

## Sección 7 – Resumo

A idea gráfica, tanto da continuidade e discontinuidade, como dos diferentes tipos de límites, é sinxela e clara. Conscientes de elo, valendonos dunhas gráficas de funcións definimos tres casos de discontinuidade

**Descontinuidade inevitable de salto finito**

**Descontinuidade inevitable de salto infinito**

**Descontinuidade evitable .**

Case nunca as funcións se presentan gráficamente senón de forma analítica, polo tanto imos precisar de métodos analíticos para recoñecer os distintos tipos de discontinuidade. Neses métodos intervén o concepto de **límite dunha función nun punto**

O concepto de límite que imos a usar non é matematicamente rigoroso, senón un máis descriptivo, de xeito que diremos que o límite de  $f(x)$  cando  $x$  tende á ( $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ ), é o valor  $L$  ao que se achega  $f$  cando  $x$  aproxímase á.

A continuación, usando uns exemplos comprobamos a que valor achegase  $f$  cando tomamos valores a esquerda de  $a$ , dito valor ven ser o **límite lateral pola esquerda**, que se representa por  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ , facemos o mesmo a dereita de  $a$  e obtemos o **límite lateral pola dereita**, que se representa por  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ . Finalmente observamos que para que exista o límite da función no punto, han de existir e coincidir os límites laterais:  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$

Despois do visto ate agora estamos en condicións de escribir a definición de continuidade nun punto: Dicimos que  $f$  é continua en  $x = a$  cando se cumpren as tres condicións seguintes:

1. Existe  $f(a)$ .
2. Existe  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  o que significa, no caso de funcións definidas a anacos, que existen os límites laterais e coinciden:  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$
3.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$  :coinciden o valor do límite co valor da función no punto.

Esta definición ven ser o método que nos vai servir para recoñecer as discontinuidades dunha función cando ven dada de xeito analítico

No seguinte paso dedicamonos ao calculo de límites sinxelos, para elo necesitamos algunhas propiedades máis, que se engloban baixo o nome de álgebra de límites:

$$\lim_{x \rightarrow a} (f + g)(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x) \text{ o límite dunha suma é a suma dos límites.}$$

Co límite da suma tamén calculamos os da resta, recordando que restar é sumar o oposto, e o oposto non é máis que cambiar o signo.

$$\lim_{x \rightarrow a} (f \cdot g)(x) = (\lim_{x \rightarrow a} f(x))(\lim_{x \rightarrow a} g(x)) \text{ o límite dun produto é o produto de límites.}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left( \frac{f}{g} \right)(x) = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}, \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0 \text{ o límite dun cociente é o cociente de límites.}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^{g(x)} = [\lim_{x \rightarrow a} f(x)]^{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$$

o límite dunha función elevada a outra é igual ao límite da base elevada ao límite do expoñente.

Ate agora tratamos límites cando a variable  $x$  achegabase a un número  $a$ . De seguido metémonos no estudo dos límites no infinito e o facemos preguntándonos .Que significan ?

Calculamos algúns límites no infinito para funcións sinxelas sen esquecer que, aínda que para calcular límites no **infinito** recorreremos a usar valores de  $x$  moi grandes, convén ter en conta que infinito non é un número, non segue as regras que debe cumprir calquera número, xa que,  $\infty + \infty = \infty$ ,  $\infty \cdot \infty = \infty$ ,  $\infty^\infty = \infty$ . En realidade, é unha convención matemática que indica a imposibilidade de deter algo que aumenta.

Podemos aplicar as regras da álgebra de límites para o cálculo de límites no infinito, empezaremos polo **límite de cocientes de polinomios** atopándonos ca indeterminación  $\frac{\infty}{\infty}$ . Na resolución da indeterminación poden darse tres situación

- A) Que o grao do numerador sexa maior que o grao do denominador: o cociente será  $\infty$  ó  $-\infty$ .
- B) Que o grao do numerador sexa igual ao grao do denominador: o límite é o cociente dos coeficientes dos monomios de maior grao do numerador e do denominador.
- C) Que o grao do numerador sexa menor que o grao do denominador: o límite do cociente sempre é cero.

Outra indeterminación que se nos plantexa é cando se obtén  $\infty - \infty$ .

Resolvemos o casos dunha resta de fraccións alxebráicas e o da resta de función con raíces

Rematamos a unidade co estudo das **asíntotas** rectas ás que se achega a función e poden ser de tres tipos de:

- a) **Asíntota vertical** nun punto dado  $a$ , no cal a función non está acoutada, é una recta vertical a cal se achega a función. Unha **asíntota vertical** indica que a función tende a  $\infty$  ou  $-\infty$  conforme  $x$  se achega ó punto  $a$ ,
- b) **Asíntota horizontal** é a recta horizontal a cal achegase función cando  $x \rightarrow \pm\infty$ . A ecuación da asíntota horizontal é  $y_H = k$  sendo  $k = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = k$ .
- c) **Asíntota oblicua**. é a recta oblicua a cal achegase función cando  $x \rightarrow \pm\infty$ . A ecuación é:  $y_{ob} = mx + n$

$$m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - mx)$$



**XUNTA DE GALICIA**  
CONSELLERÍA DE EDUCACIÓN  
E ORDENACIÓN UNIVERSITARIA  
IES San Clemente



FONDO SOCIAL  
EUROPEO

Plataforma educativa  
da formación a distancia

[www.iessanclemente.net](http://www.iessanclemente.net)