

Exercicios de autoavaliación 3ª sección

1. Indica o nome e o grao dos seguintes polinomios:

a) $4x^3 - 7x^2 + 5$; b) $2x^4 - 1$ c) 17

2. Calcula o valor numérico do polinomio $q(x) = 4x^3 - 7x^2 + 5$ para $x = 2$ y $x = -1$.

3. Calcula os seguintes cocientes:

a) $\frac{30x^4}{6x^3}$ b) $\frac{32x^5}{3x^2}$

4. Calcula: $(12x^6 + 15x^4 - 24x^3) : 3x^2$

5. Calcula: a) $(x^4 + 6x^2 - 4x + 5) : (x^2 + 2x + 3)$

6. Dados os polinomios $p(x) = 4x^4 + 3x^3 - 8x^2 + 10x - 5$ e $q(x) = 2x^3 + 3x^2 - 6x - 9$.

Calcula: $2p(x) - 3q(x)$

7. Calcula:

a) $3x^2(x^3 - 4x - 2)$; b) $3x^3 \cdot (5x^2 + 7x - 6)$;

8. Saca factor común:

a) $6x^4 - 4x^3 + 8x^2$ b) $3x^6 + 12x^5 - 18x^3$

9. Calcula:

a) $(x^2 + 5x + 2)(x + 3)$ b) $(x^4 - 2x^2 + 6x - 4)(x^2 + 2x + 3)$

10. Calcula:

a) $(2x + 3)^2$ b) $(3x - 2)^2$ c) $(3x + 2)(3x - 2)$

11. Calcula:

a) $(36x^4 - 16x^3 + 8x^2) : (4x^2)$; b) $(24x^5 - 12x^3 + 18x) : (-3x)$

12. Na división $D(x) : d(x)$ sábese que o grao do dividendo é seis e o grao do divisor é dous. Cal é o grao do cociente? Que podes dicir do grao do resto?

13. Calcula o cociente e o resto da división seguinte e expresa o resultado na forma:

$$\frac{D(x)}{d(x)} = C(x) + \frac{R(x)}{C(x)}$$

$$(4x^2 - 2x + 8) : (x + 3)$$

14. Calcula a e b para que a seguinte división dea de resto $x+7$

$$(4x^3 + 2x^2 + ax + b) : (x^2 + 2x - 4)$$

15. Mediante a regra de Ruffini calcula o cociente e o resto da división seguinte:

$$(x^4 - 3x^2 + 5x + 7) : (x + 2).$$

16. Calcula o valor numérico dos polinomios dividendos da actividade anterior para a) $x = 1$ y b) $x = -2$.

17. Calcula m para que o polinomio $2x^3 - 8x^2 + 9x + m$ sexa divisible:

a) por $x-3$; b) por $x+2$.

18. No polinomio $x^4 - 7x^3 + 2x^2 + 4x + a$. Determina a para que ao dividilo por $x+2$ se obteña de resto 130.

19. No polinomio $p(x) = x^4 - 3x^2 + 2x + 9$. Acha $p(1)$; $p(2)$ e $p(-2)$ utilizando a calculadora.

20. Cantas raíces pode ter o polinomio seguinte? $p(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$. Calcula as que poidas.

21. Dados o polinomios $p(x) = (x-2)(x+3)(x-4)$ e $q(x) = (x-3)(x-3,5)(x-4,4)$, cales son as súas raíces?

22. Calcula as raíces enteiras dos polinomios:

$$a) x^3 - 2x^2 + 2x - 1, \quad b) x^3 + 2x^2 - 5x + 12.$$

23. Calcula a e b para que o polinomio $x^3 + ax^2 - 5x + b$, teña por raíces

$$x=3 \text{ e } x=-1.$$

24. Factorizar: a) $x^2 - 25$; b) $9x^2 - 25$

25. Descompoñer en factores: a) $x^3 + 6x^2 - x - 30$; b) $x^4 - 10x^2 + 9$

26. Calcula o máximo común divisor e o mínimo común múltiplo dos polinomios:

$$p(x) = x^2 - 1 \text{ e } q(x) = x^2 - 2x + 1.$$

Solucions actividades autoavaliabes 3ª sección

Exercicio 1

Solución: a) trinomio y grao 3 ; b) Binomio y grao 4 ; c) monomio y grao 0

Exercicio 2

Solucion:

$$x=2 \Rightarrow q(2) = 4 \cdot (2)^3 - 7 \cdot (2)^2 + 5 = 9$$

$$x=-1 \Rightarrow q(-1) = 4 \cdot (-1)^3 - 7 \cdot (-1)^2 + 5 = -6$$

Exercicio 3

a)

$$\frac{30x^4}{6x^3} = 5x$$

b)

$$\frac{32x^5}{8x^2} = 4x^3$$

Exercicio 4

Solución: Divídese cada termo de dividendo entre o monomio divisor,

$$\frac{12x^6 + 15x^4 - 24x^3}{3x^2} = \frac{12x^6}{3x^2} + \frac{15x^4}{3x^2} - \frac{24x^3}{3x^2} = 4x^4 + 5x^2 - 8x$$

Exercicio 5

Solución: Déixanse espazos para os termos que faltan no divisor.

$$\begin{array}{r} x^4 + 6x^2 - 4x + 5 \overline{) x^2 + 2x + 3} \\ \underline{-x^4 - 2x^3 - 3x^2} \\ -2x^3 + 3x^2 - 4x + 5 \\ \underline{+2x^3 + 4x^2 + 6x} \\ 7x^2 + 2x + 5 \\ \underline{-7x^2 - 14x - 21} \\ -12x - 16 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Cociente} \\ \\ \\ \\ \text{Resto} \end{array}$$

Exercicio 6

Solución:

$$\begin{aligned} & 2 \cdot (4x^4 + 3x^3 - 8x^2 + 10x - 5) - 3 \cdot (2x^3 + 3x^2 - 6x - 9) = \\ & = 8x^4 + 6x^3 - 16x^2 + 20x - 10 - (6x^3 + 9x^2 - 18x - 27) = \\ & = 8x^4 - 25x^2 + 38x + 17 \end{aligned}$$

Exercicio 7

Solucion:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & 3x^2 \cdot (x^3 - 4x - 2) = 3x^5 - 12x^3 - 6x^2 \\ \text{b)} \quad & 3x^3 \cdot (5x^2 + 7x - 6) = 15x^5 + 21x^4 - 18x^3 \end{aligned}$$

Exercicio 8

Solución:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & 6x^4 - 4x^3 + 8x^2 = 2x^2 \cdot (3x^2 - 2x + 4) \\ \text{b)} \quad & 3x^6 + 12x^5 - 18x^3 = 3x^3 \cdot (x^3 + 4x^2 - 6) \end{aligned}$$

Exercicio 9

Solución:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & (x^2 + 5x + 2)(x + 3) = 3x^2 + 15x + 6 + x^3 + 5x^2 + 2x = x^3 + 8x^2 + 17x + 6 \\ \text{b)} \quad & (x^4 - 2x^2 + 6x - 4)(x^2 + 2x + 3) = (3x^4 - 6x^2 + 18x - 12) + (2x^6 - 4x^3 + 12x^2 - 8x) + \\ & (x^6 - 2x^4 + 6x^3 - 4x^2) = x^6 + 2x^6 + x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 10x - 12 \end{aligned}$$

Exercicio 10

Solucion:

a) $(2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$ (cadrado dun binomio)

b) $(3x - 2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$

c) $(3x + 2)(3x - 2) = 9x^2 - 4$ (Suma por diferenza igual a diferenza de cadrados)

Exercicio 11

Solucion:

a) $36x^4 - 16x^3 + 8x^2 : (4x^2) = 9x^2 - 4x + 2$

b) $(24x^5 - 12x^3 + 18x) : (-3x) = -8x^4 + 4x^2 - 6$

Exercicio 12

Solucion:

O grao do cociente e **4** e o do resto pode ser **0** ou **1**

Exercicio 13

Solución:

$$(4x^2 - 2x + 8) : (x + 3) = 4x - 14 + 50/(4x - 14)$$

Exercicio 14

Solución:

$$(4x^3 + 2x^2 + ax + b) : (x^2 + 2x - 4)$$

$$\begin{array}{r}
 4x^3 + 2x^2 + ax + b \quad | \quad x^2 + 2x - 4 \\
 \underline{-4x^3 - 8x^2 + 16x} \\
 6x^2 + (a+16)x + b \\
 \underline{6x^2 + 12x - 24} \\
 (a+16+12)x + (b-24)
 \end{array}$$

