

MOVEMENTO ONDULATORIO

- 1. Ondas**
 - 1.1 Concepto de onda**
 - 1.2 Tipos de ondas**
 - 1.3 Magnitudes características das ondas**
- 2. Ecuación de onda harmónica unidimensional**
 - 2.1 Deducción da ecuación de onda harmónica unidimensional**
 - 2.2 Propiedades da ecuación de onda harmónica unidimensional**
- 3. Propiedades das ondas. Principio de Huygens**
 - 3.1 Reflexión e refracción**
 - 3.2 Difracción**
 - 3.3 Interferencias**
- 4. Transmisión de enerxía**
- 5. Ondas estacionarias**

1. Ondas.

Ate o de agora vimos o movemento de partículas materiais, nesta quincena veremos a enerxía que se propaga ó traveso do baleiro ou da materia.

Se lanzamos unha pedra a un estanque vemos como a perturbación provocada propágase polo medio, dando lugar a unha serie de circunferencias concéntricas, esta propagación recibe o nome xeral de **onda**.

Cando (pasado un tempo) a perturbación alcanza a todos os puntos do medio recie o nome de **onda viaxeira**, por contra, se a propagación está restrinxida a unha rexión do medio denomínase **onda estacionaria**.

As ondas teñen unha enorme presenza nas nosas vidas, a luz e o son son ondas, a enerxía do sol nos chega por medio de ondas, as sinais de televisión, radio, telefonía móbil... son ondas, nestes casos todas elas son ondas viaxeiras. O comportamento dos átomos e das partículas subatómicas explícase por medio de ondas estacionarias.

1.1. Concepto de onda.

Chamamos onda a unha perturbación que se propaga dun punto do espazo a outros, transportando movemento lineal e enerxía sen transporte de materia.

Falaremos estrictamente de onda se a perturbación se repite periodicamente, e chamaremos pulso á propagación dunha perturbación illada. É dicir, unha onda é unha serie de pulsos repetidos con periodicidade.

1.2. Tipos de ondas.

As diferentes ondas existentes poden ser clasificadas facendo uso de diferentes criterios:

A) Segundo a enerxía que se propaga:

Ondas mecánicas: Propágase enerxía mecánica, reciben tamén o nome de **ondas materiais**, xa que precisan dun medio material para a súa propagación.

Cando a enerxía mecánica propagada provén dun oscilador harmónico reciben o nome de **ondas harmónicas materiais**, estas ondas dan lugar a que as partículas do medio describan un m.h.s.

Para que exista unha onda mecánica é preciso que teñamos unha fonte que produza a enerxía mecánica, un medio material que poda perturbarse e unha característica compartida polas partículas do medio e que permita a propagación da perturbación (xeralmente a forza elástica que une ás moléculas ou unha masa inerte).

Ondas electromagnéticas: Neste caso propágase enerxía electromagnética producida por cargas eléctricas en movemento; este tipo de ondas non precisa dun medio material para a súa propagación.

A existencia deste tipo de ondas foi predito por J.C Maxwell, anos máis tarde H. Hertz confirmou experimentalmente tales predicións ao xerar e detectar ditas ondas; a día de hoxe este tipo de ondas son as que permiten as comunicacións de televisión, radio, telefonía móbil...

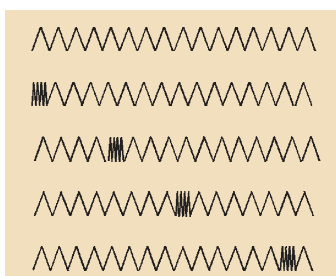
además de outras aplicacións cotiás como os fornos microondas.

O estudo pormenorizado das ondas mecánicas se fará na próxima quincena (O son) e o das ondas electromagnéticas na oitava quincena (Síntese de Maxwell e propagación da luz).

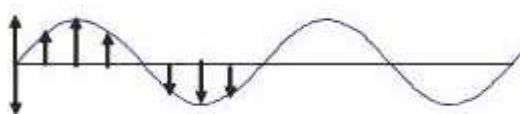
B) Segundo a relación entre a dirección da propagación e da vibración:

Ondas lonxitudinais: A dirección de vibración das partículas coincide coa dirección de propagación. Unha onda lonxitudinal é unha sucesión de contraccións e dilatacións do medio. O son é unha exemplo deste tipo de ondas.

Na seguinte figura representa a propagación dunha onda lonxitudinal nun resorte.

