei de Newton vimos que a masa era unha constante dos corpos que presentaba unha inercia a cambiar o seu estado de repouso ou de movemento e chamabámola "masa inerte". Agora estamos a ver a masa dende outra perspectiva, é unha constante que ten un peso porque outra masa, máis grande, a atrae. Entendida así denomínalla/llela masa pesante; en ambos os dous casos, o seu valor é exactamente o mesmo: a masa dun corpo é constante en todo o Universo.

Non acontece o mesmo co peso xa que este depende do valor da aceleración da gravidade no punto onde se mida. Así un corpo situado na superficie da Lúa, na que o valor da gravidade é, aproximadamente, 6 veces menor que na Terra, terá un peso 6 veces menor do medido aquí.

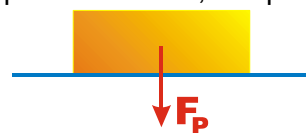


Figura 3: Peso

O peso é unha forza que ten o punto de aplicación no centro de gravidade do corpo, a súa dirección é a vertical e o sentido cara abaixo.

5. FORZAS DE ROZAMENTO

Se lanzamos un corpo de modo que deslice sobre unha superficie horizontal comprobamos que remata deténdose ao cabo de certo tempo, dependendo do grao de rugosidade ou aspereza das superficies en contacto. Isto é debido á resistencia que o corpo atopa para moverse; esta forza de resistencia é o que coñecemos como forza de rozamento. Como toda forza producirá unha aceleración e neste caso o seu sentido é sempre contrario ao do movemento.

Tamén sabemos, por experiencia, que cando empurramos un obxecto pesado para cambialo de posición, hai que realizar unha forza maior ao comezar o movemento que para mantelo. Débese a que as forzas de rozamento non actúan igual cando o corpo está en repouso que cando está en movemento. No primeiro caso actúa a forza de

rozamento estático e no segundo, a forza de rozamento dinámico, sendo esta menor que a primeira.

É evidente que canto máis pesado sexa o corpo maior será a forza de rozamento, é dicir, canto maior sexa a forza que exerza a superficie dun corpo perpendicularmente contra a do outro, maior será a forza de rozamento. Esta forza perpendicular entre as superficies en contacto é o que se coñece como forza normal.

É doado comprobar experimentalmente que a forza de rozamento non depende do tamaño das superficies en contacto nin da velocidade coa que se despracen mutuamente.

Así pois, podemos afirmar que **a forza de rozamento entre dúas superficies é directamente proporcional á forza normal que exerce unha superficie contra a outra**. É dicir: $\vec{F}_r = \mu \cdot \vec{N}$ onde μ é unha constante de proporcionalidade chamada **coeficiente de rozamento** que depende da natureza das superficies e que, segundo vimos anteriormente, pode ser estático (μ_e) ou dinámico (μ), cumpríndose que $\mu_e > \mu$.

Forzas e movemento nunha superficie horizontal

Supoñamos que intentamos arrastrar un obxecto sobre unha superficie horizontal tirando del. Ao principio imos tirando cada vez con máis forza, ata que comeza a moverse; nese instante a forza coa que tiramos superaríase á forza de rozamento estático e a partir de aí, esta deixa de actuar entrando en xogo a forza de rozamento dinámico que é de menor intensidade. Entón podemos facer tres cousas:

1. Continuar exercendo a mesma forza que fixemos ao principio, polo que a velocidade do obxecto aumentará, xa que a forza exercida é maior que a de rozamento dinámico e, segundo a segunda lei de Newton, a diferenza entre estas dúas forzas (resultante) causará unha aceleración.
2. Diminuír a forza coa que tiramos ata conseguir un movemento uniforme; neste momento a forza exercida será igual á forza de rozamento dinámico.
3. Aumentar a forza, co que se conseguirá unha aceleración aínda maior ao incrementarse a forza resultante sobre o corpo.

Exemplo

Un cabalo ten que arrastrar nunha chaira da taiga unha zorra de masa, incluída a carga, 120 Kg. Se o coeficiente de rozamento estático entre a zorra e a neve é $\mu_e = 0,12$ e o coeficiente de rozamento dinámico é $\mu = 0,10$. Calcular:

- a) *A forza coa que ten que tirar o cabalo para conseguir arrancar.*
- b) *A aceleración que mantería o conxunto cabalo-zorra se continuase exercendo a mesma forza que foi necesaria para arrancar.*
- c) *A forza que haberá de facer para manter unha velocidade constante despois de iniciar o movemento.*

Solución:

a) *En primeiro lugar calculamos o valor da forza normal entre a zorra e o chan que, ao ser horizontal, coincide co seu peso:*

$$N = m \cdot g = 120 \cdot 9,8 = 1176 \text{ N}$$

A forza que ten que exercer o cabalo será igual á de rozamento estático:
 $F = F_{re} = \mu_e \cdot N = 0,12 \times 1176 = 141,1 \text{ N}$

b) *A aceleración obtida, sería a consecuencia da forza resultante que é a diferenza entre a forza que fai o cabalo (rozamento estático) e a forza de rozamento dinámico.*

