

Sección 11: Exercicios de apoio

1. A seguinte táboa mostra cómo se ordenan entre si dez países A, B, C... segundo dúas variables, R.P.C. (*renda per cápita*) e I.M. (*índice de mortalidade*). Representa os resultados nunha nube de puntos, traza a recta de regresión e di cómo é a correlación.

PAÍSES	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
R.P.C.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I.M.	10	6	9	5	7	4	1	3	8	2

2. Obtén mediante cálculos manuais, e tamén cunha calculadora, os coeficientes de correlación das dúas distribucións: a) Distancia-Número de acertos b) Física-Inglés

Distancia-Número de acertos

x_i	y_i
1	9
2	10
3	6
4	4
5	2
6	0
7	1
8	0
36	32

Física-Inglés

x_i	y_i
2	2
3	5
4	2
4	7
5	5
6	4
6	6
7	6
7	7
8	5
10	5
10	9

3. Os parámetros correspondentes a esta distribución bidimensional,

x	0	1	2	3	3	4	5	6	7	8	9
y	1	4	6	2	4	8	6	5	3	6	9

son: $\bar{x} = 4,4$; $\bar{y} = 4,9$; $\sigma_{xy} = 3,67$; $\sigma_x = 2,77$; $\sigma_y = 2,31$; $r = 0,57$

Calcula as ecuacións das dúas rectas de regresión, X sobre Y e Y sobre X, e represéntaas xunto coa nube de puntos.

4. Dun resorte cólganse diferentes pesos e obtéñense os seguintes alongamentos:

x: MASA da PESA (g)	0	10	30	60	90	120	150	200	250	350
y: ALONGAMENTO (cm)	0	0,5	1	3	5	6,5	8	10,2	12,5	18

Calcula a recta de regresión de Y sobre X e estima o alongamento que se conseguirá con pesos de 100 g e de 500 g. ¿Cal das dúas estimacións é máis fiable?

5. A seguinte táboa mostra o número de bacterias por centímetro cúbico dun determinado cultivo segundo o tempo transcorrido.

Nº de horas	0	1	2	3	4	5
Nº de bacterias	20	26	33	41	47	53

- a) Calcula a recta de regresión para predicir o número de bacterias por cm^3 en función do tempo.
- b) ¿Que cantidade de bacterias por cm^3 é predicible encontrar cando transcorresen 8 horas? ¿É boa esa predicción?

6. Durante 10 días, realizamos un estudo sobre o consumo dun vehículo (litros consumidos e quilómetros percorridos). Os datos obtidos foron os seguintes:

x (km)	100	80	50	100	10	100	70	120	150	220
y (l)	6,5	6	3	6	1	7	5,5	7,5	10	15

- a) Calcula o coeficiente de correlación lineal e a recta de regresión de Y sobre X.
- b) Se queremos facer unha viaxe de 200 km, ¿que cantidade de combustible debemos poñer?

7. A evolución do IPC (índice de prezos ó consumo) e da taxa de inflación durante os meses de: XULLO, AGOSTO, SETEMBRO, OUTUBRO, NOVENBRO E DECEMBRO do 2005 foi :

IPC	0,7	1,1	1,7	2	1,9	1,9
T. inflación	6	6	6,3	6,2	5,8	4,9

- a) Representa a nube de puntos.
- b) Calcula o coeficiente de correlación entre o IPC e a taxa de inflación.
- c) ¿Pódese estimar a taxa de inflación a partir do IPC ?

8. Nunha mostra de 64 familias estudiouse o número de membros en idade escolar, x, e o número deles que están na universidade, y. Os resultados son os da táboa. Calcula o coeficiente de correlación lineal entre ambas variantes e interprétalo.

y x	1	2	3
1	6	0	0
2	10	2	0
3	12	5	1
4	16	8	4

9. Nunha confraría de pescadores, as capturas rexistradas de xurelo, en quilogramos, e o prezo de poxa na lonxa, en euros/kg, foron os seguintes:

x (Kg.)	2000	2400	2500	2800	2900	3000	3160
y (€/kg)	1,80	1,68	1,65	1,50	1,44	1,32	1,20

- ¿Cal é o prezo medio rexistrado?
- Calcula o coeficiente de correlación lineal e interprétao.
- Estima o prezo que alcanzaría na lonxa o quilo de xurelo se se pescasen 2650 kg.

