

Sección 4 - Exercicios de autoavaliación

1. Os puntos da periferia dunha roda que está xirando, teñen unha velocidade lineal de 54 km/h. Se a roda ten un radio de 40 cm, ¿cál e a súa velocidade angular? Expresa o resultado en rev./min.
2. Una roda xira a 30π rad/s. Calcula cuántas voltas da en 15 minutos.
3. Calcula o ángulo xirado e o arco recorrido en 5 minutos polo extremo da aspa dun ventilador que describe unha circunferencia de 20 cm de radio con unha velocidade angular de 80 rad/s.
4. Un satélite describe un movemento circular uniforme arredor da Terra. Se a súa velocidade angular e de 0'4 voltas por hora, calcular o número de voltas que da nun día.
5. Dous cabaliños dun tiiovivo están situados, respectivamente, a 3 m e 1'8 m do centro da súa plataforma circular. Calcula a diferenza de velocidade lineal entre eles cando o tiiovivo está xirando cunha velocidade angular de 6 rev./min.
6. Un automóbil describe unha curva que e un arco de circunferencia de 45° e 220 m de lonxitude. ¿Cánto mide o radio da curva?
7. Calcula a velocidade angular e lineal da Lúa, sabendo que realiza unha revolución completa en 28 días e que a distancia promedio que a separa da Terra e de 384 000 km
8. Un disco compacto xira a 500 r.p.m. Calcula a velocidade dos puntos situados ás seguintes distancias (dadas en centímetros) do eixe de xiro: 1, 2, e 3.
9. Un móbil puntual describe unha circunferencia de 600 mm de radio. Partindo do repouso, móvese con aceleración angular $\alpha = 0,05 \text{ rad/s}^2$. Calcula a súa aceleración normal e tanxencial ao cabo de 3 s. Calcula tamén o ángulo xirado e a velocidade angular alcanzada ao cabo dese tempo.
10. Un volante necesita 5 s para conseguir un unha velocidade angular de 100 rad/s partindo do repouso. ¿Cál foi a súa aceleración angular, suposta constante?
11. As rodas dunha bicicleta que xiran a 300 rpm diminúen a súa velocidade uniformemente a razón de 3 rad/s^2 . ¿Qué tempo tardará a bicicleta en deterse? ¿Cántas voltas dará cada roda nese tempo? ¿Qué espacio recorrerá ata pararse? Radio da roda = 0,3 m.
12. Os conta-kilómetros das bicicletas contan o número de voltas que da a roda da bicicleta para saber a distancia que se recorre nela. Do mesmo xeito, calculan canto tempo tarda en dar unha volta para saber qué velocidade lineal leva a bici. Sabendo todo isto:
 - a. Calcula o radio da roda se durante un minuto recorre 300 metros e da 120 voltas
 - b. ¿A qué velocidade en rad/s xiraron as rodas neste tempo?
13. Calcula o momento da forza $\vec{F} = (2, -1, 0) \text{ N}$ exercida sobre:
 - a. Punto A = (0, 0, 2)
 - b. Punto B = (-1, 0, 0)

SOLUCIÓNS AOS EXERCICIOS AUTOAVALIABLES

- Pasamos as magnitudes dadas a unidades do S.I. $v = 15 \text{ m/s}$ e $R = 0,4 \text{ m}$.
Agora aplicamos a ecuación $v = \omega \cdot r$, de forma que $15 = \omega \cdot 0,4$ e polo tanto
 $\omega = 37,5 \text{ rad/s}$. Só queda pasar o velocidade angular a rev/min, tendo en conta que unha
volta ou revolución son 2π radiáns.

$$37,5 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ rev}}{2\pi \text{ rad}} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 358,1 \text{ rev/min ou } 358,1 \text{ r.p.m}$$
- Pasamos as magnitudes a unidades do S.I, de forma que o $t = 900$ segundos. Agora,
fixámonos que é un movemento circular (pídenos número de voltas) e non ten
aceleración angular (non di nada), así que tomamos a ecuación $\theta = \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2$ pero
temos en conta que non hai aceleración angular, de forma que quedaría só: $\theta = \omega \cdot t$.
Sustituimos $\theta = 30 \cdot \pi \cdot 900 = 27000\pi \text{ radiáns}$. Pasamos os radiáns a voltas sabendo que
unha volta son 2π radiáns: $\theta = 27000\pi \text{ radiáns} \cdot \frac{1 \text{ volta}}{2\pi \text{ radiáns}} = 13500 \text{ voltas}$
- Pasamos as magnitudes a unidades do S.I, de forma que temos $t = 300$ segundos, $R = 0,20$
m e $\omega = 80 \text{ rad/s}$. Paga a pena deternos a ver o que pregunta o problema: ángulo xirado e
arco recorrido. O arco recorrido non é máis ca distancia lineal da curva correspondente ao
ángulo xirado, de forma que primeiro calcularemos este último e logo pasaremos este
resultado a distancia lineal.
 $\theta = \omega \cdot t$, de forma que $\theta = 80 \cdot 300 = 24000 \text{ radiáns}$
Como acabamos de dicir, para saber o arco, calculamos $s = \theta \cdot r$, de forma que $s = 24000 \cdot$
 $0,2 = 4800$ metros.
- Neste caso, faise máis laborioso pasar as unidades ao S.I e logo volver a pasalas de novo
ao resultado que nos piden, de forma que será mellor deixar o tempo en horas ($t = 24$
horas) e a velocidade angular en voltas/hora. Así, $\theta = \omega \cdot t$, é dicir $\theta = 0,4 \cdot 24 = 9,6 \text{ voltas}$.
- Pasamos as magnitudes a unidades do S.I, de forma que $\omega = 0,2 \cdot \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Ao estar xirando
nunha plataforma circular unidas, ambos cabaliños xiran coa mesma velocidade angular,
pero a velocidade lineal é diferente, xa que un deles recorre máis espacia (o que está pola
parte exterior) que o outro no mesmo período de tempo. Para calcular a diferenza de
velocidades que levan, calculamos $v = \omega \cdot r$.
Para o cabaliño que vai por fóra (radio máis grande) a velocidade lineal será
 $v = 0,2 \cdot \pi \cdot 3 = 1,885 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Para o cabaliño que vai por dentro (radio máis pequeno) a
velocidade lineal será $v = 0,2 \cdot \pi \cdot 1,8 = 1,131 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Piden a diferenza de velocidades, que
será, polo tanto $0,754 \text{ m/s}$.
- Pasamos as magnitudes a unidades do S.I, de forma que a distancia mantense en metros
(220 metros), pero o ángulo debe estar en radiáns. Lembremos que unha volta completa
(360°) son 2π radiáns, polo tanto $45^\circ \cdot \frac{2\pi \text{ radiáns}}{360^\circ} = 0,25\pi \text{ radiáns}$

Para facer o cálculo do radio, lembremos que $s = \theta \cdot r$, así que $220 = 0,25 \cdot \pi \cdot R$.
 $R = 280,1$ metros.

7. Pasamos as magnitudes a unidades do S.I, de forma que temos $t = 2,4 \cdot 10^6$ segundos (os segundos de 28 días); $\theta = 1 \text{ volta} = 2\pi \text{ rad}$; e $R = 3,84 \cdot 10^8$ metros.

Para calcular a velocidade angular, simplemente usamos $\theta = \omega \cdot t$, de forma que $2\pi = \omega \cdot 2,4 \cdot 10^6$, e entón $\omega = 2,62 \cdot 10^{-6} \text{ rad/s}$. E a velocidade lineal calculámola mediante $v = \omega \cdot r$, de forma que $v = 2,62 \cdot 10^{-6} \cdot 3,84 \cdot 10^8 = 1005 \text{ m/s}$

8. De forma similar ao problema 5, calculamos a velocidade angular en unidades do S.I para todas as partículas e logo aplicamos a fórmula para cada unha delas, tendo en conta a súa distancia ate o centro. $\omega = 52,4 \text{ rad/s}$. Distancias $r_1 = 0,01 \text{ m}$; $r_2 = 0,02 \text{ m}$; $r_3 = 0,03 \text{ m}$.