Calculamos o valor da forza de rozamento dinámico: $F_r = \mu \cdot N = 0,10 \cdot 1176 = 117,6 \text{ N}$

Calculamos a resultante: $F - F_r = 141,1 - 117,6 = 23,5 \text{ N}$

Calculamos a aceleración: $F = m \cdot a \Rightarrow a = F/m \Rightarrow a = 23,5/120 = 0,196 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

c) *Para continuar con velocidade uniforme, a forza resultante debe ser nula, polo que a forza que exerce o cabalo debe ser igual á forza de rozamento dinámico, que xa calculamos e vale $F_r = 117,6 \text{ N}$.*

Forzas e movemento nun plano inclinado

Os fundamentos neste apartado son os mesmos que no anterior, pero agora o peso non é perpendicular á superficie de contacto polo que teremos que descompoñelo en dúas forzas: unha perpendicular á superficie de contacto (forza normal) e outra na dirección do movemento (forza tanxencial).

Na figura podemos ver cinco forzas:

O peso, sempre presente, vertical e cara a abaixo, de valor $F_P = m \cdot g$

A forza normal, perpendicular ao plano, de valor $F_n = m \cdot g \cdot \cos \alpha$ (O ángulo que forma o plano inclinado coa horizontal é igual ao ángulo que forma o peso coa compoñente F_n , por ser os lados perpendiculares. Aplicando a definición de coseno no triángulo rectángulo formado por F_n e P , obtés a expresión anterior).

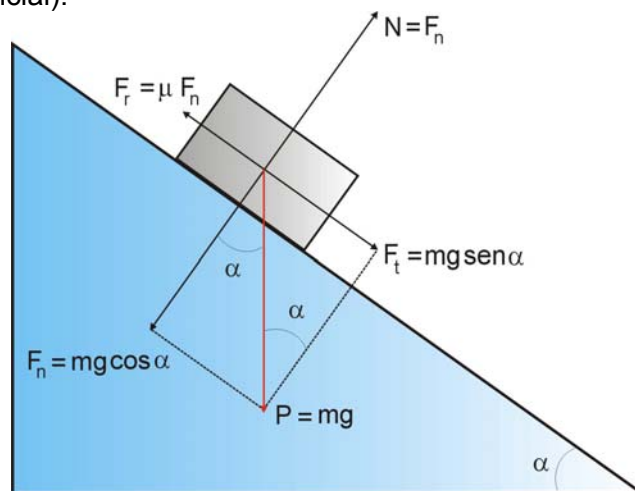


Figura 4: Forzas nun plano inclinado

A reacción do plano (N) igual á forza normal

A forza tanxencial, de valor $F_t = m \cdot g \cdot \text{sen}\alpha$. (Esta expresión obtense aplicando a definición de seno no triángulo rectángulo formado por P e a súa compoñente F_t).

A forza de rozamento, de valor $F_r = \mu \cdot F_n$

Ademais poden existir outras forzas aplicadas, que poden estar na dirección do movemento (nun sentido ou outro), ou noutra dirección, en cuxo caso habería que descompoñelas nas direccións tanxencial e normal ao movemento. Todo isto comprenderase mellor no seguinte exemplo:

Exemplo

Un neno de masa 20 kg, está situado nun tobogán de 30° de inclinación, agarrado ás varandas e nun momento determinado sóltase. Se o coeficiente de rozamento entre o neno e o tobogán é $\mu = 0,1$, con que aceleración baixará?

Solución:

Na figura podemos ver que:

$$F_n = m \cdot g \cdot \cos\alpha \quad \text{logo} \quad F_n = 20 \cdot 9,8 \cdot \cos 30 = 170 \text{ N}$$

$$F_t = m \cdot g \cdot \text{sen}\alpha \quad \text{polo que} \quad F_t = 20 \cdot 9,8 \cdot \text{sen} 30 = 98 \text{ N}$$

$$\text{Agora calculamos a forza de rozamento: } F_r = \mu \cdot F_n = 0,1 \cdot 170 = 17 \text{ N}$$

$$\text{A forza resultante no sentido do movemento será: } F_t - F_r = 98 - 17 = 81 \text{ N}$$

$$\text{Calculamos a aceleración: } a = F/m = 81/20 = 4,05 \text{ m/s}^2.$$

6. FORZAS ELÁSTICAS. LEI DE HOOKE

A estrutura interna dos corpos varía moito duns a outros e cada un ten o seu comportamento fronte ás accións externas que recibe. Uns non se deforman (corpos ríxidos) como o granito, e outros adaptanse á acción, ben deformándose permanentemente (corpos plásticos) como a plastilina ou recuperando a súa forma inicial (corpos elásticos) como as gomas, os resortes, etc.

Cando se exerce unha forza sobre un corpo elástico este sofre unha deformación que responde á lei de Hooke: **A deformación que experimenta un corpo elástico é proporcional á forza aplicada sobre el.**

Expresada matematicamente: $\vec{F} = k \cdot \vec{x}$ onde K é a constante elástica que depende do corpo en cuestión e x é a deformación que experimentou.