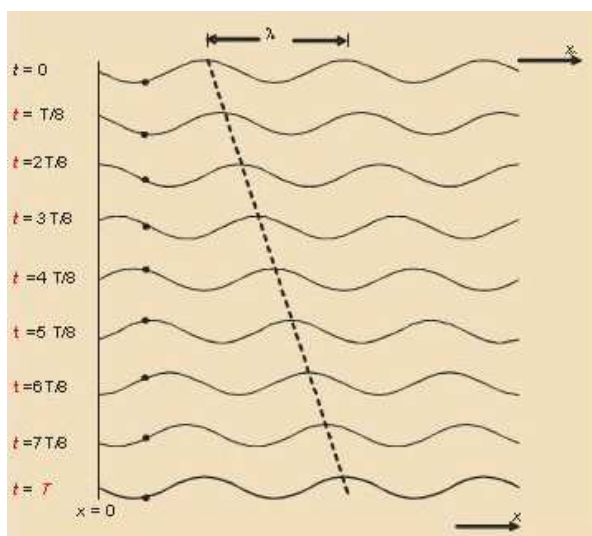


Ondas transversais: A dirección de propagación é perpendicular á dirección de da vibración.



1.3. Magnitudes características dunha onda.

A frecuencia, o periodo e a frecuencia angular xa foron estudias para o caso do m.h.s. pero agora aparecen novas magnitudes que pasamos a describir:



A) Lonxitude de onda: (λ) É a distancia que se propagou a onda nun período, ou sexa, o que se propagou no intervalo de tempo no que o centro emisor realizou unha vibración completa.

Da definición anterior podemos deducir o seguinte: $\lambda = v \cdot T$; onde v é a velocidade de propagación da onda e T o período da perturbación.

B) Amplitude: É a máxima elongación coa que vibran as partículas do medio, e unicamente depende da enerxía que propaga a onda.

C) Velocidade de propagación: As ondas propáganse cunha velocidade determinada, que depende das características do medio (elasticidade e rixidez), podemos definir a velocidade de propagación dunha onda coma a rapidez coa que se transmite a perturbación.

Esta velocidade relaciónase con dous factores: un que caracteriza a forza recuperadora do medio e outro que fai o propio coa súa masa inercial. Por exemplo para calcular a velocidade do son nun gas empregaremos a fórmula: $v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$; onde γ é o coeficiente adiabático (característico de cada gas), R a constante dos gases, T a temperatura absoluta e M a masa molar do gas. Para calcular a velocidade dunha onda transversal nunha corda $v = \sqrt{\frac{F}{\eta}}$; onde F é a tensión da corda e η a súa densidade lineal (masa total dividida entre lonxitude total).

No caso dunha onda electromagnética no valeiro $v \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$.

D) Número de onda: (k) Defínese coma o número de lonxitudes de onda que hai nunha distancia 2π ; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, aínda que con frecuencia aparece na forma que relaciona a frecuencia angular e a velocidade de propagación: $k = \frac{\omega}{v}$.

2. Ecuación de onda harmónica unidimensional.

Prodúcese este tipo de ondas cando o centro emisor da onda vibra cun movemento harmónico simple. A vibración dunha partícula calquera do medio dependerá da súa posición e do tempo. $y(x,t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$.

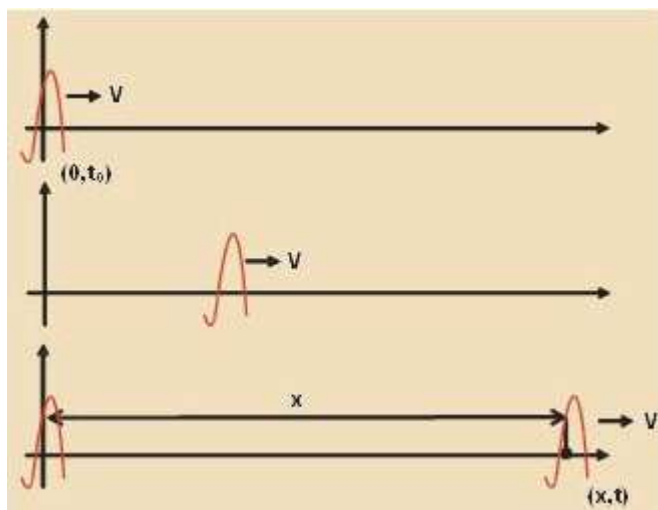
A ecuación de onda é a expresión matemática que permite obter a elongación dunha partícula calquera x do medio nun instante t .

2.1. Deducción da ecuación de onda harmónica unidimensional.

Supoñamos un pulso ondulatorio que viaxa cara a dereita cunha velocidade v , supoñamos tamén que no instante $t_0=0$, o pulso atópase na posición $x=0$ e que nese instante a elongación é máxima ($y=A$): $y(0,0) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi) = A \Rightarrow \varphi = 0$

Se continuamos a xerar a perturbación, a elongación da partícula en $x=0$ para un instante t será: $y(0,t) = A \cdot \cos(\omega t)$

Outra partícula sita a unha distancia x comezará a vibrar cun retardo $t' = \frac{x}{v}$. De forma que teremos: $y(x, t) = A \cdot \cos[\omega(t - t')] = A \cdot \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right] = A \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\omega \cdot x}{v}\right)$; recordemos que o número de onda $k = \frac{\omega}{v}$, o que nos leva a $y(x, t) = A \cdot \cos(\omega t - k \cdot x) = A \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t - k \cdot x)$



Esta ecuación é a que nos permite calcular o estado de vibración de calquera punto do medio nun instante dado.

Se a onda se propagase no sentido negativo do eixo a velocidade é negativa co que chegaremos a expresión: $y(x, t) = A \cdot \cos(\omega t + k \cdot x)$

2.2. Propiedades da ecuación de onda harmónica unidimensional.

A ecuación de onda harmónica é dobremente periódica, respecto ao tempo (t) e respecto a posición (x).

A) Periódica no tempo cun periodo T : A elongación dunha partícula determinada x toma valores iguais nos tempos t , $t+T$, $t+2\cdot T$,...

$y(x, t+T) = A \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot (t+T) - k \cdot x) = A \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t + 2\pi \cdot f \cdot T - k \cdot x)$; como $f \cdot T = 1$ o único que facemos é irlle engandindo múltiplos de 2π . De forma xeral cúmprese que $y(x, t+n\cdot T) = y(x, t)$ para $n=1, 2, 3, \dots$

B) Periódica no espazo: O estado de vibración dunha partícula x repítese a distancias que sexan múltiplos enteiros da lonxitude de onda (λ).

$y(x+n\cdot\lambda, t) = A \cdot \cos[\omega t - k \cdot (x+n\cdot\lambda)] = A \cdot \cos(\omega t - k \cdot x - n \cdot k \cdot \lambda)$; como $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, volvemos a estar na mesma situación que no caso anterior co cal: $y(x+n\cdot\lambda, t) = y(x, t)$ para $n=1, 2, 3, \dots$

Resumindo:

Os puntos que distan entre si $n \cdot \lambda$ (na mesma dirección) están en fase, é dicir, teñen o

mesmo estado de vibración.

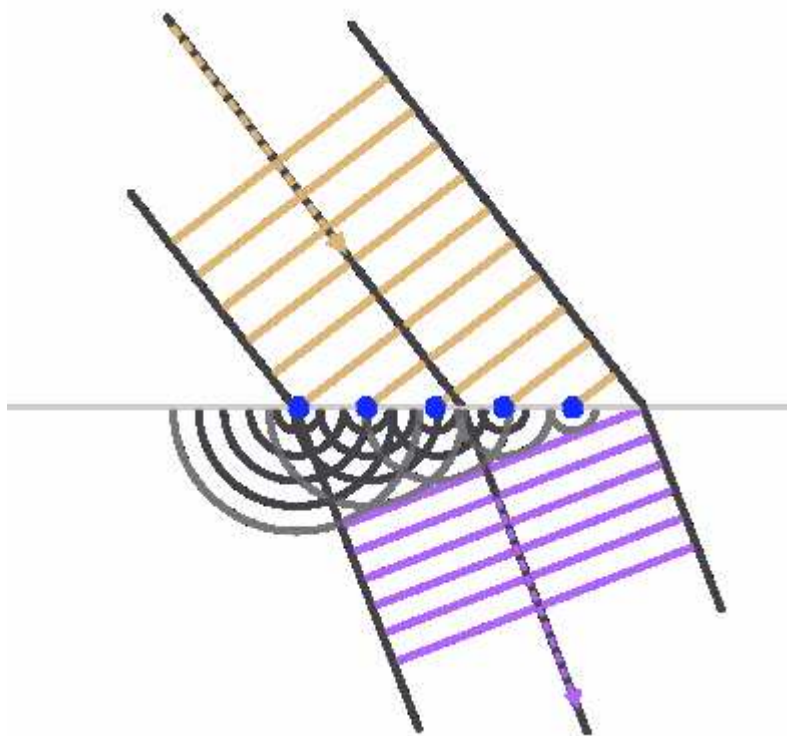
Os puntos equidistantes do centro emisor están en fase entre si, formando o que se chama **frente de onda**.

A forma do frente de onda permite facer unha nova clasificación das ondas en planas, circulares ou esféricas.

Nun medio homoxéneo e isotrópo ^(ver faq2), a dirección de propagación é perpendicular ao frente de onda e recibe o nome de raio.

3. Propiedades das ondas. Principio de Huygens.

O Principio de Huygens explica a propagación das ondas, o seu enunciado é: *Todo punto dun frente de onda é un emisor de novas ondas elementais cuxa envolvente é o novo frente de onda.*



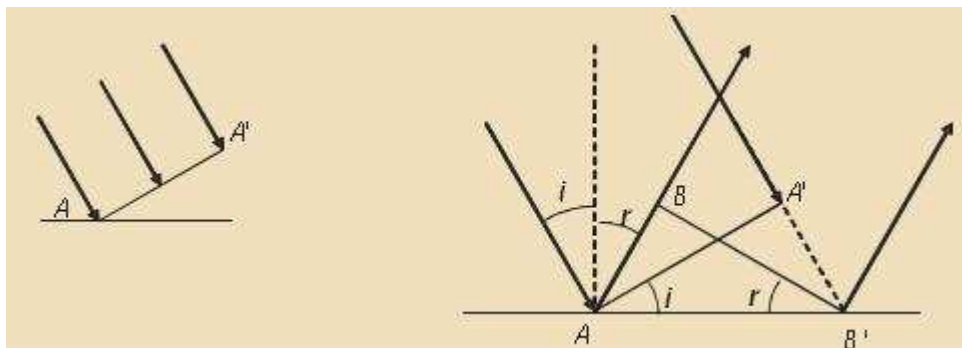
Este principio permite explicar as propiedades das ondas que de seguido abordaremos.

3.1. Reflexión e refracción.

Cando unha onda incide cun ángulo nunha superficie que separa dous medios onde a velocidade da onda sexa diferente, parte da onda reflíctese (volve polo medio en que viña, Reflexión) saíndo nunha dirección determinada respecto á normal (no punto de incidencia) e parte da onda refráctase (Refracción) ao entrar no segundo medio e cambia a dirección de propagación, de modo que o ángulo de chegada á superficie e o ángulo de saída están relacionados co cociente das velocidades de propagación da onda en ambos os dous medios.

Cando empregamos un espello para peitearnos, cando escoitamos o eco dun son, ou

cando un radar detecta un corpo estamos diante de fenómenos de reflexión. A reflexión é un fenómeno consistente no cambio de dirección dentro dun mesmo medio que experimenta unha onda ao incidir sobre a superficie de separación existente entre dous medios.



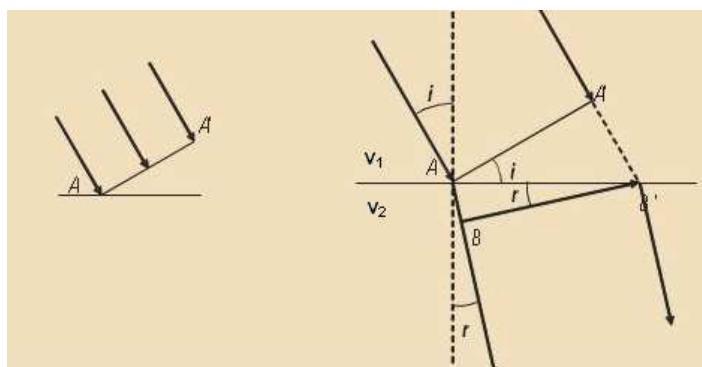
A reflexión de ondas cumpre as chamadas **Leis de Snell**:

1.- O ángulo de incidencia (i) e o de reflexión (r) son iguais.

2.- Os raios incidentes e reflexados están no mesmo plano (A no mesmo plano que B e A' no mesmo plano que B').

Nunha reflexión contra unha superficie perpendicular o avance (como comprobaremos máis adiante no punto de ondas estacionarias) prodúcese unha inversión do pulso, é dicir, a onda incidente e a reflexada están desfasadas 180° .

A refracción prodúcese cando unha onda chega á superficie de separación de dous medios, e consiste no cambio na dirección de propagación e no valor da velocidade.



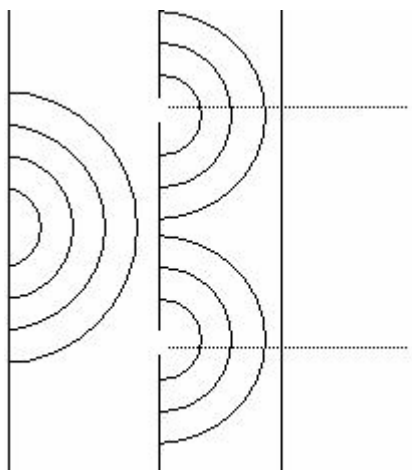
A **Lei de Snell** da refracción nos di que o cociente entre os senos dos ángulos de incidencia (i) e refracción (r) é igual ó cociente entre as velocidades de propagación neses medios.

$$\frac{\sin(i)}{\sin(r)} = \frac{v_1}{v_2}$$

É importante sinalar que ao producirse o cambio de medio a frecuencia da onda non se ve alterada, non ocorre o mesmo coa súa velocidade e lonxitude de onda.

3.2. Difracción.

É un fenómeno producido cando o fronte de onda atopa un obstáculo que impide o seu avance, os puntos do fronte de onda que non se atopan tapados actúan coma centros emisores (Principio de Huygens) de forma que a onda propágase detrás do obstáculo.



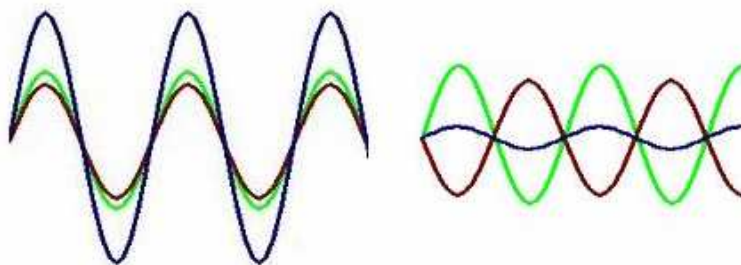
3.3 Interferencias.

Unha interferencia é un fenómeno que ocorre cando dúas ondas, producidas por focos diferentes, e que propáganse polo mesmo medio, superponse nun mesmo punto.

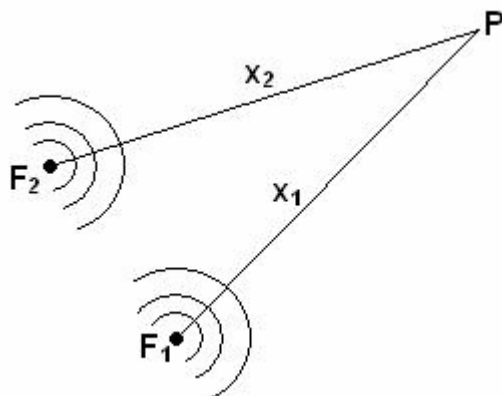
Cando estas ondas teñen a mesma amplitude, frecuencia e lonxitude de onda denomínanse **coherentes**.



A onda resultante dunha interferencia obtense aplicando o **principio de superposición**: *cando dúas ou máis ondas concorren nun punto a perturbación resultante é igual á suma das perturbacións provocadas por cada unha das ondas.*



Supoñamos dous focos (F_1 e F_2) emisores de ondas harmónicas coherentes, que interfíren no punto P.



Teremos: $y_1 = A \cdot \cos(\omega t - kx_1)$ e $y_2 = A \cdot \cos(\omega t - kx_2)$, se sumamos estas dúas expresións obtemos: $y = y_1 + y_2 = A \cdot \cos(\omega t - kx_1) + A \cdot \cos(\omega t - kx_2)$, aplicando propiedades dos cosenos e sacando factor común chegamos a: $y = A_r \cdot \cos\left(\omega t - k \cdot \frac{x_2 - x_1}{2}\right)$ onde a amplitude resultante é $A_r = 2 \cdot A \cdot \cos\left(k \cdot \frac{x_2 - x_1}{2}\right)$.

Podemos concluír que a onda resultante é a da mesma frecuencia e lonxitude de onda que as ondas que interfieren.

O valor máximo da amplitude resultante será cando $\cos\left(k \cdot \frac{x_2 - x_1}{2}\right) = 1$, isto cúmprese cando $x_2 - x_1 = n \cdot \lambda$; por contra os valores mínimos serán nos casos nos que $\cos\left(k \cdot \frac{x_2 - x_1}{2}\right) = 0$, o que se cumpre cando $x_2 - x_1 = (2 \cdot n - 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$.

4. Transmisión de enerxía.

No seu avance as ondas transportan enerxía na dirección da súa propagación. Unha onda harmónica transmite a enerxía do oscilador harmónico que constitúe o seu centro emisor.

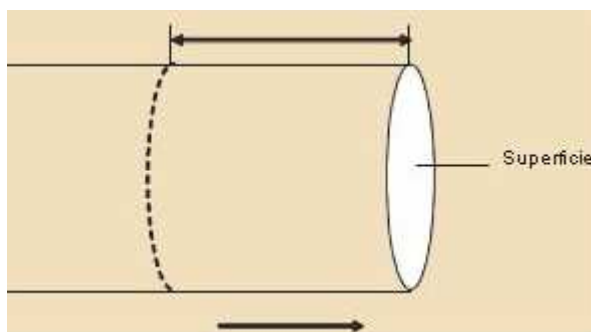
Supoñamos unha masa m oscilante cunha amplitude A , a súa enerxía mecánica virá dada pola expresión: $E_m = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 = 2 \cdot m \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot A^2$ (recordemos que $k = m \cdot \omega^2$ e que $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$).

Esta enerxía propágase en todas direccións pasado un tempo t_1 terase repartido entre as partículas do fronte de onda esférico situado a unha distancia $r_1 = v \cdot t_1$ do centro emisor, pasado un tempo t_2 ocorrerá o mesmo sendo agora a distancia $r_2 = v \cdot t_2$.

Supoñendo nulas as perdas de enerxía: $E_1 = E_2$ (onde E_1 e E_2 representan as enerxías das partículas que forman os frentes de onda); $2 \cdot m_1 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot A_1^2 = 2 \cdot m_2 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot A_2^2$, supoñendo un grosor diferencial dr para os frentes de onda e unha densidade ρ do medio temos:

$m_1 = 4 \cdot \pi \cdot r_1^2 \cdot \rho \cdot dr$ e $m_2 = 4 \cdot \pi \cdot r_2^2 \cdot \rho \cdot dr$; substituíndo na expresión anterior e igualando as enerxías chegaremos a $r_1^2 \cdot A_1^2 = r_2^2 \cdot A_2^2$, é dicir $r_1 \cdot A_1 = r_2 \cdot A_2 = cte$.

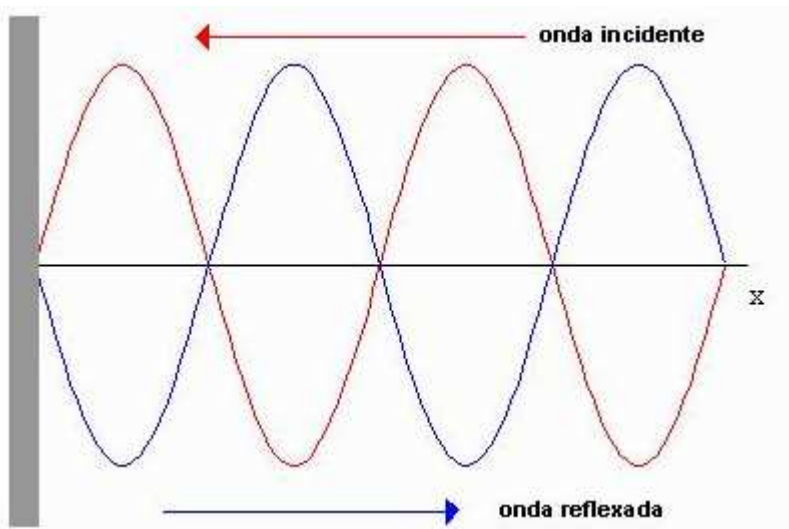
Por outra banda, chamamos **Intensidade dun movemento ondulatorio** nun punto a cantidade de enerxía que atravesa perpendicularmente a unidade de superficie colocada en dito punto. Médese en W/m^2 . $I = \frac{E}{S \cdot t} = \frac{P}{S}$



Mediante unha dedución matemática sinxela (na que empregaríamos a expresión da enerxía obtida con anterioridade) chegamos a: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$, para un punto tomado dun frente de onda, a intensidade do seu movemento ondulatorio é inversamente proporcional ó cadrado da distancia ó centro emisor.

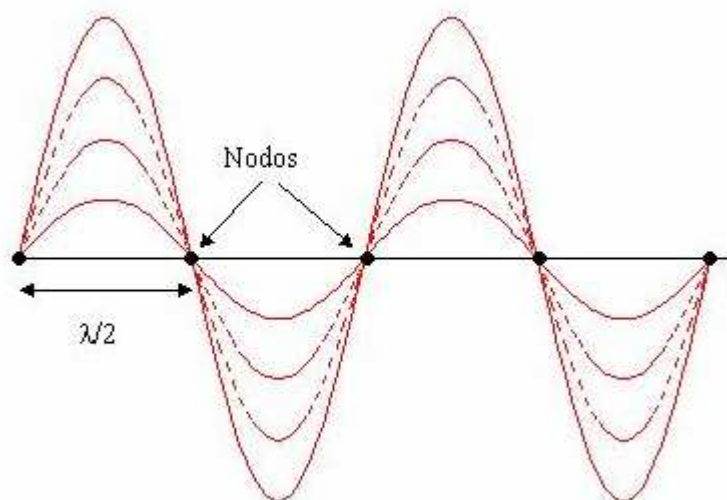
5. Ondas estacionarias.

Cando unha onda é reflexada, a parte reflexada interfere coa incidente do tren de ondas, dando lugar a **ondas estacionarias**. Polo tanto, denomínase onda estacionaria á formada pola interferencia de dúas ondas idénticas propagadas na mesma dirección pero sentido contrario.



O nome de estacionarias débese a que o perfil da onda non se despraza debido a existencia de puntos fixos nos que a amplitude é cero (chamados **nodos**) e outros nos que a

amplitude é máxima (**ventres**).



Supoñamos que temos unha onda $y_1(x,t) = A \cdot \cos(2\pi \cdot t - k \cdot x)$, ao chegar a un obstáculo reflexarase, producíndose un cambio de fase de 180° (π radiáns), a onda reflexada terá como ecuación: $y_2(x,t) = -A \cdot \cos(2\pi \cdot t + k \cdot x)$. Sumando estas dúas ondas obteremos a ecuación da onda estacionaria:

$$\begin{aligned} y(x,t) &= y_1(x,t) + y_2(x,t) = A \cdot \cos(2\pi \cdot t - k \cdot x) - A \cdot \cos(2\pi \cdot t + k \cdot x) = \\ &= -2 \cdot A \cdot \text{sen} \frac{2\pi \cdot f \cdot t - k \cdot x + 2\pi \cdot f \cdot t + k \cdot x}{2} \cdot \text{sen} \frac{2\pi \cdot f \cdot t - k \cdot x - 2\pi \cdot f \cdot t - k \cdot x}{2} = \\ &= -2 \cdot A \cdot \text{sen}(2\pi \cdot f \cdot t) \cdot \text{sen}(-k \cdot x) = A_r \cdot \text{sen}(2\pi \cdot f \cdot t) = \end{aligned}$$

Onde $A_r = 2 \cdot A \cdot \text{sen}(k \cdot x)$

Nos nodos $A_r = 0 \Rightarrow \text{sen}(k \cdot x) = 0 \Rightarrow k \cdot x = n \cdot \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x = n \cdot \pi \Rightarrow x = n \cdot \frac{\lambda}{2}$; para $n = 0 \Rightarrow x = 0$ (primeiro nodo). A distancia entre dous nodos consecutivos é media lonxitude de onda.

Nos ventres $A_r = 2A \Rightarrow \text{sen}(k \cdot x) = 1 \Rightarrow k \cdot x = (2n + 1) \cdot \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x = (2n + 1) \cdot \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = (2n + 1) \cdot \frac{\lambda}{4}$; para $n = 0 \Rightarrow x = \frac{\lambda}{4}$ (primeiro ventre). A distancia entre dous ventres consecutivos é media lonxitude de onda.