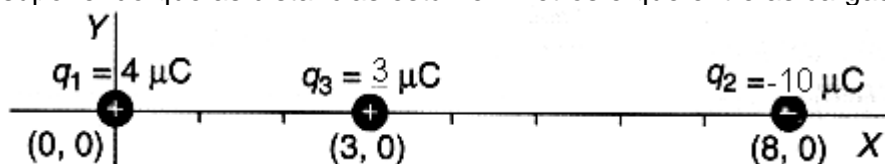


Sección 6 - Exercicios de autoavaliación

Nota: se non se indica o contrario, as cargas sitúanse no baleiro. O valor da constante k , no baleiro, é: $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

1. Sexan as cargas $Q_1 = 4 \mu\text{C}$, situada na orixe de coordenadas, e $Q_2 = -10 \mu\text{C}$, no punto (8,0).

Calcula a forza que actuará sobre unha terceira carga, $Q_3 = 3 \mu\text{C}$, situada en (3,0), supoñendo que as distancias están en metros e que entre as cargas hai auga.



Dato: $k_{\text{auga}} = 1,1 \cdot 10^8 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

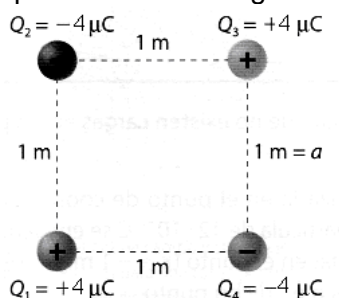
2. Dúas cargas, $Q_1 = -4 \mu\text{C}$ e $Q_2 = 4 \mu\text{C}$, están situadas nun plano nos puntos (-2,0) e (2,0), respectivamente. Calcula a forza exercida por estas dúas cargas sobre outra carga $Q_3 = -2 \mu\text{C}$, de coordenadas (0,4).

3. Dúas esferas de 200 g cada unha posúen cargas iguais, estando colgadas dun mesmo punto de sendos fíos de 50 cm de longo cada un. Se debido ás forzas electrostáticas están separadas 6 cm, calcula o valor da carga de cada bóla.

Datos: $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

4. Razoa por qué o campo electrostático é conservativo.
5. Dúas cargas eléctricas puntuais de 2 e -2 μC cada unha están situadas respectivamente en (2,0) e en (-2,0) (en metros). Calcula o campo eléctrico en (0,0) e en (0,10).
6. Nos vértices dun cadrado de 1 m de lado sitúanse catro cargas de valores -1, +1, -1 e +1, en μC , de maneira que as de signo igual están en vértices opostos. Calcula o campo eléctrico no punto medio dun calquera dos lados.

7. Canto vale a enerxía potencial do sistema da seguinte figura? Razoa o significado físico que se deriva do signo do resultado.



8. En dous vértices A e B consecutivos dun triángulo equilátero de 1 m de lado, sitúanse dúas

cargas $Q_1 = 3,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ y $Q_2 = -4,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$. Calcula a enerxía potencial electrostática que posuía unha terceira carga $Q_3 = -1,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ situada no vértice libre C.

9. Dúas cargas eléctricas puntuais de 2 e $-2 \mu\text{C}$ cada unha están situadas respectivamente en $(2,0)$ e en $(-2,0)$ (en metros). Calcula o traballo para transportar unha carga Q' de $-1 \mu\text{C}$ desde $(1,0)$ a $(-1,0)$.

10. Nos vértices dun cadrado de 1 m de lado sitúanse catro cargas de valores -1 , $+1$, -1 e $+1$, en μC , de maneira que as de signo igual están en vértices opostos. Calcula o traballo necesario para desprazar unha quinta carga de $+1 \mu\text{C}$ desde un a outro punto medio de dous lados calquera.

11. Un electrón que estaba inicialmente en repouso é acelerado ao pasar desde o cátodo ao ánodo dun tubo de raios X, mediante unha diferenza de potencial de 300000 V . Determina a súa enerxía cinética ao chegar ao ánodo.

