

Sección 1 - Exercicios de autoavaliación

Exercicio nº 1.-

Atopa o dominio de definición das seguintes funcións:

a) $y = \frac{1}{x^2 - 9}$

b) $y = \frac{1}{x^2 + 1}$

c) $y = \sqrt{x^2 - 1}$

d) $y = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$

e) $y = \ln \left(\frac{x+7}{x^2-1} \right)$

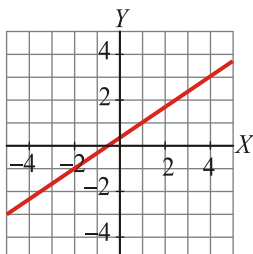
Exercicio nº 2.-

A) Representa gráficamente:

A1) $y = \frac{3}{2}x - 2$

A2) $y = (x+1)^2 - 3$

B) Atopa a función cuxa gráfica sexa:



Exercicio nº 3.-

Sabendo que 15° C (graos centígrados) equivalen a 59° F (graos Farenheit), e que 30° C son 86° F, averigua cántos graos centígrados son 70° F.

Exercicio nº 4.-

Calcula as coordenadas do vértice e os puntos de corte da función $y = 2x^2 + 9x - 5$ cos eixes coordenados. Cal é a ecuación do eixe de simetría da devandita parábola?

Exercicio nº 5.-

Un canón lanza un disparo a traxectoria do cal vén dada por $y = -3x^2 + 18x$, con x e y en centos de metros. Calcula a altura máxima alcanzada polo disparo, así como o alcance do disparo.

Exercicio nº 6.-

Calcula a ecuación da parábola que pasa polos puntos A(1, 3), B(0, -5) e C(2, 13).

Exercicio nº 7.-

Coñecida a gráfica de $y = \frac{1}{x}$ representa:

a) $y = \frac{1}{x-1}$, $y = \frac{1}{x+2}$ b) $y = 2 + \frac{1}{x}$, $y = -1 + \frac{1}{x-3}$ c) $y = \frac{2x+1}{x-1}$

Exercicio nº 8.-

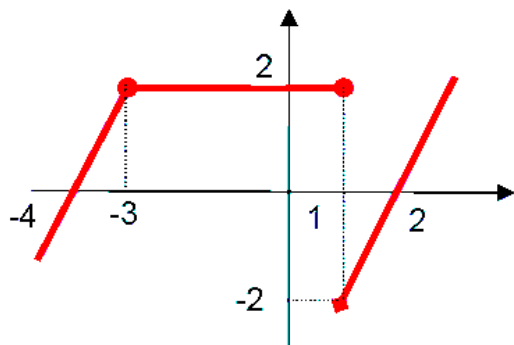
Representa a función: $f(x) = \begin{cases} x-1, & \text{si } x < -2 \\ x+1, & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ 1, & \text{si } x > 2 \end{cases}$

Exercicio nº 9.-

Representa as funcións $|x-4|$ e $|x+2|$.

Exercicio nº 10.-

Escrebe a expresión matemática da función f que ten a seguinte gráfica. En que puntos presenta f discontinuidades?



Exercicio nº 11.-

Representa a función $y = \sqrt{2x}$. Como serían $y = \sqrt{2x+3}$, $y = \sqrt{2x-5}$?

Solucións dos exercicios

Exercicio nº 1.-

a) $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm\sqrt{9} = \pm 3 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbf{R} - \{-3, 3\}$

b) $x^2 + 1 \neq 0$ para todo $x \in \mathbf{R} \rightarrow \text{Dominio} = \mathbf{R}$

c) Resolvemos a inecuación $x^2 - 1 \geq 0$; $x^2 - 1 = 0 \rightarrow x = \pm 1$.

Partimos a recta real en catro intervalos $(-\infty, -1)$, $(-1, 1)$ e $(1, \infty)$.

