

## Sección 4 - Exercicios de autoavaliación

Exercicio nº 1.-

Consideramos a función:

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{2}$$

Atopa a taxa de variación media no intervalo  $[0, 2]$

Exercicio nº 2.-

Usando a definición calcula a derivada de  $f(x) = 5x - 2$  en  $x = 1$ .

Exercicio nº 3.-

Aplicando a definición de derivada, calcula  $f'(1)$ , sendo  $f(x) = \frac{2}{x}$ .

Exercicio nº 4.-

Atopa  $f'(x)$ , aplicando a definición de derivada, sendo  $f(x) = x^2 + 1$ .

Exercicio nº 5.-

Atopa a función derivada de:

$$\text{a) } f(x) = \sqrt{x} + \frac{2}{x} \quad \text{b) } f(x) = x^2 \operatorname{sen} x \quad \text{c) } f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \operatorname{sen} x \quad \text{d) } f(x) = \frac{3x^2}{2x+3}$$

$$\text{e) } f(x) = 4\cos x - x^7 \ln x \quad \text{f) } f(x) = \frac{xe^x}{\ln x}$$

Exercicio nº 6.-

Usando a regra da cadea atopa as derivadas das seguintes funcións:

$$\text{a) } f(x) = \ln(3x^4 - 2x) \quad \text{b) } f(x) = (3x^2 + x)^4 \quad \text{c) } f(x) = \sqrt{4x^3 + 1}$$

$$\text{d) } f(x) = e^{4x^3 - 2x} \quad \text{e) } f(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{x+1}{2x-3}\right)$$

Exercicio nº 7.

Acha a ecuación da recta tanxente á curva  $y = \sqrt{x}$  que sexaparaalela á recta  $y = \frac{1}{4}x + 1$

Exercicio nº 8.

3. Calcula a derivada segunda, terceira e cuarta de:

$$\text{a) } y = \cos 3x; \quad \text{b) } f(x) = \frac{1}{x+2}; \quad \text{c) } f(t) = t^3 - 2t + 1.$$

# Solucións dos exercicios

Exercicio nº 1.-

$$T.V.M. [0, 2] = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{\frac{3}{2} - \left(\frac{-1}{2}\right)}{2} = \frac{\frac{3}{2} + \frac{1}{2}}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Exercicio nº 2.-

Definición  $f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$

1º paso: cálculo das imaxes  $f(1) = 5 \cdot 1 - 2 = 3$ ,  $f(1+h) = 5(1+h) - 2 = 5h + 3$

2º paso: cálculo da diferenza  $f(1+h) - f(1) = 5h$

3º paso : cálculo do cociente  $\frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \frac{5h}{h} = 5$

4º paso : cálculo do limite do cociente  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 5 = 5$

Non había necesidade de facer operacións nunha función lineal, e  $f(x) = 5x - 2$  éo, a derivada coincide coa taxa de variación media e esta coa pendente da recta  $m = 5$ .

Exercicio nº 3.-

$$\begin{aligned} f'(1) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{2}{1+h} - 2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{2 - 2(1+h)}{(1+h)}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{2 - 2 - 2h}{(1+h)}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{-2h}{(1+h)}}{h} = \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2h}{(1+h)h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2}{(1+h)} = \frac{-2}{1} = -2 \end{aligned}$$

Exercicio nº 4.-

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 + 1 - (x^2 + 1)}{h} = \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + h^2 + 2xh + 1 - x^2 - 1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 2xh}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(h + 2x)}{h} = \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (h + 2x) = 2x \end{aligned}$$

Exercicio nº 5.-

$$a) f'(x) = \left( \sqrt{x} + \frac{2}{x} \right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{2}{x^2}$$

$$b) f'(x) = \frac{-2x(x-3) - (1-x^2)}{(x-3)^2} = \frac{-2x^2 + 6x - 1 + x^2}{(x-3)^2} = \frac{-x^2 + 6x - 1}{(x-3)^2}$$

$$c) f'(x) = (x^2 \operatorname{sen} x)' = (x^2)' \operatorname{sen} x + x^2 (\operatorname{sen} x)' = 2x \operatorname{sen} x + x^2 \cos x$$

$$d) f'(x) = \left( x^{1/3} \cdot \operatorname{sen} x \right)' = \frac{1}{3} x^{-2/3} \operatorname{sen} x + x^{1/3} \cdot \cos x = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \operatorname{sen} x + \sqrt[3]{x} \cdot \cos x$$

$$e) f'(x) = (4\cos x - x^7 \ln x)' = (4\cos x)' - (x^7 \ln x)' = -4\operatorname{sen} x - (7x^6 \ln x + x^7 \cdot \frac{1}{x}) = -4\operatorname{sen} x - 7x^6 \ln x - x^6$$

$$f) f'(x) = \frac{(xe^x)' \cdot \ln x - xe^x \cdot (\ln x)'}{(\ln x)^2} = \frac{(x + xe^x) \ln x - xe^x \cdot \frac{1}{x}}{(\ln x)^2} = \frac{e^x(1+x)\ln x - e^x}{(\ln x)^2} = \frac{e^x((1+x)\ln x - 1)}{(\ln x)^2}$$

Ejercicio nº 6.-

$$a) f'(x) = \frac{1}{3x^4 - 2x} \cdot (12x^3 - 2) = \frac{12x^3 - 2}{3x^4 - 2x}$$

$$b) f'(x) = 4(3x^2 + x)^3 \cdot (6x + 1)$$

$$c) f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{4x^3 + 1}} \cdot 12x^2 = \frac{12x^2}{2\sqrt{4x^3 + 1}} = \frac{6x^2}{\sqrt{4x^3 + 1}}$$

$$d) f'(x) = e^{4x^3 - 2x} \cdot (12x^2 - 2)$$

$$e) f'(x) = \cos\left(\frac{x+1}{2x-3}\right) \cdot \frac{(2x-3) - (x+1)2}{(2x-3)^2} = \frac{2x-3-2x-2}{(2x-3)^2} \cdot \cos\left(\frac{x+1}{2x-3}\right) = \frac{-5}{(2x-3)^2} \cdot \cos\left(\frac{x+1}{2x-3}\right)$$

Exercicio nº 7.-

Recorda que as rectas paralelas teñen a mesma pendente, neste caso  $m = \frac{1}{4}$

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad \text{pendente da tanxente a curva}$$

$$\text{A pendente da recta é } y' = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = 4$$

$$\text{Cando } x = 4, y = 2$$

A recta será:

$$y - 2 = \frac{1}{4}(x - 4) \Rightarrow y = 2 + \frac{1}{4}(x - 4) = 2 + \frac{1}{4}x - 1 = \frac{1}{4}x + 1$$

Exercicio nº 8.-

$$y' = -\sin 3x \cdot 3 = -3 \sin 3x; \quad y'' = -3 \cdot 3 \cos 3x = -9 \cos 3x; \quad y''' = -9 \cdot (-3) \sin 3x = 27 \sin 3x$$

$$y^{IV} = 27 \cdot 3 \cos 3x = 81 \cos 3x.$$

$$f(x) = (x + 2)^{-1} \Rightarrow f'(x) = -(x + 2)^{-2} = -\frac{1}{(x + 2)^2}; \quad f''(x) = -(-2)(x + 2)^{-3} = 2(x + 2)^{-3} = \frac{2}{(x + 2)^3};$$

$$f'''(x) = 2(-3)(x + 2)^{-4} = -6(x + 2)^{-4} = \frac{-6}{(x + 2)^4}; \quad f^{IV}(x) = -6(-4)(x + 2)^{-5} = \frac{24}{(x + 2)^5}$$

$$c) f'(t) = 3t^2 - 2; \quad f''(t) = 6t; \quad f'''(t) = 6; \quad f^{IV}(t) = 0.$$