

Problemas de autoavaliación

1. Resolver as ecuacions

- a) $7 \cdot (x + 1) - 4 \cdot (x + 3) = x - 9$ b) $5 + 4x + 5(1 + 3x) = -4(3 - 2x)$
c) $5x - 2(x - 1) + 5(2 + 3x) = 3(x - 1)$; d) $6(x - 10) = -3(2x - 7) - 33$
e) $8(6 + 2x) = 4(2 - 3x) - 72$; f) $8x + 7 - 2x + 5 = 4x + 12 - x + 30$

2. Resolve as ecuacions:

a) $8 + \frac{x}{4} = \frac{3x-2}{8}$
b) $\frac{20-x}{2} - \frac{10x+3}{16} = \frac{10-10x}{4}$ c) $\frac{3x-1}{2} - \frac{x+3}{3} = \frac{x+1}{2}$

3.a) $(x - 3)^2 = 64$; b) $x^2 + 10x + 25 = 0$; c) $x^2 + 2x - 15 = 0$; d) $x^2 - 8x + 15 = 0$.

4. Resolve as seguintes ecuacións:

- a) $x^2 - 3x + 2 = 0$; b) $x^2 + 3x - 28 = 0$; c) $2x^2 + 7x = 15$;
d) $12x^2 - 7x + 1 = 0$; e) $x^2 + x = 42$

5. Resolve as seguintes ecuacións:

a) $\frac{x^2}{3} - 2 = 3x + \frac{x^2-12}{6}$ b) $\frac{x^2+2}{3} - \frac{x^2+1}{4} = 1 - \frac{x+7}{12}$

6. Resolve as ecuacións incompletas de segundo grao sen aplicar a fórmula xeral:

a) $(x + 1)^2 - (x - 2)^2 = (x + 3)^2 + x^2 - 20$
b) $\frac{3x+1}{3} - \frac{5x^2+3}{2} = \frac{x^2-1}{2} - \frac{x+2}{3}$

7. Representa as parábolas: a) $x^2 - 6x + 9 = 0$ b) $-2x^2 - 5x + 3 = 0$

8. Factoriza e resolve

a) $x^3 + x^2 - 6x = 0$; b) $x^3 - 36x = 0$; c) $x^4 - 2x^3 + x^2 = 0$

9. Resolve as ecuacións seguintes: a) $(x - 4)(x - 2) = 0$; b) $(x + 3)(x - 2) = 0$;

c) $(x - 5)(x + 6) = 0$; d) $(x - 7)(x + 9) = 0$

10. Resolve as seguintes ecuacións:

a) $x^2 - 25 = 0$; b) $x^2 - 1 = 0$; c) $3x^2 = 0$; d) $2x^2 - 3x = 0$

11. Resolve as ecuacións:

a) $x^4 - 16 = 0$; b) $81x^4 - x^2 = 0$; c) $4x^4 - x^2 = 0$; d) $x^4 - 9x^2 = 0$.

12. Resolve as ecuacións bicadradas

a) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

b) $x^4 - 5x^2 + 36 = 0$

c) $9x^4 - 46x^2 + 5 = 0$

13. Calcular a hipotenusa dun triángulo rectángulo, sabendo que as medidas dos seus lados son tres números consecutivos.

14. Nun rectángulo a base mide o triplo que a altura. Se diminuímos en 1 cm. cada lado, a área inicial diminúe en 15 cm^2 . Calcular as dimensións e a área do rectángulo inicial.

15. A idade dun pai é o cadrado da do seu fillo. Dentro de 24 anos a idade do pai será o dobre da do fillo. Cantos anos ten agora cada un?

16. Resolve os sistemas seguintes:

a) $\begin{cases} -x + y = -13 \\ x - 2y = 26 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -8x + y = 18 \\ -2x + 2y = 11 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -15x - 7y = -28 \\ -5x - 2y = -8 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + 4y = -1 \\ 2x + y = 19 \end{cases}$

17. Resolve os sistemas: a) $\begin{cases} \frac{x+1}{3} + y = 1 \\ \frac{x-3}{4} + 2y = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 4 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 2 \end{cases}$

18. Un frutero compra 50 kg de mazás e 80 kg de laranxas, polos que ten que pagar 66,10 €; pero consegue un desconto do 20% no prezo das mazás e un 10% no das laranxas. Dese xeito paga 56,24 €. ¿Cales son os prezos primitivos de cada artigo?

19. Un leiteiro espera obter 36 € pola venda de leite. No camiño ó mercado derramanselle catro litros. Para obter o mesmo beneficio aumenta en 0,45 € o prezo do litro. ¿Cantos litros tiña ó principio?

20. Resolve polo método de Gauss

a) $\begin{cases} 2x - 3y + z = 4 \\ x + 6y + 2z = 5 \\ x + y = 6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + y + z = 7 \\ x + z = 4 \\ 3x - 2y + z = 2 \end{cases}$

21. Resolve os sistemas seguintes polo método de Gauss

a) $\begin{cases} x - 2y = -3 \\ -2x + 3y + z = 4 \\ 2x + y - 5z = 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 3x - 2y - z = 4 \\ -2x + y + 2z = 2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x - 4y + 2z = 1 \\ -2x - 3y + z = 2 \\ 5x - y + z = 5 \end{cases}$

22. Resolve o sistema:
$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x - y = 3 \\ 5x + y = 8 \end{cases}$$

23. Resolve as seguintes inecuacións:

a) $\frac{3x-2}{2} \leq \frac{2x+7}{3}$

b) $2x - 3 < x - 1$

c) $3x/5 - x > -2$

d) $-3x - 2 > 5 - x/2$

24. Resolve graficamente:

a) $x + y - 2 \geq 0$ b) $2x - 3y \leq 6$ c) $\frac{x-3y}{2} \leq 3$ d) $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} \geq -1$

Soluciones Sección 4

1. Resolver as ecuacions

$$\text{a) } 7 \cdot (x + 1) - 4 \cdot (x + 3) = x - 9 \quad \text{b) } 5 + 4x + 5(1 + 3x) = -4(3 - 2x)$$

$$\text{c) } 5x - 2(x - 1) + 5(2 + 3x) = 3(x - 1); \quad \text{d) } 6(x - 10) = -3(2x - 7) - 33$$

$$\text{e) } 8(6 + 2x) = 4(2 - 3x) - 72; \quad \text{f) } 8x + 7 - 2x + 5 = 4x + 12 - x + 30$$

Solucion:

a) Quitar paréntese realizando as operacións correspondentes:

$$7x + 7 - 4x - 12 = x - 9$$

Agrupar os termos coa x nun membro da ecuación e os termos sen a x no outro (recorda que ao pasar un termo dun membro a outro da ecuación cambia o seu signo): $7x - 4x - x = -9 - 7 + 12$

$$\text{Operar: } 2x = -4 \text{ e despexar a } x: x = \frac{-4}{2} = -2$$

Comprobar a solución: para o que se substitúe o valor obtido na ecuación de partida

$$7 \cdot (-2 + 1) - 4 \cdot (-2 + 3) = -2 - 9 \Rightarrow 7 \cdot (-1) - 4 \cdot (1) = -11 \Rightarrow -11 = -11$$

$$\text{b) } 5 + 4x + 5(1 + 3x) = -4(3 - 2x)$$

$$5 + 4x + 5 + 15x = -12 + 8x \Rightarrow 4x + 15x - 8x = -12 - 5 - 5 \Rightarrow 11x = -22 \Rightarrow x = -22/11 = -2$$

$$\text{c) } 5x - 2(x - 1) + 5(2 + 3x) = 3(x - 1)$$

$$5x - 2x + 2 + 10 + 15x = 3x - 3 \Rightarrow 15x = -15 \Rightarrow x = -15/15 = -1$$