Así que as velocidades, usando $v = \omega \cdot r$, serán:

$$v = 52,4 \cdot 0,01 = 0,524 \text{ m/s}$$

$$v = 52,4 \cdot 0,02 = 1,05 \text{ m/s}$$

$$v = 52,4 \cdot 0,03 = 1,572 \text{ m/s}$$

9. Pasamos as magnitudes a unidades do S.I e fixámonos que parte do repouso, polo tanto:
 $R = 0,6 \text{ m}$

$$\alpha = 0,05 \text{ rad/s}^2$$

$$V_0 = 0 \text{ m/s}$$

$$\omega_0 = 0 \text{ m/s}$$

$$t = 3 \text{ segundos}$$

Pasamos da aceleración angular á tanxencial, tendo en conta que $a = \alpha \cdot r$, polo tanto

$$a_t = 0,05 \cdot 0,6 = 0,03 \text{ m/s}^2$$

Podemos calcular a velocidade final ao cabo deses 3 segundos (tanto a velocidade lineal como a angular)

$$a = \frac{V_f - V_0}{t}, \text{ de forma que } 0,03 = \frac{V_f - 0}{3}, \text{ así que } V_f = 0,09 \text{ m/s}$$

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{t}, \text{ de forma que } 0,05 = \frac{\omega_f - 0}{3}, \text{ así que } \omega_f = 0,15 \text{ rad/s}$$

Para rematar, queda calcular a aceleración normal, que lembremos que se calculaba

$$\text{mediante } a_n = \frac{v^2}{r}, \text{ así que } a_n = \frac{0,09^2}{0,6} = 0,0135 \text{ m/s}^2$$

10. As unidades xa están todas no S.I, así que simplemente usando a ecuación correcta para facer o cálculo, xa podemos despxear a aceleración angular: $\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{t}$

$$\text{Así que } \alpha = \frac{100 - 0}{5} = 20 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

11. Pasamos as magnitudes a unidades do S.I, quedando a velocidade angular inicial como $\omega_0 = 10\pi \text{ rad/s}$ e a aceleración angular $\alpha = -3 \text{ rad/s}^2$ (aceleración negativa porque vai frenando!). Como queremos saber o tempo que tarda en deterse, temos que calcular o

tempo ate que a velocidade angular final sexa cero, usando a ecuación $\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{t}$. Así

$$-3 = \frac{0 - 10\pi}{t}, \text{ onde o tempo será } t = 10,47 \text{ segundos}$$

Para este tempo, podemos calcular o ángulo xirado mediante $\theta = \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2$, de

forma que $\theta = 10\pi \cdot 10,47 + \frac{1}{2} \cdot (-3) \cdot 10,47^2 = 164,5$ radiáns, que debemos pasar a voltas

porque o enunciado nos pide o número de voltas: $164,5 \text{ rad} \cdot \frac{1 \text{ volta}}{2\pi \text{ rad}} = 26,2 \text{ voltas}$.

O espacio recorrido calcúlase mediante $s = \theta \cdot r$ sabendo que o radio da roda é de 0,3 metros como di o enunciado. $s = 164,5 \cdot 0,3 = 49,35$ metros.

12. a) Pasamos as magnitudes a unidades do S.I, de forma que quedan $t = 60$ segundos, $s = 300$ metros, e $\theta = 240\pi$ radiáns.

Para saber o radio da roda, temos que calcular $s = \theta \cdot r$, despxendo o radio:

$$r = \frac{s}{\theta} = \frac{300}{240\pi} = 0,4 \text{ metros.}$$

b) Para coñecer a velocidade angular calculamos $\theta = \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2$ tendo en conta que

non hai aceleración angular, así que quedaría $\theta = \omega \cdot t$, e despxendo a velocidade angular obtemos $\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{240\pi}{60} = 4\pi \text{ rad/s}$.

13. Para calcular o momento respecto ao punto A, usaríamos

$$\vec{M}_a = \vec{a} \wedge \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 4\vec{j} - 2\vec{j} = 2\vec{j} \text{ N}\cdot\text{m}$$

Para calcular o momento respecto ao punto B, usaríamos

$$\vec{M}_a = \vec{b} \wedge \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} = \vec{k} \text{ N}\cdot\text{m}$$