Construímos a táboa

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, \infty)$
$\text{sgn}((x+1) \cdot (x-1))$	$(-)\cdot(-)=+$	$(+)\cdot(-)=-$	$(+)\cdot(+)=+$

A partir da táboa e tendo en conta que a raíz cadrada dun número negativo non existe, obtense $\text{Dom } g = (-\infty, -1] \cup [1, \infty)$. Neste caso entran 1 e -1, posto que $\sqrt{0} = 0$.

d) $x > 0 \rightarrow \text{Dominio} = (0, +\infty)$

e) Resolvemos a inecuación $\frac{x+7}{x^2-1} \geq 0$, $x+7=0 \rightarrow x=-7$; $x^2-1=0 \rightarrow x=\pm 1$.

Partimos a recta real en catro intervalos $(-\infty, -7)$, $(-7, -1)$, $(-1, 1)$ e $(1, \infty)$.

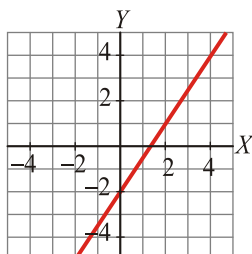
Construímos a táboa

	$(-\infty, -7)$	$(-7, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, \infty)$
$\text{sgn}\left(\frac{x+7}{x^2-1}\right)$	$\frac{-}{+} = -$	$\frac{+}{+} = +$	$\frac{+}{-} = -$	$\frac{+}{+} = +$

A partir da táboa obtense $\text{Dom } g = (-7, -1) \cup (1, \infty)$. Neste caso non entran nin -7 nin -1 nin 1, posto que como xa dixemos, non existe o ln 0.

Exercicio nº 2.-

A1)



A2)

- É unha parábola con vértice en $(-1, -3)$.

- Puntos de corte cos eixes:

Co eixe $X \rightarrow y=0 \rightarrow x^2 + 2x + 1 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 2 = 0$

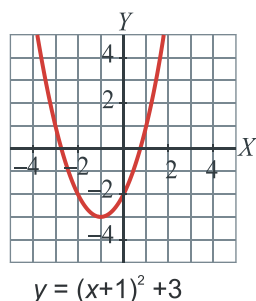
$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+8}}{2} \begin{cases} x = 0,73 \rightarrow \text{Punto}(0,73; 0) \\ x = -2,73 \rightarrow \text{Punto}(-2,73; 0) \end{cases}$$

Co eixe $Y \rightarrow x=0 \rightarrow y=-2 \rightarrow \text{Punto}(0, -2)$

- Achamos algún outro punto:

x	-2	-3	1
y	-2	1	1

- A gráfica é



B)

Vemos ca recta pasa polos puntos $(1, 1)$ y $(4, 3)$. Sua pendente será

$$m = \frac{3-1}{4-1} = \frac{2}{3}$$

A ecuación será:

$$y = \frac{2}{3}(x-1)+1 = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} + 1 = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$$

Exercicio nº 3.-

Imos a resolver o problema mediante unha interpolación lineal.

Sabemos que $f(59)=15$ e que $f(86)=30$.

Por tanto:

$$f(x) = 15 + \frac{30-15}{86-59}(x-59) \Rightarrow f(x) = 15 + \frac{5}{9}(x-59) \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} = \frac{5x-160}{9}$$

Así:

$$f(70) = \frac{190}{9} = 21,11$$

70° F equivalen a 21,11° C.