12. Poden cortarse dúas liñas de forza dun campo electrostático? E dúas superficies equipotenciais?

13. O potencial ao longo do eixe X varía segundo a expresión $V(x) = x^2 + 2x - 8 \text{ V}$.

a) Deduce a expresión do campo eléctrico en calquera punto.

b) Calcula e representa o vector \vec{E} nos puntos $(-4,0)$ e $(0,0)$.

14. Nunha rexión do espazo hai un sistema de cargas eléctricas, que en conxunto é electricamente neutra. En consecuencia, nesa rexión do espazo, a) non existen liñas de forza; b) as liñas de forza que entran nunha superficie pechada que envolve ás cargas é igual ó número de liñas de forza que saen da devandita superficie; c) o fluxo a través dunha superficie pechada que envolve ás cargas non é nulo debido a que no interior da superficie existen cargas eléctricas. (Elixo razoadamente a ou as opcións que consideres correctas).

15. A unha esfera metálica oca de 8 cm de raio se lle comunica unha carga de $-4 \mu\text{C}$. Calcula a intensidade do campo eléctrico:

a) Sobre a superficie

b) Nun punto interior situado a 4 cm do centro O da esfera.

c) Nun punto exterior situado a 15 cm de O.

16. Sométese a unha partícula de $0,1 \text{ g}$ de masa e $1 \mu\text{C}$ de carga á acción dun campo eléctrico uniforme de magnitude 200 NC^{-1} na dirección do eixe y. Inicialmente a partícula está na orixe de coordenadas movéndose cunha velocidade de 1 ms^{-1} , segundo o eixe x. Se ignoramos a acción da gravidade, acha:

a) O lugar no que chocará cunha pantalla perpendicular ó eixe X situada a un metro da orixe

b) A enerxía cinética que ten a partícula nese instante

17. Dúas cargas eléctricas puntuais de $-2 \mu\text{C}$, están situadas nos puntos A $(-4,0)$ e B $(4,0)$. Calcula:

a) A forza sobre unha carga de $1 \mu\text{C}$, situada no punto $(0,5)$.

b) A velocidade que terá ao pasar polo punto $(0,0)$.

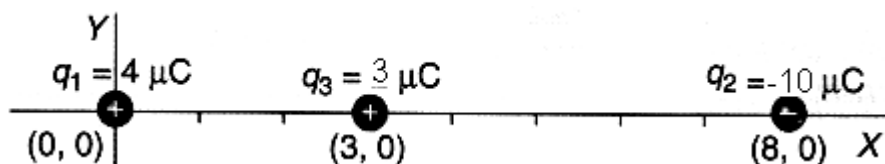
Dato: $m = 1 \text{ g}$

18. Dúas esferas condutoras ailladas, de 15 e 20 cm de raio, encóntranse nunha zona do espazo baleiro e cos seus centros separados 20 m, e están cargadas cada unha cunha carga de $30 \cdot 10^{-9}$ C. As cargas póñense en contacto mediante un fío condutor e alcázase a situación de equilibrio. Calcula:

- Que forza se exercen entre si ambas esferas cando están ailladas?
- O potencial ao que se atopan cada unha das esferas antes de poñelas en contacto.
- A carga e o potencial de cada esfera cando, unha vez conectadas, se establece o equilibrio.

Solucións

1.



A forza total que actúa sobre a carga Q_3 é igual á suma vectorial das forzas que sobre a devandita carga exercen as demais. Isto é, aplicando o principio de superposición:

$$\vec{F}_{\text{total}} = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}$$

Para o cálculo de ambas as forzas, facemos uso da lei de Coulomb. Así, a forza coa que Q_1 repele a Q_3 é:

$$F_{13} = k \frac{Q_1 Q_3}{r_{13}^2} = 1,1 \cdot 10^8 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2} \frac{4 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot 3 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{(3^2) \text{ m}^2} = 1,47 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

que en forma vectorial é:

$$\vec{F}_{13} = 1,47 \cdot 10^{-4} \vec{i} \text{ N}$$

Do mesmo xeito, a forza coa que Q_2 atrae a Q_3 é:

$$F_{23} = k \frac{Q_2 Q_3}{r_{23}^2} = 1,32 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

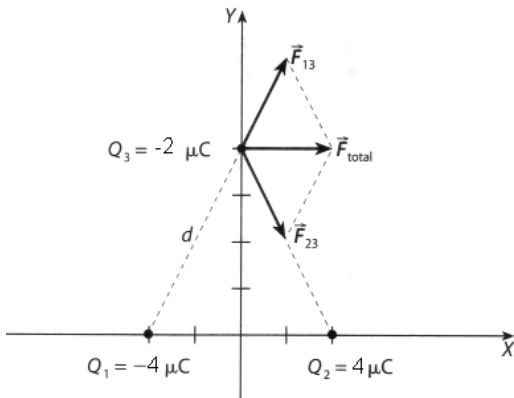
que en forma vectorial é:

$$\vec{F}_{23} = 1,32 \cdot 10^{-4} \vec{i} \text{ N}$$

Polo tanto, a forza total é:

$$\vec{F}_{\text{total}} = 1,47 \cdot 10^{-4} \vec{i} + 1,32 \cdot 10^{-4} \vec{i} = 2,79 \cdot 10^{-4} \vec{i} \text{ N}$$

2.



A distancia de Q_1 e Q_2 a Q_3 pode expresarse mediante a expresión:

$$d = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{20}m$$

En consecuencia, o valor da forza que actúa entre Q_1 e Q_3 , cuxo módulo é igual ao da forza existente entre Q_2 e Q_3 , vale:

$$F = k \frac{QQ'}{d^2} = 3,6 \cdot 10^{-3} N$$

En notación vectorial, o valor das dúas forzas é:

$$\vec{F}_{13} = F \cos \alpha \vec{i} + F \sin \alpha \vec{j} = 1,6 \cdot 10^{-3} \vec{i} + 3,2 \cdot 10^{-3} N$$

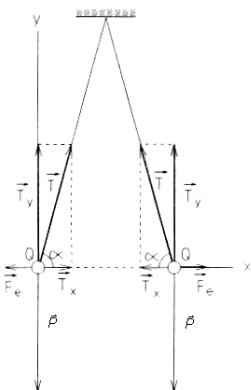
$$\vec{F}_{23} = F \cos \alpha \vec{i} - F \sin \alpha \vec{j} = 1,6 \cdot 10^{-3} \vec{i} - 3,2 \cdot 10^{-3} N$$

onde $\alpha = 63,4^\circ$

Deste xeito:

$$\vec{F}_{total} = 3,2 \cdot 10^{-3} \vec{i} N$$

3.



As esferas cargadas están en repouso → sobre cada esfera $\Sigma \vec{F} = 0$

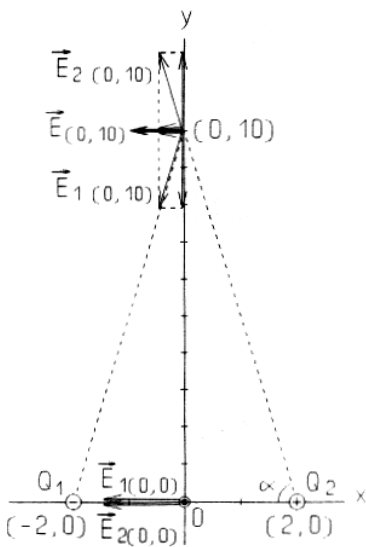
$$\Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \rightarrow F_e - T_x = 0 \rightarrow F_e = T \cos \alpha \\ \Sigma F_y = 0 \rightarrow T_y - P = 0 \rightarrow T \sin \alpha = P \end{cases}$$

Para calcular o valor de α : $\cos \alpha = \frac{3}{50} \rightarrow \alpha = 86,6^\circ$

$$\left. \begin{aligned} \frac{9 \cdot 10^9 \cdot Q \cdot Q}{(6 \cdot 10^{-2})^2} &= T \cos \alpha \\ T \sin \alpha &= 200 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{200 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8}{\frac{9 \cdot 10^9 \cdot Q \cdot Q}{(6 \cdot 10^{-2})^2}} = \frac{T \sin \alpha}{T \cos \alpha} \rightarrow Q = 2,158 \cdot 10^{-7} \text{ C} = 215,8 \text{ nC}$$

4. A forza eléctrica do campo electrostático creado por unha carga puntual é central, pasando a súa liña de acción por un mesmo punto fixo, chamado centro de forzas. E sabemos que o traballo desenvolvido por unha forza central entre dous puntos soamente depende da posición destes, e non do camiño ó longo do cal se realiza, e estes feitos son característicos dun campo de forzas conservativo.

5.



Aplicando o principio de superposición:

$$\vec{E}_{total} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \sum_{i=1}^2 \vec{E}_i = k \left(\sum_{i=1}^2 \frac{Q_i}{r_i^2} \right) \vec{u}_{r_i}$$

Calculamos primeiro o campo eléctrico no punto (0,0)

$$E_{1(0,0)} = E_{2(0,0)} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{2^2} = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ NC}^{-1}$$

$$\vec{E}_{1(0,0)} = \vec{E}_{2(0,0)} = -4,5 \cdot 10^{-3} \vec{i} \text{ NC}^{-1}$$

$$E_{total(0,0)} = \vec{E}_{1(0,0)} = \vec{E}_{2(0,0)} = -9 \cdot 10^{-3} \vec{i} \text{ (NC}^{-1}\text{)}$$

Calculamos agora o campo eléctrico no punto (0,10)

$$E_{1(0,10)} = E_{2(0,10)} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{(\sqrt{2^2 + 10^2})^2} = 173 \text{ NC}^{-1}$$

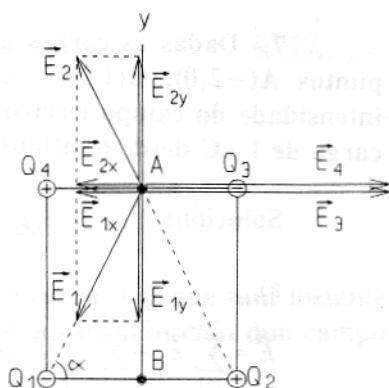
$$E_{1x(0,10)} = E_{2x(0,10)} = E_{1(0,10)} \cdot \cos \alpha$$

$$E_{1x(0,10)} = E_{2x(0,10)} = 173 \cdot \frac{2}{\sqrt{2^2 + 10^2}} = 33,9 \text{ NC}^{-1}$$

$$E_{(0,10)} = E_{1x(0,10)} + E_{2x(0,10)} = 33,9 + 33,9 = 67,8 \text{ NC}^{-1}$$

$$\vec{E}_{(0,10)} = -67,8 \vec{i} (\text{NC}^{-1})$$

6.



Aplicando o principio de superposición:

$$\vec{E}_{total} = \sum_{i=1}^4 \vec{E}_i = k \left(\sum_{i=1}^4 \frac{Q_i}{r_i^2} \right) \vec{u}_{r_i}$$

$$E_1 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{(\sqrt{1^2 + 0,5^2})^2} = 7200 \text{ NC}^{-1}$$

$$E_{1x} = E_1 \cdot \cos \alpha = 7200 \cdot \frac{0,5}{\sqrt{1^2 + 0,5^2}} = 3200 \text{ NC}^{-1}$$

$$E_{1y} = E_1 \cdot \sin \alpha = 7200 \cdot \frac{1}{\sqrt{1^2 + 0,5^2}} = 6400 \text{ NC}^{-1}$$

$$\vec{E}_1 = -3,2 \cdot 10^3 \vec{i} - 6,4 \cdot 10^3 \vec{j} (\text{NC}^{-1})$$

$$\vec{E}_2 = -3,2 \cdot 10^3 \vec{i} + 6,4 \cdot 10^3 \vec{j} (\text{NC}^{-1})$$

$$E_3 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{0,5^2} = 3,6 \cdot 10^4 \text{ NC}^{-1}$$

$$\vec{E}_3 = \vec{E}_4 = 3,6 \cdot 10^4 \vec{i} (\text{NC}^{-1})$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 = (-3,2 \cdot 10^3 \vec{i} - 6,4 \cdot 10^3 \vec{j}) + (-3,2 \cdot 10^3 \vec{i} + 6,4 \cdot 10^3 \vec{j}) + 3,6 \cdot 10^4 \vec{i} + 3,6 \cdot 10^4 \vec{i}$$

$$\vec{E} = 6,56 \cdot 10^4 \vec{i} (\text{NC}^{-1})$$

7. A enerxía potencial do sistema será:

$$E_p = k \left(-\frac{Q_1 Q_2}{r_{12}} + \frac{Q_1 Q_3}{r_{13}} - \frac{Q_1 Q_4}{r_{14}} - \frac{Q_2 Q_3}{r_{23}} + \frac{Q_2 Q_4}{r_{24}} - \frac{Q_3 Q_4}{r_{34}} \right)$$

Agrupando termos:

$$E_p = k \left(-4 \frac{Q^2}{a} + 2 \frac{Q^2}{a\sqrt{2}} \right) = k \frac{Q^2}{a} (\sqrt{2} - 4) = -0,37 J$$

Ao ser negativo o signo, significa que é o campo eléctrico o que realiza o traballo.

8. Recordando a relación entre potencial e enerxía potencial, tense que:

$$E_{p_c} = Q_3 V_C$$

No caso de ter varias cargas puntuais ($Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$), o potencial nun punto debido a todas elas é a suma alxebrica dos potenciais orixinados por cada unha delas por separado. É dicir:

$$V_{total} = \sum_{i=1}^n V_i = k \left(\frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2} + \dots + \frac{Q_n}{r_n} \right) = k \left(\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{r_i} \right)$$

Neste caso $n=2$. Entón:

$$V_{1_c} = k \frac{Q_1}{r_{1_c}} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{1} = 2,7 \cdot 10^4 V$$

$$V_{2_c} = k \frac{Q_2}{r_{2_c}} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-4 \cdot 10^{-6})}{1} = -3,6 \cdot 10^4 V$$

logo

$$V_C = (2,7 - 3,6) \cdot 10^4 = -9,0 \cdot 10^3 V$$

E de acordo coa anterior expresión de E_p , resulta:

$$E_{p_c} = (-1) \cdot 10^{-6} \cdot (-9) \cdot 10^3 = 0,9 \cdot 10^{-3} J$$

9. Ver figura problema 4.

$$W_{(1,0)}^{(-1,0)} = -Q' \cdot (V_{(-1,0)} - V_{(1,0)})$$

$$V = \sum_{i=1}^2 v_i = k \left(\sum_{i=1}^2 \frac{Q_i}{r_i} \right)$$

$$V_{(1,0)} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{1} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-2 \cdot 10^{-6})}{3} = 1,2 \cdot 10^4 \text{ V}$$

$$V_{(-1,0)} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{3} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-2 \cdot 10^{-6})}{1} = -1,2 \cdot 10^4 \text{ V}$$

$$W_{(1,0)}^{(-1,0)} = -(-1 \cdot 10^{-6}) \cdot (-1,2 \cdot 10^4 - 1,2 \cdot 10^4) = -2,4 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

10. Ver figura problema 5.

$$W_A^B = -Q' \cdot (V_B - V_A)$$

$$V = \sum_{i=1}^4 v_i = k \left(\sum_{i=1}^4 \frac{Q_i}{r_i} \right)$$

$$V_A = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{(-1 \cdot 10^{-6})}{\sqrt{1^2 + 0,5^2}} + \frac{1 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{1^2 + 0,5^2}} + \frac{(-1 \cdot 10^{-6})}{0,5} + \frac{1 \cdot 10^{-6}}{0,5} \right) = 0 \text{ V}$$

$$V_B = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{(-1 \cdot 10^{-6})}{0,5} + \frac{1 \cdot 10^{-6}}{0,5} + \frac{(-1 \cdot 10^{-6})}{\sqrt{1^2 + 0,5^2}} + \frac{1 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{1^2 + 0,5^2}} \right) = 0 \text{ V}$$

$$W_A^B = 0$$

11. O feito de haber unha diferenza de potencial entre cátodo e ánodo conleva a existencia dun campo, de modo que (supoñendo constante o campo):

$$\Delta V = -Ed$$

Por outra banda:

$$W = Q' Ed$$

onde Q' é a carga do electrón, $-e$; así, cúmprese que:

$$W = e \cdot \Delta V$$

Posto que o electrón estaba en repouso, o traballo equivale á enerxía cinética final, polo que:

$$E_c = e \cdot \Delta V = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 3000000 \text{ V} = 4,8 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

12. A intensidade de campo eléctrico pode representarse graficamente por medio dunhas liñas imaxinarias, chamadas liñas de forza, as cales son tanxentes en cada punto á dirección do vector intensidade de campo, asignandolle o mesmo sentido que o do vector \vec{E} . En consecuencia, dúas liñas de forza nunca se cortan nun pnto. Se isto sucedera, no punto de intersección, o vector intensidade de campo, \vec{E} , tería que ser tanxente simultaneamente a ambas liñas, o que significaría dous valores de \vec{E} no mesmo punto; feito que non é posible porque nun punto hai un único valor (principio de superposición): $\vec{E}_{total} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \neq \vec{E}_1 \neq \vec{E}_2$

Igual ocorre cas superficies equipotenciais (lugar xeométrico dos puntos do espazo que teñen o mesmo valor de potencial). De cortarse, nos puntos de corte habería dous valores distintos de potencial, situación que tampouco é posible: $V_{total} = V_1 + V_2 \neq V_1 \neq V_2$

13. a) Xa que V só depende de x :

$$\vec{E} = -\frac{dV}{dx}\vec{i} = -(2x+2)\vec{i} \text{ N/C}$$

b) O valor do campo nos puntos $(-4,0)$ e $(0,0)$ é, respectivamente:

$$\vec{E}(-4,0) = 6\vec{i} \text{ N/C}$$

$$\vec{E}(0,0) = -2\vec{i} \text{ N/C}$$

14. O campo eléctrico pode representarse graficamente por medio dunhas liñas imaxinarias, chamadas liñas de forza, as cales son tanxentes en cada punto á dirección do vector intensidade de campo eléctrico, \vec{E} , e asígnaselle o mesmo sentido que o do vector \vec{E} .

Dicir que nunha rexión do espacio non existen liñas de forza implica que nesa zona a intensidade de campo eléctrico é nula. E como o feito de que unha zona do espacio sexa electricamente neutra non implica que o vector campo eléctrico sexa nulo (como sucede, por exemplo, para o caso dun dipolo eléctrico) non podemos concluír dicindo que nesa zona non existen liñas de forza.

O número de liñas de forza que atravesan unha superficie é o que se chama fluxo. E polo teorema de Gauss sabemos que o fluxo do campo eléctrico, Φ , que atravesa unha superficie pechada S é igual ó cociente entre a carga eléctrica total encerrada dentro da superficie e a permitividade do medio na que se encontran, ϵ :

$$\Phi_S = \Phi_1 + \Phi_2 + \dots = \frac{\sum_{i=1}^n Q_i}{\epsilon}$$

Polo tanto, nunha rexión do espacio na que hai un sistema de cargas que electricamente é neutro, o fluxo que atravesa unha superficie pechada que envolva as cargas é nulo; o que significa que **as liñas de forza que entran na superficie considerada coincide co número de liñas de forza que saen da devandita superficie.**

15. Recordando que estamos ante unha distribución superficial e esférica de carga e que, en tal caso, a intensidade do campo eléctrico ven dada por

$$E = \begin{cases} 0 & \text{se } r < R \text{ (puntos interiores)} \\ \frac{\sigma}{\epsilon_0} & \text{se } r = R \text{ (na superficie)} \\ \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2} & \text{se } r > R \text{ (puntos exteriores)} \end{cases}$$

