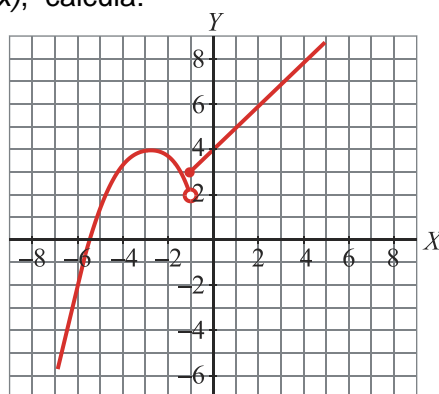


Sección 7- Exercicios de apoio

Exercicio nº 1.-

A partir da gráfica de $f(x)$, calcula:



- a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow -5} f(x)$

Solución:

- a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ c) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 2$ d) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 3$
- e) $\lim_{x \rightarrow -5} f(x) = 0$

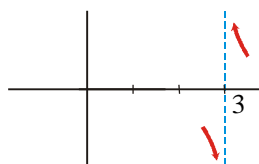
Exercicio nº 2.-

Para a función $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$, sabemos que:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+1}{x-3} = +\infty \quad \text{y} \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x+1}{x-3} = -\infty$$

Representa gráficamente estos dous límites.

Solución:



Exercicio nº 3.-

Resolve:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{4} \right)$

b) $\lim_{x \rightarrow -2} 3^{x+1}$

c) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \operatorname{tg} x$

d) $\lim_{x \rightarrow -2} (3 - x)^2$

e) $\lim_{x \rightarrow -8} (1 + \sqrt{-2x})$

f) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \operatorname{sen} x$

Solución:

a) 0 b) $\frac{1}{3}$ c) 1 d) 25 e) 5 f) 1

Exercicio nº 4.-

A) Calcula o límite da seguinte función no punto $x = 3$ e estudia seu comportamento pola esquerda e pola dereita:

$$f(x) = \frac{1}{x-3}$$

B) Calcula o límite da seguinte función no punto $x = 2$ e estudia seu Comportamiento pola esquerda e pola dereita:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{(x-2)^2}$$

Solución:

A)

Calculamos los límites laterales:

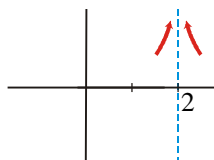
$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{x-3} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{x-3} = +\infty$$



B)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{(x-2)^2} = +\infty$$



Ejercicio nº 5.-

Calcula o seguinte límite e representa gráficamente os resultados obtidos:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{x^4 - 2x^3}$$

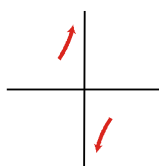
Solución:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{x^4 - 2x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{x(x-2)}$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2}{x(x-2)} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{x(x-2)} = -\infty$$



Ejercicio nº 6.-

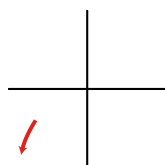
Calcula o límite cando $x \rightarrow +\infty$ e cando $x \rightarrow -\infty$ da seguinte función e representa a información que obteñas:

$$f(x) = \frac{1 - 2x^2 + 4x}{3}$$

Solución:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - 2x^2 + 4x}{3} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - 2x^2 + 4x}{3} = -\infty$$



Ejercicio nº 7.-

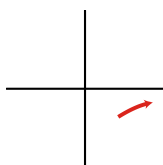
Resolve os seguintes límites e representa os resultados obtidos

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{(1-x)^3}$

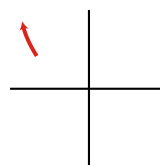
b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-x^3}{x^2}$

Solución:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{(1-x)^3} = 0$

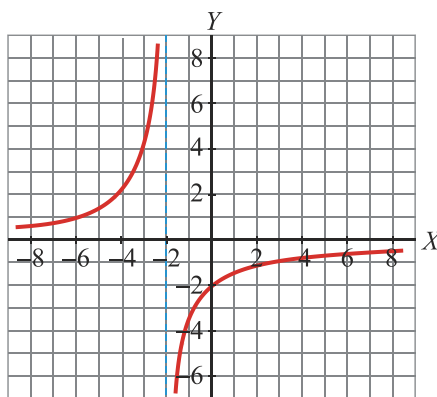


b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-x^3}{x^2} = +\infty$



Ejercicio nº 8.-

Esta é a gráfica da función $f(x)$:



a) É continua en $x = -2$?

b) E en $x = 0$?

Se non é continua nalgún dos puntos, indica a causa da discontinuidade.

Solución:

a) Non é continua en $x = -2$ porque non está definida, nin ten límite finito nese punto. Ten unha rama infinita nese punto (unha asíntota vertical).

b) Sí é continua en $x = 0$.

Exercicio nº 9.-

Comproba se a seguinte función é continua en $x = 0$

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 1 & \text{si } x < 0 \\ \frac{x-2}{2} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Solución: É continua en $x=0$

Exercicio nº 10.-

Calcula o valor de k para que $f(x)$ sexa continua en $x = 1$:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ k & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Solución: $k = 3$.

Exercicio nº 11.-

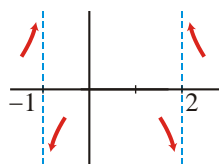
Averigua as asíntotas verticais da seguinte función e sitúa a curva respecto a elas:

$$f(x) = \frac{x+3}{x^2 - x - 2}$$

Solución:

As asíntotas verticais son $x = -1$ y $x = 2$.

Posición da curva respecto ás asíntotas:



Exercicio nº 12.-

A seguinte función ten unha asíntota oblicua. Calcula e sitúa a curva respecto a ela:

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x}{x + 1}$$

Solución:

Asíntota oblicua : $y = x + 1$

Representación:

