

## Actividades de apoio

1. No xogo de tirar dous dados describe os sucesos  $A = \{\text{sumar } 8\}$  e  $B = \{\text{sacar polo menos un } 5\}$ .
2. Nun sombreiro negro hai 11 fichas iguais: 5 negras e 6 brancas. Ao lado hai un sombreiro gris con 7 fichas iguais: 3 negras e 4 brancas. Se quixésemos unha ficha negra, que sombreiro ofrece maior probabilidade?
3. Dunha baralla de 40 cartas extraírense dúas cartas simultaneamente, cal é a probabilidade de que sexan dous ouros? Se as dúas cartas se extraen sucesivamente e a primeira se devolve ao mazo, cal é a probabilidade de que saian dous ouros?
4. Comproba que a igualdade é certa  $\binom{10}{7} + \binom{10}{8} = \binom{11}{8}$ . Comproba que a igualdade  $\binom{m}{n} + \binom{m}{n+1} = \binom{m+1}{n+1}$  é certa para cada valor que lle deamos a  $m$  e a  $n$  ( $m > n$ ).
5. A probabilidade de que un mísil alcance o seu obxectivo é 0,8. Se se lanzan 4 mísiles, cal é a probabilidade de que, como máximo, dous deles dean no branco?
6. Un exame tipo test consta de 10 preguntas, e cada pregunta ten 3 posibles respostas, das que só unha é certa. Un alumno contesta ao chou.
  - a) Se cada pregunta acertada é un punto e se aproba con 5 puntos, cal é a probabilidade de que o alumno aprrobe?
  - b) Cal é a probabilidade de que conteste ben polo menos a 4 preguntas?
  - c) Cal é a probabilidade de que conteste ben como máximo a 2 preguntas?
7. As parellas de certa especie de aves incuban un ovo. A probabilidade de que a cría alcance a madurez é  $2/3$ . Obsérvanse 4 niños desta especie, cal é a probabilidade de que polo menos dúas crías alcancen a madurez?
8. As vendas diarias dunha gasoleira distribúense normalmente con media 1280 euros e desviación típica 260 euros. En cantos días ao ano cabe esperar unhas vendas superiores a 1200 euros? En cantos días ao ano as vendas están comprendidas entre os 1100 e os 1300 euros?
9. Os pesos das vacas dunha granxa leiteira distribúense normalmente con media 450 kg e desviación típica 75 kg. Se na granxa hai 250 vacas, cantas pesan máis de 500 kg? E cantas pesan menos de 400 kg? Que intervalo centrado en 450 contén o 80% das vacas?
10. A probabilidade de que un futbolista falle un penalti é 0,3. Se o facemos tirar unha quenda de 20 penaltis, cal é a probabilidade de que falle máis da metade?; e de que falle exactamente 6?

## Solucions

1. No xogo de tirar dous dados describe os sucesos  $A = \{\text{sumar } 8\}$  e  $B = \{\text{sacar polo menos un } 5\}$ .

**Solución:**

$$A = \{\text{sumar } 8\} = \{(6,2), (5,3), (4,4), (3,5), (2,6)\}$$
$$B = \{(1,5), (2,5), (3,5), (4,5), (5,5), (6,5), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,6)\}$$

2. Nun sombreiro negro hai 11 fichas iguais: 5 negras e 6 brancas. Ao lado hai un sombreiro gris con 7 fichas iguais: 3 negras e 4 brancas. Se quixésemos unha ficha negra, que sombreiro ofrece maior probabilidade?

**Solución:**

$$P(\text{negra}) = 5/11 = 0,45, \quad P(\text{gris}) = 3/7 = 0,42. \quad \text{No sombreiro negro}$$

3. Dunha baralla de 40 cartas extráense dúas cartas simultaneamente, cal é a probabilidade de que sexan dous ouros? Se as dúas cartas se extraen sucesivamente e a primeira se devolve ao mazo, cal é a probabilidade de que saian dous ouros?

**Solución:**

$$P(\text{dous ouros}) = P(\{\text{ouro na } 1^{\text{a}}\} \cap \{\text{ouro na } 2^{\text{a}}\}) = P(\{\text{ouro na } 1^{\text{a}}\} \cdot P\{\text{ouro na } 2^{\text{a}} \text{ condicionado a ouro na } 1^{\text{a}}\}) = 10/40 \cdot 9/39 = \mathbf{3/52}$$

$$P(\text{dous ouros}) = P(\{\text{ouro na } 1^{\text{a}}\} \cap \{\text{ouro na } 2^{\text{a}}\}) = P(\{\text{ouro na } 1^{\text{a}}\} \cdot P\{\text{ouro na } 2^{\text{a}}\}) = 10/40 \cdot 10/40 = \mathbf{1/16}$$

4. Comproba que a igualdade é certa  $\binom{10}{7} + \binom{10}{8} = \binom{11}{8}$ . Comproba que a igualdade  $\binom{m}{n} + \binom{m}{n+1} = \binom{m+1}{n+1}$  é certa para cada valor que lle deamos a m e a n ( $m > n$ ).