Tense que:

a) Sobre a superficie:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q/S}{\epsilon_0} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} = k \frac{Q}{R^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{(8 \cdot 10^{-2})^2} = 5,6 \cdot 10^6 \text{ NC}^{-1}$$

b) Nun punto interior con $r = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$:

$$E = 0$$

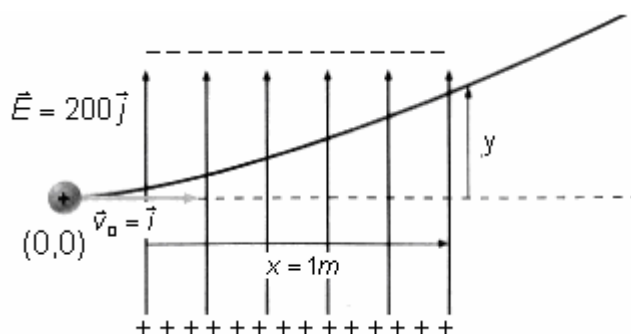
c) Nun punto exterior con $r = 0,15 \text{ m}$:

$$E = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2} = \frac{QR^2}{4\pi R^2 \epsilon_0 r^2} = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2} = k \frac{Q}{r^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{(0,15)^2} = 1,6 \cdot 10^5 \text{ NC}^{-1}$$

16. a) O electrón estará sometido a unha forza perpendicular a súa traxectoria inicial; en consecuencia, producirase unha aceleración na dirección do campo, que valerá:

$$a_y = \frac{QE}{m} = \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 200}{0,1 \cdot 10^{-3}} = 2 \text{ ms}^{-2}$$

O movemento do electrón poderase descompoñer en dous, un rectilíneo e uniforme na dirección do eixe X, e outro rectilíneo uniformemente acelerado na dirección do eixe y



$$\left. \begin{aligned} x &= v_0 t \rightarrow 1 = 1 \cdot t \rightarrow t = 1 \text{ s} \\ y &= \frac{1}{2} a_y t^2 \\ a_y &= 2 \text{ ms}^{-2} \end{aligned} \right\} \rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1 \text{ m}$$

Segundo o sentido tomado para \vec{v}_0 e \vec{E} , trátase do punto (1,1).

$$\left. \begin{array}{l} E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot 10^{-3} \cdot v^2 \\ b) \left. \begin{array}{l} \vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y \rightarrow v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\ v_x = 1 \\ v_y = v_{0y} + at \rightarrow v_y = 2 \cdot 1 = 2 \end{array} \right\} \rightarrow v = \sqrt{5} \end{array} \right\} \rightarrow E_c = \frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{5}^2 = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

17. a) $\vec{F} = \vec{F}_A + \vec{F}_B$

$$F_A = k \frac{Q_A Q}{r^2} \rightarrow F_A = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-6}}{4^2 + 5^2} = 4,4 \cdot 10^{-4} \text{ NC}^{-1}$$

$$F_{Ax} = F_A \cdot \cos \alpha \rightarrow F_{Ax} = 4,4 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{4}{\sqrt{4^2 + 5^2}} = 2,75 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

$$F_{Ay} = F_A \cdot \sin \alpha \rightarrow F_{Ay} = 4,4 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{5}{\sqrt{4^2 + 5^2}} = 3,44 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

$$\vec{F}_A = -2,75 \cdot 10^{-4} \vec{i} - 3,44 \cdot 10^{-4} \vec{j} (\text{N})$$

$$\vec{F}_B = 2,75 \cdot 10^{-4} \vec{i} - 3,44 \cdot 10^{-4} \vec{j} (\text{N})$$

$$\vec{F} = -6,88 \cdot 10^{-4} \vec{j} (\text{N})$$

b) A forza eléctrica que actúa sobre a carga móbil ó longo do seu percorrido non é constante e, en consecuencia, o movemento non é uniformemente variado, non podendo facer uso das fórmulas cinemáticas deste movemento. Pero como a forza á que está sometida é conservativa, podemos facer uso da conservación da enerxía mecánica:

$$\left. \begin{array}{l} W_C^D = \Delta E_c = E_{c_D} - E_{c_C} = E_{c_D} \\ W_C^D = -\Delta E_p = -(E_{p_D} - E_{p_C}) \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} E_{c_D} = -E_{p_D} + E_{p_C} \\ E_{c_D} = \frac{1}{2} m v_D^2 \end{array} \right\} \rightarrow v_D = \sqrt{\frac{2(E_{p_C} - E_{p_D})}{m}}$$

$$E_{p_C} = k \frac{Q_A Q}{r_{Q_A Q}} + k \frac{Q_B Q}{r_{Q_B Q}}$$

$$E_{p_C} = 9 \cdot 10^9 \frac{(-2 \cdot 10^{-6}) \cdot 10^{-6}}{\sqrt{4^2 + 5^2}} + 9 \cdot 10^9 \frac{(-2 \cdot 10^{-6}) \cdot 10^{-6}}{\sqrt{4^2 + 5^2}} = -5,6 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

$$E_{p_D} = k \frac{Q_A Q}{r_{Q_A Q}} + k \frac{Q_B Q}{r_{Q_B Q}}$$

$$E_{p_D} = 9 \cdot 10^9 \frac{(-2 \cdot 10^{-6}) \cdot 10^{-6}}{4} + 9 \cdot 10^9 \frac{(-2 \cdot 10^{-6}) \cdot 10^{-6}}{4} = -9,0 \cdot 10^{-3} J$$

$$v_D = \sqrt{\frac{2 \cdot ((-5,6 \cdot 10^{-3}) - (-9,0 \cdot 10^{-3}))}{1 \cdot 10^{-3}}} = 2,6 \text{ ms}^{-1}$$

18. a) As esferas cargadas compórtanse como puntos materiais. Repélense cunha forza cuxo módulo é:

$$F = k \frac{Q_A Q_B}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{30 \cdot 10^{-9} \cdot 30 \cdot 10^{-9}}{20^2} = 2,025 \cdot 10^{-8} \text{ NC}^{-1}$$

b) O potencial na superficie de cada esfera condutora vén dado pola expresión:

$$V = k \frac{Q}{r}$$

$$V_A = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{30 \cdot 10^{-9}}{15 \cdot 10^{-2}} = 1800V$$

$$V_B = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{30 \cdot 10^{-9}}{20 \cdot 10^{-2}} = 1350V$$

c) Cando se conectan as dúas esferas condutoras, as cargas redistribúense de xeito que as dúas atópanse ao mesmo potencial: $V'_A = V'_B$

$$k \frac{Q'_A}{r_A} = k \frac{Q'_B}{r_B} \rightarrow \frac{Q'_A}{15 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = \frac{Q'_B}{20 \cdot 10^{-2} \text{ m}} \rightarrow \frac{Q'_A}{15} = \frac{Q'_B}{20} \rightarrow Q'_A = \frac{15 \cdot Q'_B}{20} = 0,75 \cdot Q'_B$$

Como a carga do sistema consérvase:

$$Q'_A + Q'_B = 2 \cdot 30 \cdot 10^{-9} \text{ C} = 60 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

Relacionando as dúas expresións anteriores:

$$0,75 \cdot Q'_B + Q'_B = 60 \cdot 10^{-9} \text{ C} \rightarrow Q'_B = \frac{60 \cdot 10^{-9}}{1,75} = 3,428 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

Polo tanto:

$$Q'_A = 0,75 \cdot Q'_B = 0,75 \cdot 3,429 \cdot 10^{-8} \text{ C} = 2,571 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

O potencial de cada esfera será agora:

$$V'_A = k \frac{Q'_A}{r_A} = 9 \cdot 10^9 \frac{2,571 \cdot 10^{-8}}{15 \cdot 10^{-2}} = 1542J$$

$$V'_B = k \frac{Q'_B}{r_B} = 9 \cdot 10^9 \frac{3,428 \cdot 10^{-8}}{20 \cdot 10^{-2}} = 1542J$$