$$\text{d) } 6(x - 10) = -3(2x - 7) - 33$$

$$6x - 60 = -6x + 21 - 33 \Rightarrow 12x = 60 + 21 - 33 = 48 \Rightarrow x = 48/12 = 4$$

$$\text{e) } 8(6 + 2x) = 4(2 - 3x) - 72$$

$$48 + 16x = 8 - 12x - 72 \Rightarrow 28x = -72 - 48 + 8 \Rightarrow 28x = -112 \Rightarrow x = -112/28 = -4$$

$$\text{f) } 8x + 7 - 2x + 5 = 4x + 12 - x + 30 \Rightarrow$$

$$8x - 2x - 4x + x = -7 - 5 + 12 + 30 \Rightarrow 3x = 30 \Rightarrow x = 10$$

2. Resolve as ecuacions:

$$\text{a) } 8 + \frac{x}{4} = \frac{3x-2}{8}$$

$$\text{b) } \frac{20-x}{2} - \frac{10x+3}{16} = \frac{10-10x}{4} \quad \text{c) } \frac{3x-1}{2} - \frac{x+3}{3} = \frac{x+1}{2}$$

Solucion:

- a) O m.c.m. e 8, enton: $64 + 2x = 3x - 2 \Rightarrow x = 66$
- b) O m.c.m. e 16, enton: $40 - 2x - (10x + 3) = 40 - 40x \Rightarrow 40x - 12x = 40 - 40 + 3$
 $28x = 3 \Rightarrow x = 3/28$
- c) O m.c.m. e 6, enton: $9x - 3 - (2x + 6) = 3x + 3 \Rightarrow 9x - 2x - 3x = +3 + 6 + 3$
 $4x = 12 \Rightarrow x = 12/4 = 3$

3.a) $(x - 3)^2 = 64$; b) $x^2 + 10x + 25 = 0$; c) $x^2 + 2x - 15 = 0$; d) $x^2 - 8x + 15 = 0$.

Solucion:

- a) $(x-3)=\sqrt{64} \Rightarrow (x-3)=\pm 8 \Rightarrow x=3+8$ y $x=3-8 \Rightarrow x=11$ y $x=-5$
- b) $x^2 + 10x + 25 = 0 \Rightarrow (x+5)^2=0 \Rightarrow x+5=0 \Rightarrow x=-5$
- c) $x^2 + 2x - 15 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 - 16 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 16 \Rightarrow x+1 = \pm 4 \Rightarrow$
 $x = -1 + 4$ y $x = -1 - 4 \Rightarrow x=3$ y $x=-5$
- d) $x^2 - 8x + 15 = 0 \Rightarrow x^2 - 8x + 15 + 1 = 0 + 1 \Rightarrow x^2 - 8x + 16 = 1 \Rightarrow (x-4)^2 = 1 \Rightarrow$
 $x - 4 = \pm 1 \Rightarrow x = 4 + 1$ y $x = 4 - 1 \Rightarrow x=5$ y $x=3$

4. Resolve as seguintes ecuacións:

- a) $x^2 - 3x + 2 = 0$; b) $x^2 + 3x - 28 = 0$; c) $2x^2 + 7x = 15$;
d) $12x^2 - 7x + 1 = 0$; e) $x^2 + x = 42$

Solucion: a) $x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$

b) $x = \frac{-3 \pm \sqrt{(3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-28)}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{-3 \pm 11}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -7 \end{cases}$

c) $x = \frac{-7 \pm \sqrt{(7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-15)}}{2 \cdot 2} = \frac{-7 \pm \sqrt{169}}{4} = \frac{-7 \pm 13}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = 3/2 \\ x = -5 \end{cases}$

d) $x = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 12 \cdot 1}}{2 \cdot 12} = \frac{-7 \pm \sqrt{1}}{24} = \frac{-7 \pm 1}{24} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{8}{24} = -1/3 \\ x = -\frac{6}{24} = -1/4 \end{cases}$

5. Resolve as seguintes ecuacións:

a) $\frac{x^2}{3} - 2 = 3x + \frac{x^2 - 12}{6}$ b) $\frac{x^2 + 2}{3} - \frac{x^2 + 1}{4} = 1 - \frac{x + 7}{12}$

Solucion:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad 2x^2 - 12 &= 18x + x^2 - 12 \\ x^2 - 18x &= 0 \\ x(x - 18) &= 0 \\ \mathbf{x = 0, x = 18} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad 4x^2 + 8 - (3x^2 + 3) &= 12 - (x + 7) \\ x^2 + 5 &= 12 - x - 7 \\ x^2 + x &= 0 \\ x(x + 1) &= 0 \\ \mathbf{x = 0, x = -1} \end{aligned}$$

6. Resolve as ecuacións incompletas de segundo grao sen aplicar a fórmula xeral:

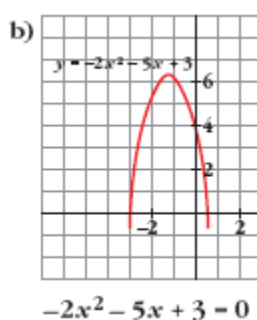
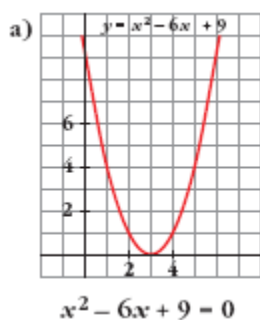
$$\begin{aligned} \text{c)} \quad (x+1)^2 - (x-2)^2 &= (x+3)^2 + x^2 - 20 \\ \text{d)} \quad \frac{3x+1}{3} - \frac{5x^2+3}{2} &= \frac{x^2-1}{2} - \frac{x+2}{3} \end{aligned}$$

Soluciones:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad x^2 + 1 + 2x - x^2 - 4 + 4x &= x^2 + 9 + 6x + x^2 - 20 \\ 6x - 3 &= 2x^2 + 6x - 11 \Rightarrow 2x^2 = 8 \Rightarrow \mathbf{x=2 \text{ e } x=-2} \\ \text{b)} \quad 6x + 2 - 15x^2 - 9 &= 3x^2 - 3 - 2x - 4 \\ x^2 - 13x &= 0 \Rightarrow x(x - 13) = 0 \Rightarrow \mathbf{x = 0 \text{ e } x=13} \end{aligned}$$

7. Representa as parábolas: a) $x^2 - 6x + 9 = 0$ b) $-2x^2 - 5x + 3 = 0$

Soluciones:



Acha o vertice e os puntos de corte cos eixos igual que no exemplo resolto na seccion

8. Factoriza e resolve

$$\text{a)} \quad x^3 + x^2 - 6x = 0 ; \text{ b)} \quad x^3 - 36x = 0 ; \text{ c)} \quad x^4 - 2x^3 + x^2 = 0$$

Soluciones:

- a) $x(x-2)(x+3) = 0 \Rightarrow x=0, \mathbf{x=2}$ e $\mathbf{x=-3}$
b) $x(x^2-36) = 0 \Rightarrow x=0, x^2=36 \Rightarrow \mathbf{x=+6}$ e $\mathbf{x=-6}$
c) $x^2(x-1)^2 = 0 \Rightarrow x=0$ e $x=1$

9. Resolva as ecuacións seguintes: a) $(x-4)(x-2) = 0$; b) $(x+3)(x-2) = 0$;

c) $(x-5)(x+6) = 0$; d) $(x-7)(x+9) = 0$

Solucion:

- a) $(x-4)=0$ e $(x-2)=0 \Rightarrow x=4$ e $x=2$
b) $(x+3)=0$ e $(x-2)=0 \Rightarrow x=-3$ e $x=2$
c) $(x-5)=0$ e $(x+6)=0 \Rightarrow x=5$ e $x=-6$
d) $(x-7)=0$ e $(x+9)=0 \Rightarrow x=7$ e $x=-9$

10. Resolva as seguintes ecuacións:

a) $x^2 - 25 = 0$; b) $x^2 - 1 = 0$; c) $3x^2 = 0$; d) $2x^2 - 3x = 0$

Solucion: a) $x^2=25 \Rightarrow x = \pm 5$

- b) $x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1$
c) $3x^2 = 0 \Rightarrow x^2=0 \Rightarrow x=0$
d) $2x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(2x-3) = 0 \Rightarrow x=0$ e $x = 3/2$

11. Resolva as ecuacións:

a) $x^4 - 16 = 0$; b) $81x^4 - x^2 = 0$; c) $4x^4 - x^2 = 0$; d) $x^4 - 9x^2 = 0$.

Solucion:

- a) $x^4=16 \Rightarrow x^2=\sqrt{16} \Rightarrow x^2=\pm 4 \Rightarrow x=\pm 2$
b) $81x^4 - x^2 = 0 \Rightarrow x^2(81x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x^2=0$ e $81x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2=0$ e $x^2 = 1/81 \Rightarrow x=0$ e $x = \pm 1/9$
c) $4x^4 - x^2 = 0 \Rightarrow x^2(4x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x^2=0$ e $4x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2=0$ e $x^2 = 1/4 \Rightarrow x=0$ e $x = \pm 1/2$
d) $x^4 - 9x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x^2 - 9) = 0 \Rightarrow x^2=0$ e $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2=0$ e $x^2 = 9 \Rightarrow x=0$ e $x = \pm 3$

12. Resolva as ecuacións bicuadradas

- a) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$
b) $x^4 - 5x^2 + 36 = 0$
c) $9x^4 - 46x^2 + 5 = 0$

Solución: a) $x^2 = y \Rightarrow y^2 - 10y + 9 = 0 \Rightarrow y = 9$ e $y = 1 \Rightarrow x=\pm 3$ e $x=\pm 1$

b) $x^2 = y \Rightarrow y^2 - 5y + 36 = 0 \Rightarrow$ Non ten solución

c) $x^2 = y \Rightarrow x^2 = y \Rightarrow 9y^2 - 46y^2 + 5 = 0 \Rightarrow y=5$ e $y=1/9 \Rightarrow x=\pm\sqrt{5}$ e $x=\pm 1/3$

13. Calcular a hipotenusa dun triángulo rectángulo, sabendo que as medidas dos seus lados son tres números consecutivos.

Solucion:

Tendo en conta o teorema de Pitágoras, cúmprese: $(x+2)^2 = (x+1)^2 + x^2$.

Operando: $x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2x + 1 + x^2$.

Agrupando todos os termos no segundo membro e simplificando: $x^2 - 2x - 3 = 0$

Ecuación que sabes resolver numericamente, con solucións: $x = 3$ y $x = -1$ y tamén gráficamente..

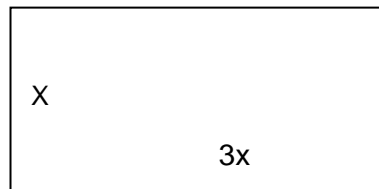
Naturalmente a solución $x = -1$ hai que rexeitala porque un lado non pode ter unha medida negativa, logo quedáanos:

Hipotenusa: $x + 2 = 5$; **Cateto maior:** $x + 1 = 4$; **Cateto menor:** $x = 3$.

14. Nun rectángulo a base mide o triplo que a altura. Se diminuímos en 1 cm. cada lado, a área inicial diminúe en 15 cm^2 . Calcular as dimensións e a área do rectángulo inicial.

Solución:

Se chamamos x á altura, a base sera $3x$, polo tanto o area do rectangulo sera : $3x \cdot x = A$ e o area do rectangulo diminuído en 1 cm cada lado seria:



$(3x-1) \cdot (x-1) = A - 15$ substituíndo A por o valor anterior quedáanos:

$(3x-1) \cdot (x-1) = 3x^2 - 15 \Rightarrow 3 - 4x + 1 = 3x^2 - 15 \Rightarrow -4x = -16 \Rightarrow x = 4$

Base = 12 cm. Altura = 4 cm.

15. A idade dun pai é o cadrado da do seu fillo. Dentro de 24 anos a idade do pai será o dobre da do fillo. Cantos anos ten agora cada un?

Solución:

Sexa x a idade do pai e e a do fillo, entón cúmprese: $x = y^2$. Pasados 24 anos o pai tendra $x + 24$ e o fillo $y + 24$ cumpríndose entón o seguinte: $x+24 = 2 \cdot (y+24)$, substituíndo x polo seu valor na primeira ecuación e resolviendola obtemos a solución

$$x+24 = 2 \cdot (y+24) \Rightarrow y^2 + 24 = 2y + 48 \Rightarrow y^2 - 2y - 24 = 0 \Rightarrow y = 6$$

Idade do pai: 36 ; Idade do fillo: 6

16. Resolve os sistemas seguintes:

a)
$$\begin{cases} -x + y = -13 \\ x - 2y = 26 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} -8x + y = 18 \\ -2x + 2y = 11 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} -15x - 7y = -28 \\ -5x - 2y = -8 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x + 4y = -1 \\ 2x + y = 19 \end{cases}$$

Solucion: a) Multiplicamos por 2 a 1ª ecuación:

$$\begin{array}{rcl} 2x - 2y & = & 26 \\ -x + 2y & = & -26 \\ \hline x & = & 0 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} -x + y & = & -13 \\ x - 2y & = & 26 \\ \hline y & = & -13 \end{array}$$

x = 0

y = -13

b) Multiplicamos por 2 a 1ª ecuación para eliminar a y:

$$\begin{array}{rcl} -16x + 2y & = & 36 \\ 2x - 2y & = & -11 \\ \hline -14x & = & 25 \\ x & = & -25/14 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 8x + y & = & 18 \\ 8x - 8y & = & -44 \\ \hline -7y & = & -26 \\ y & = & 26/7 \end{array}$$

c) Multiplicamos por 2 a 1ª ecuación e por 7 a 2ª para eliminar a y:

$$\begin{array}{rcl} 30x + 14y & = & 56 \\ -35x - 14y & = & -56 \\ \hline x & = & 0/-5 = 0 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} -15x - 7y & = & -28 \\ 15x + 6y & = & 24 \\ \hline y & = & 4 \end{array}$$

d) Multiplicamos por 4 a 1ª ecuación :

$$\begin{array}{rcl} x + 4y & = & -1 \\ -8x - 4y & = & -76 \\ \hline x & = & -77/-7 = 11 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 2x + 8y & = & -2 \\ -2x - y & = & -19 \\ \hline y & = & -21/7 = -3 \end{array}$$

17. Resolva os sistemas: a) $\begin{cases} \frac{x+1}{3} + y = 1 \\ \frac{x-3}{4} + 2y = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 4 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 2 \end{cases}$

Solucion: a)

$$x + 1 + 3y = 3 \Rightarrow x + 3y = 2 \Rightarrow x = 2 - 3y$$

$$x - 3 + 8y = 4 \Rightarrow x + 8y = 7 \Rightarrow 2 - 3y + 8y = 7 \Rightarrow 5y = 5 \Rightarrow y = 1$$

$$x = -1 \quad y = 1$$

b) $2x - 3y = 24 \Rightarrow -2x + 3y = -24$
 $2x - y = 8 \Rightarrow 2x - y = 8$
 $2y = -16 \Rightarrow y = -8 \Rightarrow x = 0$

18. Un frutero compra 50 kg de mazás e 80 kg de laranxas, polos que ten que pagar 66,10 €; pero consegue un desconto do 20% no prezo das mazás e un 10% no das laranxas. Dese xeito paga 56,24 €. ¿Cales son os prezos primitivos de cada artigo?

