

Sección 4 – Resumo

O concepto de derivada xurdiu como resultado dalguns séculos de esforzos dirixidos a resolver dous problemas: determinar a recta tanxente a una curva nun de seus puntos e atopar velocidades instantáneas en movementos non uniformes.

A derivada convirtese nunha das mais potentes ferramentas da análise e de cálculo para as funcións, nesta unidade facemola xurdir da **taxa de variación media**

$$TVM = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \text{ ou } TVM = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \text{ ou } TVM = \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

A TVM non resolve o estudo do crecemento dunha función nun intervalo moi amplo, isto lévanos a reducir a anchura do intervalo ao máximo o sexa cando se aproxima a cero, chegando deste xeito a $TVI = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ sendo TVI a **taxa de variación instantánea**, máis coñecida como **derivada dunha función nun punto**.

Tamen definida como $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$, de seguido lembramos:

- Seu **orixen xeométrico** observando que é a pendente da tanxente a unha función nun punto (x_0, y_0) calquera: $y - y_0 = f'(x) \cdot (x - x_0)$
- Sua **aportación ó campo da Física** a través do concepto de taxa de variación instantánea. $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$

Se cada vez que teñamos que coñecer a derivada dunha función nun punto temos que usar a definición o proceso é moi pesado, polo tanto agradecemos o concepto de **derivada dunha función nun punto calquera x** como: $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

Despois de aplicar a definición anterior para achar as funcións derivadas dalguhas funcións sinxelas presentamos unha taboa con funcións derivadas de funcións elementais, esta táboa é básica para o **cálculo de función derivadas**.

O cálculo de derivadas baséase nun conxunto regras:

- $(f \pm g)' = f'(x) \pm g'(x) \Leftrightarrow$** A derivada dunha suma (ou resta) das derivadas é a suma (o resta) das derivadas.
- $(f \cdot g)' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) \Rightarrow$** A derivada dun produto é igual á derivada do primeiro factor polo segundo sen derivar máis o primeiro factor pola derivada do segundo.

c) $\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$, $g(x) \neq 0 \Rightarrow$ a derivada dun cociente

é igual á derivada do numerador polo denominador sen derivar menos o numerador pola derivada do denominador, partido todo polo denominador ao cadrado.

d) $(f \circ g)'(x) = (f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ a derivada dunha composición de funcións é igual ao produto da derivada da primeira función, particularizada na segunda función, pola derivada da segunda función, particularizada en x.

A derivada da derivada dunha función recibe o nome de **derivada segunda** que usarase para estudar a curvatura (concavidade e convexidade) dunha función. Defínese como: $f''(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(x+h) - f'(x)}{h}$

Este proceso podémolo prolongar indefinidamente e así teremos a derivada terceira f''' (que é derivar a derivada segunda), a derivada cuarta f^{IV} (que é derivar a derivada terceira), a derivada quinta f^V (derivar a derivada cuarta),..., a derivada n-sima ou enésima f^n .