Agora igualamos este resto que nos deu con $x - 7$ e obtemos:

$$(a+16+12) = 1 \text{ y } (b-24) = 7 \Rightarrow a = -27 ; b = 31$$

Exercicio 15

Solución:

$$x^4 - 3x^2 + 5x + 7 : x + 2$$

	1	0	-3	+5	+7
-2		-2	+4	-2	-6
	1	-2	1	3	1

O cociente é $x^3 - 2x^2 + x + 3$ e o resto **1**

Exercicio 16

Solución:

a) $P(1) = (1)^4 - 3 \cdot (1)^2 + 5 \cdot (1) + 7 = 10$

b) $P(-2) = (-2)^4 - 3 \cdot (-2)^2 + 5 \cdot (-2) + 7 = 1$

Exercicio 17

Solución:

Imolo facer de dúas formas distintas, unha polo método de Ruffini e outra polo do valor numérico.:

a)

	2	-8	9	m
3		6	-6	9
	2	-2	3	m+9

para que sexa divisible o resto ten que dar 0 polo tanto: $m+9=0 \Rightarrow m=-9$

b) O valor numérico do polinomio ten que ser 0, polo tanto:

$$P(3) = 2 \cdot (3)^3 - 8 \cdot (3)^2 + 9 \cdot (3) + m = 0 \Rightarrow 54 - 72 + 27 + m = 0 \Rightarrow$$

$$m + 9 = 0 \Rightarrow m = -9$$

Exercicio 18

Solución:

Facemolo polo método del valor numérico, basta substituir na ecuación a x polo seu valor - 2:

$$P(-2) = (-2)^4 - 7 \cdot (-2)^3 + 2 \cdot (-2)^2 + 4 \cdot (-2) + a = 130 \Rightarrow 16 + 56 + 8 - 8 + a = 130$$

$$72 + a = 130 \Rightarrow a = 130 - 72 = 58 \Rightarrow a=58$$

Exercicio 19

Solución:

Procedemos do seguinte modo:

$$P(1) = (1)^4 - 3(1)^2 + 2(1) + 9 = 9$$

$$P(2) = (2)^4 - 3(2)^2 + 2(2) + 9 = 17$$

$$P(-2) = (-2)^4 - 3(-2)^2 + 2(-2) + 9 = 9$$

Exercicio 20

Solución:

Dado que o polinomio é de grao 3 pode ter 3 raíces reais.

As raíces enteiras son divisores do termo independente.

Probamos cos divisores do termo independente: +1, -1, +2, -2, +3, -3 e +6, -6

Sustituímolos no polinomio:

$$P(1) = (1)^3 + 2(1)^2 - 5(1) - 6 = 1 + 2 - 5 - 6 = -8 \text{ (non é raíz)}$$

$$P(-1) = (-1)^3 + 2(-1)^2 - 5(-1) - 6 = -1 + 2 + 5 - 6 = 0 \text{ (é raíz)}$$

Unha vez obtida unha raíz utilízase a regra de Ruffini:

	1	2	-5	-6
-1		-1	-1	+6
	1	1	-6	0

Quedan os seguinte polinomio de grao 2: $x^2 + x - 6$ do que facemola súa descomposición mediante a resolución da ecuación de 2º grao que ten coma raíces a 2 e -3: $x^2 + x - 6 = (x-2)(x+3)$

As raíces de dito polinomio son: **$x = -1$, $x = 2$ e $x = -3$**

Exercicio 21

Solución:

Dado que tratase dun polinomio descomposto en factores, as raíces son os valores que fan cero cada un deles:

No polinomio $p(x)$:

$$(x-2) = 0 \Rightarrow x=2; (x+3) = 0 \Rightarrow x=-3; (x-4) = 0 \Rightarrow x=4$$

No polinomio $q(x)$:

$$(x-3) = 0 \Rightarrow x=3; (x-3,5) = 0 \Rightarrow x=3,5; (x-4,4) = 0 \Rightarrow x=4,4$$

Exercicio 22

Solución:

As raíces enteiras dos polinomios son os divisores do termo independente, así que no caso

a) probaremolos con ± 1 substituindo no polinomio

$$(-1)^3 - 2(-1)^2 + 2(-1) - 1 = -6; -1 \text{ non é raíz.}$$

$$(1)^3 - 2(1)^2 + 2(1) - 1 = 0; 1 \text{ é raíz do polinomio e só ten unha raíz enteira}$$

b) probaremolos con $\pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm 4 \pm 6 \pm 12$ substituindo no polinomio

$$P(1) = (+1)^3 + 2(1)^2 - 5(1) + 12 = 10$$

$$P(-1) = (-1)^3 + 2(-1)^2 - 5(-1) + 12 = 18$$

$$P(2) = (+2)^3 + 2(2)^2 - 5(2) + 12 = 18$$

$$P(-2) = (-2)^3 + 2(-2)^2 - 5(-2) + 12 = 22$$

$$P(3) = (+3)^3 + 2(3)^2 - 5(3) + 12 = 42$$

$$P(-3) = (-3)^3 + 2(-3)^2 - 5(-3) + 12 = 18$$

$$P(4) = (+4)^3 + 2(4)^2 - 5(4) + 12 = 88$$

$$P(-4) = (-4)^3 + 2(-4)^2 - 5(-4) + 12 = 0$$

$$P(6) = (+6)^3 + 2(6)^2 - 5(6) + 12 = 270$$

$$P(-6) = (-6)^3 + 2(-6)^2 - 5(-6) + 12 = -102$$

$$P(12) = (12)^3 + 2(12)^2 - 5(12) + 12 = 1968$$

$$P(-12) = (-12)^3 + 2(-12)^2 - 5(-12) + 12 = -1368$$

-4 é raíz do polinomio e só ten unha raíz enteira

Exercicio 23

Solución:

Basta sustituílas raíces no polinomio e resolvelo sistema

$$(3)^3 + a(3)^2 - 5(3) + b = 0 \Rightarrow 27 + 9a - 15 + b = 0 \Rightarrow 9a + b = -12$$

$$(-1)^3 + a(-1)^2 - 5(-1) + b = 0 \Rightarrow -1 + a + 5 + b = 0 \Rightarrow a + b = -4$$

$$a = -4 - b \Rightarrow 9(-4 - b) + b = -12 \Rightarrow -36 - 9b + b = -12 \Rightarrow -8b = 24 \Rightarrow$$

$$b = -24/8 = -3; a - 3 = -4 \Rightarrow a = -4 + 3 = -1 \Rightarrow$$

$$\mathbf{a = -1 \text{ y } b = -3}$$

Exercicio 24

Solución

a) $x^2 - 25 = (x-5)(x+5)$

b) $9x^2 - 25 = (3x-5)(3x+5)$

Exercicio 25

Solución:

a) $P(x) = x^3 + 6x^2 - x - 30$

Substituímos os valores numéricos que sexan divisores do termino independente, o primeiro valor que nos anula o polinomio é 2 polo que xa temos a primeira raíz.

Facémolo utilizando a regra de Ruffini

1	6	-1	-30
2	2	16	30
1	8	15	0

Unha vez obtido o polinomio cociente que é xa de segundo grao o factorizamos utilizando a fórmula da ecuación de segundo grao:

$$x^2 + 8x + 15 = 0 \Rightarrow x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 15}}{2} = -3 \text{ y } -5$$

O polinomio quedaría factorizado así: $(x-2)(x+3)(x+5)$

b) $Q(x) = x^4 - 10x^2 + 9$

Facemos a descomposición completando cadrados xa que se observa que é o cadrado dun binomio:

$$x^4 - 10x^2 + 9 + 16 - 16 = (x^2 - 5)^2 - 16 \Rightarrow \text{esta expresión é diferenza de cadrados}$$

polo que se procede así e reiterase o procedemento:

$$(x^2 - 5 + 4)(x^2 - 5 - 4) = (x^2 - 9)(x^2 - 1) = (x - 3)(x + 3)(x - 1)(x + 1)$$

Exercicio 26

Solución: $P(x) = x^2 - 1$ e $Q(x) = x^2 - 2x + 1$ descompómoslos en factores :

$P(x) = (x-1)(x+1)$ e $Q(x) = (x-1)^2$

m.c.d.(P(x), Q(x)) = (x-1)

M.C.M. (P(x), Q(x)) = (x-1)^2(x+1)