Exercicio nº 4.-

Resolvemos a ecuación: $f(x) = 0 \Rightarrow 2x^2 + 9x - 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5)}}{2 \cdot 2} \Rightarrow$
 $x = \frac{1}{2}$ e $x=5 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}, 0\right), (-5, 0)$ son os puntos de corte

$$\text{Vértice: } x_v = -\frac{b}{a} = -\frac{9}{4}; \quad y_v = \frac{4ac - b^2}{4a} = -\frac{121}{8} \Rightarrow$$

$$V = \left(-\frac{9}{4}, -\frac{121}{8}\right)$$

Exercicio nº 5.-

A altura máxima non é mais que $y_v = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{-18^2}{-12} = 27$, e o alcance do disparo é o punto no que a función corta ao eixe X: $f(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 + 18x = 0 \Rightarrow x_1 = 0$, e $x_2 = 6$. Loxicamente 0 correspóndese co punto no que se atopa o canón, polo que o alcance será $x = 6$. Así, tendo en conta a escala de x e y , a altura máxima que alcanza é de 2700 m e o alcance de 600 m.

Exercicio nº 6.-

A ecuación ha de ser da forma $y = ax^2 + bx + c$. Substituíndo as coordenadas dos 3 puntos obtense un sistema de 3 ecuacións con 3 incógnitas e, aínda que se estudarán o próximo curso, neste caso particular é doado resolver:

$$A(1, 3) \quad a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 3 \qquad a + b + c = 3 \qquad (E_1)$$

$$B(0, -5) \quad a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = -5 \qquad c = -5 \qquad (E_2)$$

$$C(2, 13) \quad a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 13 \qquad 4a + 2b + c = 13 \qquad (E_3)$$

De (E₂) sacamos que $c = -5$, e substituíndo en (E₁) e (E₃) temos un sistema de dúas ecuacións con dúas incógnitas:

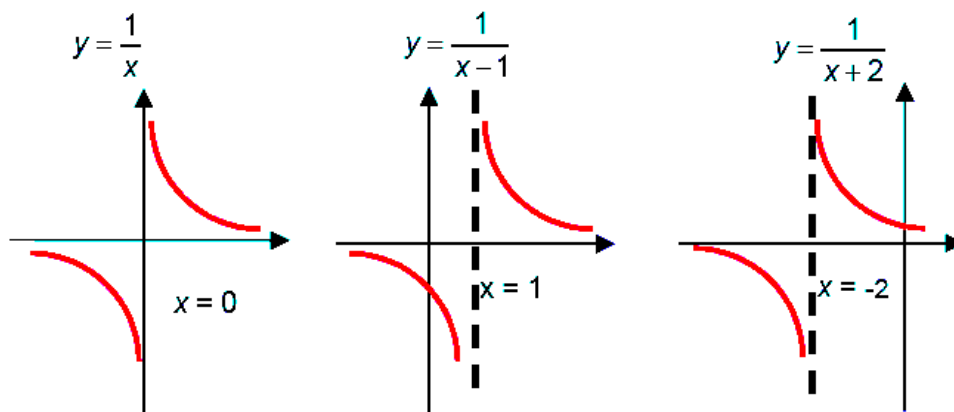
$$\begin{cases} a + b - 5 = 3 & a + b = 8 \\ 4a + 2b - 5 = 13 & 4a + 2b = 18 \Rightarrow 2a + b = 9 \end{cases} \text{ que resolto danos } a=1, b=7$$

$c = -5$, sendo a parábola buscada: $y = x^2 + 7x - 5$.

Exercicio nº 7.-

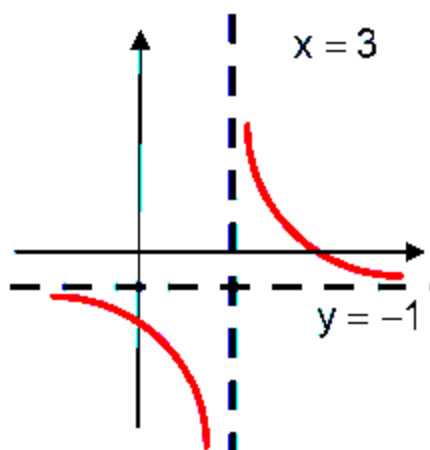
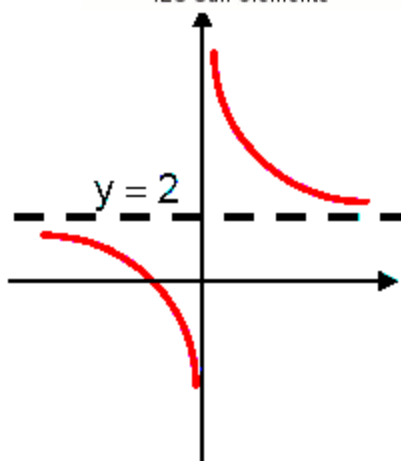
a)