Solucion: x = mazás e y=laranxas. Trátase dun sistema de ecuacions:

$$\begin{cases} 50x + 80y = 66,10 \\ 0,8 \cdot 50x + 0,9 \cdot 80y = 56,24 \end{cases} \Rightarrow \text{Resolvendo o sistema obtense:}$$

$$x = 0,65 \text{ € e } y = 0,42 \text{ €}$$

19. Un leiteiro espera obter 36 € pola venda de leite. No camiño ó mercado derramanselle catro litros. Para obter o mesmo beneficio aumenta en 0,45 € o prezo do litro. ¿Cantos litros tiña ó principio?

Solucion:

Tiña x litros $\Rightarrow 36/x$ € o litro

Quedanlle $x-4$ litros $\Rightarrow (36/x + 0,45)$ € /litro o coste sería $(36/x + 0,45)(x - 4) = 36$

$$(36 + 0,45x)(x - 4) = 36x \Rightarrow 36x - 144 + 0,45x^2 - 1,8x = 36x \Rightarrow$$

$$0,45x^2 - 1,8x - 144 = 0 \Rightarrow x = 20, \text{ o leiteiro tiña } \mathbf{20 \text{ litros de leite}}$$

20. Resolve polo método de Gauss

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - 3y + z = 4 \\ x + 6y + 2z = 5 \\ x + y = 6 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2x + y + z = 7 \\ x + z = 4 \\ 3x - 2y + z = 2 \end{cases}$$

Solucion: a) 1º multiplicamos por 2 a ecuación 2ª e restámoslle a 1ª

2º multiplicamos por 2 la ecuación 3ª e restámoslle a 1ª

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 4 \\ 0 + 15y + 3z = 6 \\ 0 + 5y - z = 8 \end{cases}$$

3º) 3ª ecuación por 3 menos a 2ª

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 4 \\ 0 + 15y + 3z = 6 \\ 0 + 0 + 6z = -18 \end{cases}$$

Quédanos: **$z = -3$, $y = 1$ y $x = 5$**

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + y + z = 7 \\ x + z = 4 \\ 3x - 2y + z = 2 \end{cases}$$

Solucion : 1º reordenamos as ecuaciones

$$\begin{cases} 2x + y + z = 7 \\ 3x - 2y + z = 2 \\ x + z = 4 \end{cases}$$

2º A 2ª ecuación multiplicada por 2 restámoslle a 1ª multiplicada por 3

$$\begin{cases} 2x + y + z = 7 \\ 0 + 7y + z = +17 \\ x + z = 4 \end{cases}$$

3º multiplicamos por 2 a 3ª 1ª

$$\begin{cases} 2x + y + z = 7 \\ 0 + 7y + z = +17 \\ 0 - y + z = 1 \end{cases}$$

4º multiplicamos a 3ª por 7 e sumamoslle a 2ª:

$$\begin{cases} 2x + y + z = 7 \\ 0 + 7y + z = +17 \\ 0 + 0 + 8z = 24 \end{cases}$$

As solucións son: **$z = 3$, $y = 2$ e $x = 1$**

21. Resolve os sistemas seguintes polo metodo de Gauss

$$\text{a) } \begin{cases} x - 2y = -3 \\ -2x + 3y + z = 4 \\ 2x + y - 5z = 4 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 3x - 2y - z = 4 \\ -2x + y + 2z = 2 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 3x - 4y + 2z = 1 \\ -2x - 3y + z = 2 \\ 5x - y + z = 5 \end{cases}$$

Solucion: a)

$$\begin{cases} x - 2y = -3 \\ -2x + 3y + z = 4 \Rightarrow \\ 2x + y - 5z = 4 \end{cases}$$