Os corpos elásticos, ao contraerse ou estirarse almacenan enerxía que se manifesta exercendo unha forza en sentido contrario á elongación e de valor: $\vec{F} = -k \cdot \vec{x}$. Isto dá lugar a movementos harmónicos -de grande interese no estudo das ondas e, en xeral, da física moderna- dos cales, o máis sinxelo é o movemento harmónico simple que estudaremos no curso seguinte. Aínda que é interesante que coñezamos agora a aceleración neste tipo de movementos.

Segundo o segundo principio de Newton: $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$. Igualando esta expresión coa da Lei de Hooke: $m \cdot \vec{a} = -k \cdot \vec{x}$. Despexando a aceleración: $\vec{a} = -\frac{k}{m} \cdot \vec{x}$

Así pois, a aceleración que ten un corpo animado dun movemento harmónico simple é proporcional á elongación e a constante elástica, inversamente proporcional á masa de corpo e ten sentido contrario á elongación.

7. DINÁMICA DO MOVEMENTO CIRCULAR

Xa vimos na Unidade anterior que calquera punto dun corpo que xira describe un movemento circular e que neste sempre existe unha aceleración debida ao cambio de dirección que experimenta a velocidade.

Segundo o principio de inercia se sobre un corpo en movemento non se exerce ningunha forza, o seu movemento será rectilíneo e uniforme, polo tanto se un corpo ou unha partícula describe un movemento curvilíneo, en xeral, é porque existe unha forza que lle obriga a cambiar constantemente de dirección, esta é a forza centrípeta, causante da aceleración centrípeta que vimos na Unidade 8 o valor da cal é: $a_c = \frac{v^2}{r}$.

Pola segunda lei de Newton $F_c = m \cdot a_c$, obtemos que $F_c = m \frac{v^2}{r}$.

Do mesmo modo que podiamos expresar a aceleración centrípeta en función da velocidade angular tamén podemos expresar a forza centrípeta en función desta:

$$F_c = m \cdot \omega^2 \cdot r$$

A forza centrípeta ten a mesma dirección e sentido que a aceleración centrípeta, é dicir vai sempre dirixida cara ao centro da traxectoria que, no caso do movemento circular, é o centro da circunferencia que describe o móbil.

Ao estudar o principio de acción e reacción vimos que as forzas sempre van en parellas, acción e reacción, iguais e de sentido contrario. A forza centrípeta é a acción e a reacción é a chamada forza centrífuga. Esta é unha forza virtual porque existe en virtude da forza centrípeta, polo cal se a forza centrípeta é nula, non existe forza centrífuga.

Para comprobar isto podemos realizar a seguinte experiencia:

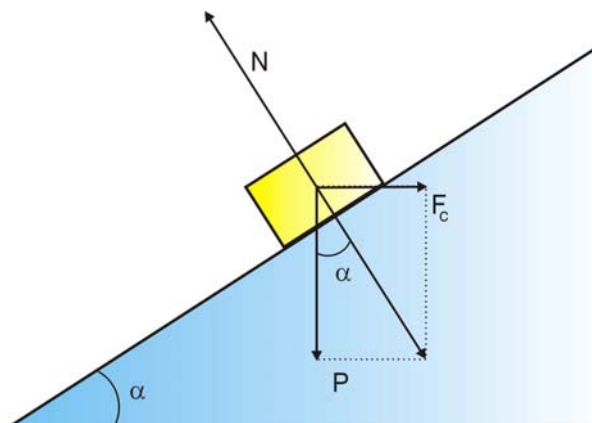
Se atamos un pequeno obxecto ao extremo dunha corda e o facemos xirar suxeitando polo outro extremo, seguirá unha traxectoria circular debido á existencia dunha forza centrípeta, que é a proporcionada pola tensión da corda. Durante o xiro notamos que o obxecto parece querer escapar desta traxectoria cara a fóra exercendo á súa vez unha forza que se transmite á nosa man a través da corda; esta é precisamente a forza centrífuga. Se soltamos a corda, podemos observar que o obxecto non sae despedido na dirección da corda, que era o que parecía intentar, senón perpendicular a ela, en dirección tanxente á traxectoria e débese a que, no mesmo instante que soltamos, deixa de actuar a forza centrípeta e, polo tanto, tamén o fará a centrífuga, xa que esta só existe mentres exista a forza centrípeta.

Exemplo

Cal debe ser o peralte dunha curva de radio de curvatura r , para que un vehículo de masa m , que circula a unha velocidade v , non derrape en caso de mala adherencia das rodas á estrada por causa de xeo, neve, etc.?

Solución

As forzas que actúan sobre o automóbil son o peso e a forza centrífuga; a resultante destas dúas forzas debe ser igual á forza normal que exerce o chan sobre o vehículo.



Sabemos que $F_c = m \frac{v^2}{r}$

Na figura podemos ver que $\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_c}{P} = \frac{m \cdot v^2}{m \cdot g \cdot r} = \frac{v^2}{g \cdot r} \Rightarrow \alpha = \operatorname{arctg} \frac{v^2}{g \cdot r}$