Para representar $y = \frac{1}{x-1}$ hai que desprazar a hipérbole 1 unidade cara á dereita ($x-1 = 0 \Rightarrow x = 1$) e para representar $y = \frac{1}{x+2}$ hai que desprazala 2 unidades cara á esquerda ($x+2 = 0 \Rightarrow x = -2$). A hipérbole non sofre cambio na súa forma porque o numerador segue sendo 1.



b)

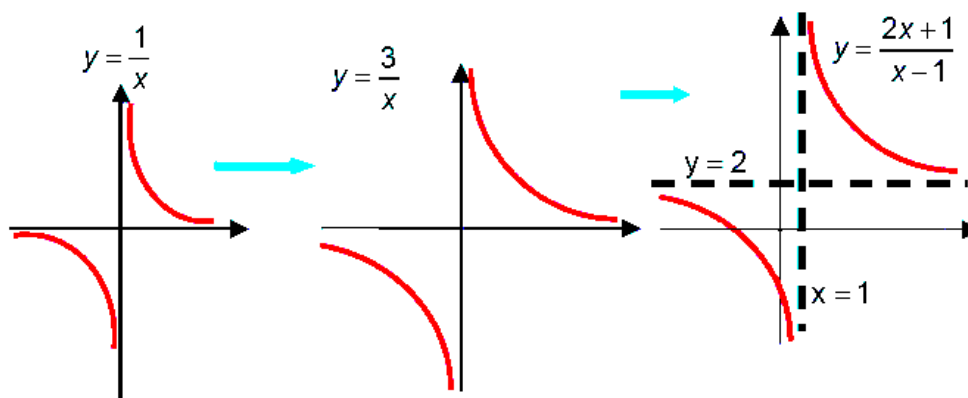
Na primeira, ao sumalo 2, o que se produce é un desprazamento de 2 unidades cara a arriba. Na segunda hai un desprazamento de 1 unidade cara a abaixo, pois restamos 1, e un desprazamento de 3 unidades cara á dereita, por restar 3 no denominador



c)

O que debemos facer é efectuar a división dos polinomios que aparecen na fracción.

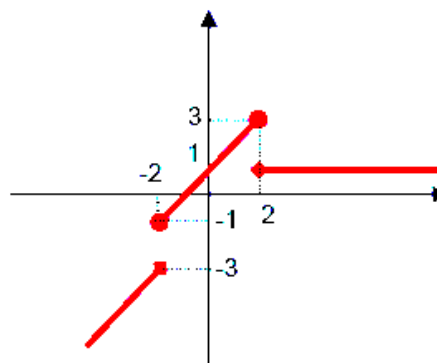
$\frac{2x+1}{x-1} = 2 + \frac{3}{x-1}$ pois obtense 2 como cociente e 3 como resto. Unha vez así escrito procedemos como no exemplo 3, observando que hai que subir a curva 2 unidades cara a arriba e desprazala 1 unidade cara á dereita. O 3 o que fai é deformala, pois a separará da orixe de coordenadas:



Exercicio 8

Construímos a táboa tendo en conta un pequeno truco: calculamos a imaxe dun valor dúas veces para saber onde remata un anaco e onde empeza o outro. O cálculo non

x	-5	-2*	-2	2	2*	5
y	-6	-3*	-1	3	1	1



correcto coa definición márcoo cun asterisco:

Exercicio 9

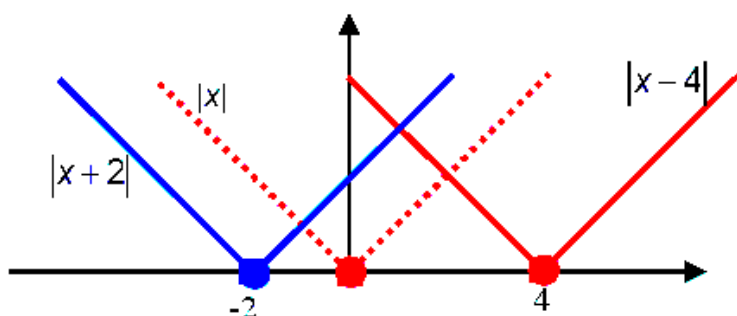
Construímos as táboas:

x	x	x-4
-3	3	-3-4 =-7 =7
0	0	0-4 =-4 =4
4	4	4-4 =0
7	7	7-4 =3

x	x	x+2
-7	7	-7+2 =-5 =5
-3	3	-3+2 =-1 =1
0	0	0+2 =2
4	4	4+2 =6

Da 1ª táboa despréndese que se produce un desprazamento de 4 unidades cara á dereita. O vértice do valor absoluto pasa de (0, 0) a (4, 0), pois $x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$.

Na 2ª táboa o desprazamento é de 2 unidades cara á esquerda, pasando vértice de (0,0) a (-2, 0). Observa que $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$. Así, a V do valor absoluto desprázase cara á dereita ou cara á esquerda:



Exercicio 10

No intervalo $(-4, -3)$ temos unha recta que pasa por $(-4, 0)$ e $(-3, 2)$. A ecuación da devandita recta é $y = 2x + 8$ (recorda como resolvemos a ecuación da recta que pasa por dous puntos). No intervalo $[-3, 1]$ a función é constante, e igual a 2. Fíxate que $x = -3$ podíámolo meter no primeiro intervalo, pois non se ve claramente se o punto está no primeiro ou no segundo anaco, pero, por homoxeneidade, como $x = 1$ está no segundo anaco, asignámosllo ao segundo e non ao primeiro anaco. A ecuación é $y = 2$. No intervalo $(1, 4)$ volvemos ter unha recta que pasa por $(1, -2)$ e $(2, 0)$, e a súa ecuación é $y = 2x - 4$.

$$\text{A función será } f(x) = \begin{cases} 2x + 8, & \text{si } x < -3 \\ 2, & \text{si } -3 \leq x \leq 1 \\ 2x - 4, & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

A función presenta unha descontinuidade en $x = 1$.

Exercicio 11

Comparando con \sqrt{x} obsérvase que o que sucede con $\sqrt{2x}$ é que a curva sepárase máis do eixe X (para o mesmo valor da abscisa, a ordenada é $\sqrt{2} \approx 1,414$ veces maior): $x=3 \Rightarrow \sqrt{3} \approx 1,732$, $\sqrt{2 \cdot 3} \approx 2,449$ (pódese usar a calculadora para comprobar estes valores). Polo demais, o Dominio é o mesmo, pois a inecuación $2x \geq 0$ ten a mesma solución que $x \geq 0$.

Con respecto a $y = \sqrt{2x+3}$, ao sumar 3 introdúcese un desprazamento de $\frac{3}{2}$

unidades cara a esquerda respecto a $\sqrt{2x}$, sendo agora o dominio $\text{dom } y = \left[-\frac{3}{2}, \infty\right[$

Observa que $2x+3=0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$.

En $\sqrt{2x-5}$ aparece un desprazamento de $\frac{5}{2}$ unidades cara a dereita polo que o

$\text{Dom } y = \left[\frac{5}{2}, \infty\right[$ xa que $2x-5=0 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$. As gráficas son