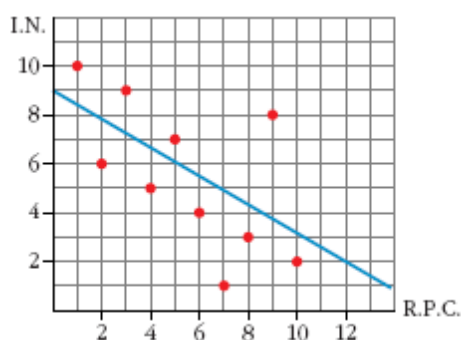
Solucions:

1. A seguinte táboa mostra cómo se ordenan entre si dez países A, B, C... segundo dúas variables, R.P.C. (*renda per cápita*) e I.M. (*índice de mortalidade*). Representa os resultados nunha nube de puntos, traza a recta de regresión e di cómo é a correlación.

PAÍSES	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
R.P.C.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I.M.	10	6	9	5	7	4	1	3	8	2

Solucion:

A correlación é negativa e moderadamente alta (**- 0,62**)



2. Obtén mediante cálculos manuais, e tamén cunha calculadora, os coeficientes de correlación das dúas distribucións: a) Distancia-Número de acertos b) Física-Inglés

Distancia-Número de acertos

x_i	y_i
1	9
2	10
3	6
4	4
5	2
6	0
7	1
8	0
36	32

Física-Inglés

x_i	y_i
2	2
3	5
4	2
4	7
5	5
6	4
6	6
7	6
7	7
8	5
10	5
10	9

Solucion:

a) Distancia-Número de acertos

$$\bar{x} = \frac{36}{8} = 4,5 \quad \bar{y} = \frac{32}{8} = 4$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{204}{8} - 4,5^2} = 2,29; \sigma_y = \sqrt{\frac{238}{8} - 4^2} = 3,71$$

$$\sigma_{xy} = \frac{80}{8} - 4,5 \cdot 4 = -8$$

$$\text{Polo tanto: } r = \frac{-8}{2,29 \cdot 3,71} = -0,94$$

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
1	9	1	81	9
2	10	4	100	20
3	6	9	36	18
4	4	16	16	16
5	2	25	4	10
6	0	36	0	0
7	1	49	1	7
8	0	64	0	0
36	32	204	238	80

b) Física-Inglés

$$\bar{x} = \frac{72}{12} = 6; \bar{y} = \frac{63}{12} = 5,25$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{504}{12} - 6^2} = 2,45; \sigma_y = \sqrt{\frac{375}{12} - 5,25^2} = 1,92$$

$$\sigma_{xy} = \frac{411}{12} - 6 \cdot 5,25 = 2,75$$

$$\text{Polo tanto: } r = \frac{2,75}{2,45 \cdot 1,92} = 0,58$$

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
2	2	4	4	4
3	5	9	25	15
4	2	16	4	8
4	7	16	49	28
5	5	25	25	25
6	4	36	16	24
6	6	36	36	36
7	6	49	36	42
7	7	49	49	49
8	5	64	25	40
10	5	100	25	50
10	9	100	81	90
72	63	504	375	411

3. Os parámetros correspondentes a esta distribución bidimensional,

x	0	1	2	3	3	4	5	6	7	8	9
y	1	4	6	2	4	8	6	5	3	6	9

son: $\bar{x} = 4,4$; $\bar{y} = 4,9$; $\sigma_{xy} = 3,67$; $\sigma_x = 2,77$; $\sigma_y = 2,31$; $r = 0,57$

Calcula as ecuacións das dúas rectas de regresión, X sobre Y e Y sobre X, e represéntaaas xunto coa nube de puntos.

Solución:

$$m_{yx} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} = 0,48$$

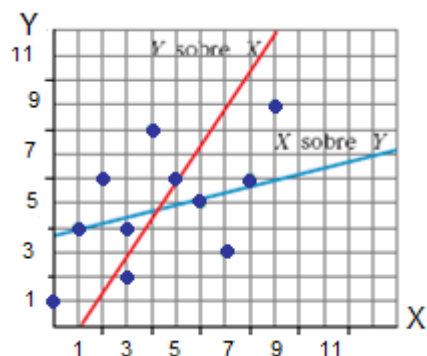
Recta de regresión de Y sobre X :

$$y = 4,9 + 0,48 (x - 4,4) \Rightarrow y = 0,48x + 2,79$$

$$m_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_y^2} = 0,69$$

Recta de regresión de X sobre Y :

$$x = 4,4 + 0,69 (y - 4,9) \Rightarrow y = 1,45x - 1,48$$



4. Dun resorte cóganse diferentes pesos e obtéñense os seguintes alongamentos:

x: MASA da PESA (g)	0	10	30	60	90	120	150	200	250	350
y: ALONGAMENTO (cm)	0	0,5	1	3	5	6,5	8	10,2	12,5	18

Calcula a recta de regresión de Y sobre X e estima o alongamento que se conseguirá con pesos de 170 g e de 450 g. ¿Cal das dúas estimacións é máis fiable?

Solución:

$$r = 0,999; y = -0,01 + 0,051x$$

$$170 \text{ g} \rightarrow 8,66 \text{ cm}$$

$$450 \text{ g} \rightarrow 22,94 \text{ cm (esta é menos fiable).}$$

5. A seguinte táboa mostra o número de bacterias por centímetro cúbico dun determinado cultivo segundo o tempo transcorrido.

Nº de horas	0	1	2	3	4	5
Nº de bacterias	20	26	33	41	47	53

- a) Calcula a recta de regresión para predicir o número de bacterias por cm^3 en función do tempo.
b) ¿Que cantidade de bacterias por cm^3 é predicible encontrar cando transcorresen 8 horas? ¿É boa esa predicción?

Solución:

- a) $y = 19,81 + 6,74x$, donde: $x \rightarrow$ número horas, $y \rightarrow$ número de bacterias
b) $y(6) = 66,99 \approx 70$ bacterias
É unha boa predicción, posto que $r = 0,999$ (e 7 está próximo ao intervalo de valores considerado).

6. Durante 10 días, realizamos un estudo sobre o consumo dun vehículo (litros consumidos e quilómetros percorridos). Os datos obtidos foron os seguintes:

x (km)	100	80	50	100	10	100	70	120	150	220
y (l)	6,5	6	3	6	1	7	5,5	7,5	10	15

- a) Calcula o coeficiente de correlación lineal e a recta de regresión de Y sobre X.
b) Se queremos facer unha viaxe de 200 km, ¿que cantidade de combustible debemos poñer?

Solución:

- a) $r = 0,99$; $y = 0,157 + 0,066x$
b) $y(200) = 13,357$ litros. Debemos pór, como mínimo, uns 14 litros.

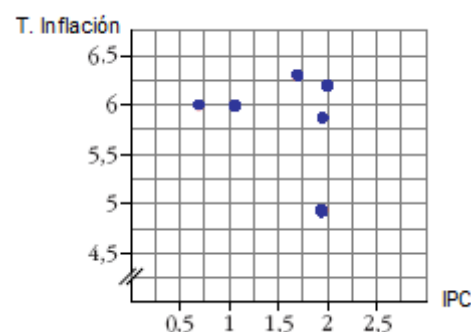
7. A evolución do IPC (índice de prezos ó consumo) e da taxa de inflación durante os meses de: XULLO, AGOSTO, SETEMBRO, OUTUBRO, NOVIEMBRE E DICIEMBRE do 2005 foi :

IPC	0,7	1,1	1,7	2	1,9	1,9
T. inflación	6	6	6,3	6,2	5,8	4,9

- a) Representa a nube de puntos.
b) Calcula o coeficiente de correlación entre o IPC e a taxa de inflación.
c) ¿Pódese estimar a taxa de inflación a partir do IPC ?

Solución: a)

- b) $r = -0,24$. A nube de puntos é moi dispersa.
c) Non se pode estimar de forma fiable a taxa de inflación a partir do IPC (pois o valor de r é moi baixo).



8. Nunha mostra de 64 familias estúdiouse o número de membros en idade escolar, x , e o número deles que están na universidade, y . Os resultados son os da táboa. Calcula o coeficiente de correlación lineal entre ambas variantes e interprétao.

y x	1	2	3
1	6	0	0
2	10	2	0
3	12	5	1
4	16	8	4

Solución:

$r = 0,31$. La relación entre las variables es débil.

9. Nunha confraría de pescadores, as capturas rexistradas de xurelo, en quilogramos, e o prezo de poxa na lonxa, en euros/kg, foron os seguintes:

x (Kg.)	2000	2400	2500	2800	2900	3000	3160
y (€/kg)	1,80	1,68	1,65	1,50	1,44	1,32	1,20

- ¿Cal é o prezo medio rexistrado?
- Calcula o coeficiente de correlación lineal e interprétao.
- Estima o prezo que alcanzaría na lonxa o quilo de xurelo se se pescasen 2650 kg.

Solución:

- $\bar{y} = 1,5$ euros
- $r = -0,97$. A relación entre as variables é forte e negativa. A maior cantidade de peixe, menor é o precio por kilo.
- A recta de regresión é $y = 2,89 - 0,0005x$
 $y(2650) = 1,565$ euros