**Solución:**

$$\binom{10}{7} = 120, \quad \binom{10}{8} = 45, \quad \binom{11}{8} = 165, \quad 120 + 45 = 165.$$

5. A probabilidade de que un mísil alcance o seu obxectivo é 0,8. Se se lanzan 4 mísiles, cal é a probabilidade de que, como máximo, dous deles dean no branco?

**Solucion:**

$$\text{É unha } B(4; 0,8), \quad P[X \leq 2] = P[X = 0] + P[X = 1] + P[X = 2] = 0,9728.$$

6. Un exame tipo test consta de 10 preguntas, e cada pregunta ten 3 posibles respostas, das que só unha é certa. Un alumno contesta ao chou.

- a) Se cada pregunta acertada é un punto e se aproba con 5 puntos, cal é a probabilidade de que o alumno aprobe?
- b) Cal é a probabilidade de que conteste ben polo menos a 4 preguntas?
- c) Cal é a probabilidade de que conteste ben como máximo a 2 preguntas?

**Solucion:**

Estamos ante unha distribución  $B(10, 1/3)$

- a)  $P[X \geq 5] = P[X = 5] + P[X = 6] + P[X = 7] + P[X = 8] + P[X = 9] + P[X = 10] = 0,2131$
- b)  $P[X \geq 4] = P[X = 4] + P[X \geq 5] = 0,2276 + 0,2131 = 0,4407$
- c)  $P[X \leq 2] = P[X = 0] + P[X = 1] + P[X = 2] = 0,2991$

7. As parellas de certa especie de aves incuban un ovo. A probabilidade de que a cría alcance a madureza é  $2/3$ . Obsérvanse 4 niños desta especie, cal é a probabilidade de que polo menos dúas crías alcancen a madureza?

**Solucion:**

Trátase dunha  $B(4, 2/3)$  e calculamos

$$P[X \geq 2] = P[X = 2] + P[X = 3] + P[X = 4] = 0,8889$$

8. As vendas diarias dunha gasoleira distribúense normalmente con media 1280 euros e desviación típica 260 euros. En cantos días ao ano cabe esperar unhas vendas superiores a 1200 euros? En cantos días ao ano as vendas están comprendidas entre os 1100 e os 1300 euros?

**Solucion:**

É unha  $N(1280, 260)$  e calculamos

$$P[X > 1200] = P\left[Z > \frac{1200 - 1280}{260}\right] = P[Z > -0,31] = P[Z < 0,31] = 0,6217,$$

$$0,6217 \cdot 365 = 223,812, \text{ truncando a parte decimal, } 223 \text{ días}$$

$$P[1100 \leq X \leq 1300] = P\left[\frac{1100 - 1280}{260} \leq Z \leq \frac{1300 - 1280}{260}\right] = P[-0,69 \leq Z \leq 0,07] = 0,2828,$$

$$0,2828 \cdot 365 = 103,22, \text{ é dicir } 103 \text{ días}$$

9. Os pesos das vacas dunha granxa leiteira distribúense normalmente con media 450 kg e desviación típica 75 kg. Se na granxa hai 250 vacas, cantas pesan máis de 500 kg? E cantas pesan menos de 400 kg? Que intervalo centrado en 450 contén o 80% das vacas?

**Solucion:**

Trátase dunha  $N(450, 75)$  e calculamos

$$P[X > 500] = P[Z > 0,67] = 0,2514, \quad 0,2414 \cdot 250 = 62,85, \text{ hai } 62 \text{ vacas}$$

$$P[X < 400] = P[Z < -0,67] = 0,2514, \text{ hai tamén } 62 \text{ vacas}$$

Temos que achar un  $c$  tal que  $P[450 - c < X < 450 + c] = 0,8$

$$P[X \leq 450 + c] = 80\% + 10\% = 0,8 + 0,1 = 0,9$$

$$\text{E tipificando } P\left[Z \leq \frac{450 + c - 450}{75}\right] = P\left[Z \leq \frac{c}{75}\right] = 0,9$$

Nas táboas  $N(0,1)$  vemos que o máis próximo a 0,9 é 0,8997 e corresponde a  $z = 1,28$  polo tanto

$$z = \frac{c}{75} = 1,28, \quad c = 1,28 \cdot 75 = 96$$

O intervalo que contén ao 80% das vacas é  $(450 - 96, 450 + 96) = [354, 546]$

**10.** A probabilidade de que un futbolista falle un penalti é 0,3. Se o facemos tirar unha quenda de 20 penaltis, cal é a probabilidade de que falle máis da metade?; e de que falle exactamente 6?

**Solucion:**

En unha  $B(20; 0,3)$  calculamos  $P[X > 10]$  y  $P[X = 6]$ , pero como  $20 \cdot 0,3 = 6 > 5$  y  $20 \cdot 0,7 =$

$= 14 > 5$ , aproximáremola por unha  $N(6, \sqrt{20 \cdot 0,3 \cdot 0,7}) = N(6; 2,05)$ , entón

$$P[X > 10] = P[Y > 10 - 0,5] = P[Z > 1,71] = 0,0436$$

$$P[X = 6] = P[6 - 0,5 < Y < 6 + 0,5] = 0,1896$$