1º déisaxe a 1ª ecuación, 2ª mais 2 por a 1ª e 3ª menos 2 pola 1ª

$$\begin{cases} x - 2y = -3 \\ 0 - y + z = -2 \\ 0 + 5y - 5z = 10 \end{cases}$$

2º déisaxe a 1ª e a 2ª e a 3ª sumaselle a 2ª multiplicada por 5:

$$\begin{cases} x - 2y = -3 \\ 0 - y + z = -2 \\ 0 + 0 - 0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 2y = -3 \\ -y + z = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -3 + 2y \\ z = -2 + y \end{cases} \Rightarrow$$

As solucións son: **$x = -3 + 2\alpha$; $y = \alpha$; $z = -2 + \alpha$**

$$\text{b) } \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 3x - 2y - z = 4 \\ -2x + y + 2z = 2 \end{cases}$$

Deixamos a 1ª ecuación e a 2ª restamoslle a 1ª multiplicada por 3 e a 3ª sumamoslle a 1ª multiplicada por 2:

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 0 - 5y - 4z = -2 = > \\ 0 + 3y + 4z = 6 \end{cases}$$

Volvemos a deixar a 1ª ecuación, a 2ª multiplicamoslla por (-1) e a 3ª por 5 sumamoslle a 2ª multiplicada por 3

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 2 \\ 0 + 5y + 4z = +2 \Rightarrow \\ 0 + 0 + 8z = 24 \end{array} \right. \Rightarrow \mathbf{z=3, y= -2, x = 1}$$

$$c) \left\{ \begin{array}{l} 3x - 4y + 2z = 1 \\ -2x - 3y + z = 2 \\ 5x - y + z = 5 \end{array} \right. \Rightarrow$$

Deixamos a 3ª ecuación, a 2ª restámoslle a 3ª, e a 3ª restámoslle a 1ª por 2

$$\left\{ \begin{array}{l} -7 - 2y + 0 = -9 \\ -7 - 2y + 0 = -3 \\ 5x - y + z = 5 \end{array} \right.$$

As dúas primeiras ecuacións son contradictorias, polo tanto o **sistema é incompatible**.

22. Resolve o sistema: $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x - y = 3 \\ 5x + y = 8 \end{cases}$

Solución :

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x - y = 3 \\ 5x + y = 8 \end{cases} \Rightarrow \text{deixamos a 1ª ecuación, a 2ª restámoslle a 1ª multiplicada por 2 e a 3ª}$$

restámoslle a 1ª multiplicada por 5:

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 0 - 5y = 1 \Rightarrow \text{Da 2ª ecuación obtemos que } \mathbf{y=-1/5} \text{ e da 3ª que } \mathbf{y = -1/3} \text{ polo que} \\ 0 - 9y = 3 \end{cases}$$

vemos que o **sistema é incompatible**.

23. Resolve as seguintes inecuacións:

a) $\frac{3x-2}{2} \leq \frac{2x+7}{3}$

b) $2x - 3 < x - 1$

c) $3x/5 - x > -2$

d) $-3x - 2 > 5 - x/2$

Solucions:

a) $9x - 6 \leq 4x + 14 \rightarrow 5x \leq 20 \rightarrow x \leq 4; \mathbf{(-\infty, 4]}$

b) $x < 2; \mathbf{(-\infty, 2)}$

c) $3x - 5x > -10 \rightarrow -2x > -10 \rightarrow 2x < 10 \rightarrow x < 5; \mathbf{(-\infty, 5)}$

d) $-6x - 4 > 10 - x \rightarrow 5x < -14 \rightarrow x < -14/5; \mathbf{(-14/5, -\infty)}$

24. Resolve graficamente:

b) $x + y - 2 \geq 0$ b) $2x - 3y \leq 6$ c) $\frac{x-3y}{2} \leq 3$ d) $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} \geq -1$

Solucion:

Despéxase a y e represéntase a recta correspondente, para iso basta dar dous valores á x e achar o correspondente da y:

