

Sección 2 - Exercicios de autoavaliación

Exercicio nº 1.-

Tendo en conta a definición de logaritmo, calcula:

$$\log_3 \frac{1}{81} + \log_2 \sqrt{8} - \log_2 2$$

Exercicio nº 2.-

Obtén o valor de x , utilizando a definición de logaritmo:

a) $\log_x 16 = 4$

b) $\log_3 x = 4$

Exercicio nº 3.-

Nunha progresión xeométrica sabemos que $a_1 = 2$ e $a_4 = 54$. Atopa a razón e a suma dos seis primeiros termos.

Exercicio nº4.-

Un ordenador custa 1 036 euros sen I.V.E. Sabendo que se aplica un 16% de I.V.E., ¿cal será o seu prezo con I.V.E.?

Exercicio nº5.-

Un artigo que custaba inicialmente 60 euros foi rebaixado en decembro un 12%. No mes de xaneiro tivo unha segunda rebaixa dun 15%; e, en febreiro, rebaixouse outro 10%.

a) Calcula o prezo final despois das tres rebaixas.

b) ¿Cal é a porcentaxe total de rebaixa?

Exercicio nº6.-

O prezo dunha raqueta de tenis subiu un 20% e despois rebaixárona un 15%. Se o seu prezo actual é de 110,16 euros, ¿canto custaba antes da suba? Di cal é o índice de variación e explica o seu significado.

Exercicio nº7.-

Depositamos nun banco 3000 €, a un interese simple do 3% anual, durante 5 anos. ¿Cal é o capital final?

Exercicio nº8.-

Calcula en canto se transforma un capital de 2 500 euros depositado durante 4 meses ó 7% anual (os períodos de capitalización son mensuais).

Exercicio nº9.-

Calcula en canto se transforman 3 000 euros depositados durante un año ó 8% anual se os períodos de capitalización son trimestrais.

Exercicio nº 10.-

Decidimos aforrar ingresando nun banco 1 000 euros ó principio de cada ano. Calcula a cantidade que teremos aforrado ó cabo de 8 anos, sabendo que o banco nos dá un 6% de intereses.

Exercicio nº 11.-

Unha persoa ingresa, ó principio de cada ano, a cantidade de diñeiro que ven reflectida na seguinte táboa:

	CANTIDADE DEPOSITADA (en euros)
1º ANO	1 000
2º ANO	1 500
3º ANO	2 000

Calcula cáil será o capital acumulado ó cabo dos tres anos, sabendo que o rédito é do 6% anual.

Exercicio nº 12.-

Durante 4 anos, depositamos ó principio de cada ano 1 000 euros ó 5% con pago anual de intereses. ¿Canto diñeiro teremos acumulado ó final do cuarto ano?

Exercicio nº 13.-

Calcula o valor da anualidade coa que se amortiza un préstamo de 25 000 euros en 6 anos ó 10% de interese anual.

Exercicio nº 14.-

Temos que amortizar 30 000 euros en 3 anos, cun 8% de interese anual, de modo que cada ano pagaremos a terceira parte do capital total máis os intereses do capital pendente. Calcula o que hai que pagar cada ano.

Solucións dos exercicios

Exercicio nº 1.-

$$\log_3 \frac{1}{81} + \log_2 \sqrt{8} - \log_2 2 = \log_3 3^{-4} + \log_2 2^{3/2} - \log_2 2 = -4 + \frac{3}{2} - 1 = \frac{-7}{2}$$

Exercicio nº 2.-

a) $\log_x 16 = 4 \rightarrow x^4 = 16 \rightarrow x = 2$

Exercicio nº3.-

$$a_4 = a_1 \cdot r^3 \rightarrow 54 = 2 \cdot r^3 \rightarrow r^3 = 27 \rightarrow r = \sqrt[3]{27} = 3 \rightarrow r = 3$$

$$a_6 = a_1 \cdot r^5 = 2 \cdot 3^5 = 2 \cdot 243 = 486$$

$$S_6 = \frac{a_6 \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{486 \cdot 3 - 2}{3 - 1} = \frac{1456}{2} = 728$$

Exercicio nº4.-

O índice de variación que lle corresponde a un aumento do 16% es 1,16. Por tanto:

$$1036 \cdot 1,16 = 1\,201,76$$

O prezo con I.V.E. é de 1 201,76 euros

Exercicio nº5.-

a) Calculamos o índice de variación total:

$$0,88 \cdot 0,85 \cdot 0,90 = 0,6732$$

Por tanto, o prezo final foi:

$$60 \cdot 0,6732 = 40,39 \text{ euros}$$

b) O índice de variación obtido, 0,6732, corresponde a unha diminución del 32,68%.

Exercicio nº6.-

Índice de variación: $1,20 \cdot 0,85 = 1,02$

Prezo antes de la subida : $\frac{110,16}{1,02} = 108$ euros

O índice de variación nos indica que subiu un 2%.

Exercicio nº7.-

C_0 = Capital inicial= 3000 €

C_1 = Capital al final del primer año = $3000 + 3\% \text{ de } 3000 = 3000 + 0,03 \cdot 3000 = 3000 \cdot (1+0,03)$ €

C_2 = Capital al final del segundo año = $3000 + 0,03 \cdot 3000 + 0,03 \cdot 3000 = 3000 \cdot (1 + 0,03 + 0,03) = 3000 \cdot (1 + 2 \cdot 0,03)$ €

$C_3 = 3000 + 0,03 \cdot 3000 + 0,03 \cdot 3000 + 0,03 \cdot 3000 = 3000 \cdot (1 + 3 \cdot 0,03)$ €

$C_4 = 3000 \cdot (1 + 4 \cdot 0,03)$ €

$C_5 = 3000 \cdot (1 + 5 \cdot 0,03) = \mathbf{3450 \text{ €}}$

Exercicio nº8.-

7% anual corresponde a $\left(\frac{7}{12}\right)$ % mensual.

Pasados os 4 meses transformarase en: $2500 \cdot \left(1 + \frac{7}{1200}\right)^4 = 2558,85$ euros

Exercicio nº9.-

Como nun ano hai 4 trimestres:

8% anual $\rightarrow \frac{8}{4} = 2\%$ trimestral

Ó final dun trimestre teríamos:

$3\,000 \cdot 1,02$ euros

Ó cabo de catro trimestres (un año) serían:

$3\,000 \cdot 1,02^4 = 3\,247,30$ euros

Exercicio nº10.-

Os 1 000 euros do primeiro ano transformanse, ó cabo de 8 anos, en:

$$1\,000 \cdot (1,06)^8 \text{ euros.}$$

Os 1 000 euros do segundo ano transformanse, ó cabo de 7 anos, en:

$$1\,000 \cdot (1,06)^7 \text{ euros.}$$

Os 1 000 euros do derradeiro ano transformanse, ó cabo dun ano, en:

$$1\,000 \cdot (1,06) \text{ euros.}$$

Por tanto, ó final dos oito anos teremos, en total:

$$1\,000 \cdot (1,06) = \dots = 1\,000 \cdot (1,06)^7 = 1\,000 \cdot (1,06)^8$$

Esta é a suma dos oito primeiros termos dunha progresión xeométrica na que:

O primeiro termo é $a_1 = 1\,000 \cdot (1,06)$

O octavo termo é $a_8 = 1\,000 \cdot (1,06)^8$

A razón es $r = 1,06$.

Sua suma será:

$$S = \frac{1\,000 \cdot (1,06)^8 \cdot (1,06) - 1\,000(1,06)}{1,06 - 1} = \frac{1\,000 \cdot (1,06) [(1,06)^8 - 1]}{0,06} = 10\,491,32 \text{ euros.}$$

Ó final dos oito anos teremos 10 491,32 euros.

Exercicio nº11.-

Os 1 000 euros do primeiro ano transformanse, ó cabo de tres anos, en:

$$1\,000 \cdot (1,06)^3 \text{ euros}$$

Os 15000 euros do segundo ano transformanse, ó cabo de dous anos, en:

$$1\,500 \cdot (1,06)^2 \text{ euros}$$

Os 2 000 euros do terceiro ano transformanse, ó cabo de un ano, en:

$$2\,000 \cdot (1,06)$$

Por tanto, o total acumulado ó cabo dos tres anos será:

$$1\,000 \cdot (1,06)^3 + 1\,500 \cdot (1,06)^2 + 2\,000 \cdot (1,06) = 4\,996,42 \text{ euros}$$

Exercicio nº12.-

Os 1 000 euros do primeiro ano transformanse, ó cabo de 4 anos en:

$$1 \cdot (1,05)^4 \text{ euros}$$

Os 1 000 euros do segundo ano transformanse, ó cabo de 3 anos en:

$$1\,000 \cdot (1,05)^3 \text{ euros}$$

Os 1 000 euros do terceiro ano transformanse, ó cabo de 2 anos en:

$$1\,000 \cdot (1,05)^2 \text{ euros}$$

Os 1 000 euros do cuarto ano transformanse, ó cabo de 1 ano en::

$$1\,000 \cdot (1,05) \text{ euros}$$

Por tanto ó final do cuarto ano teremos en total:

$$1\,000 \cdot (1,05) + 1\,000 \cdot (1,05)^2 + 1\,000 \cdot (1,05)^3 + 1\,000 \cdot (1,05)^4$$

Esta é a suma dos catro primeiros termos dunha progresión xeométrica na que:

O primeiro termo é $a_1 = 1\,000 \cdot (1,05)$

O cuarto termo é $a_4 = 1\,000 \cdot (1,05)^4$

A razón es $r = 1,05$

A suma será:

$$\begin{aligned} S &= \frac{1\,000 \cdot (1,05)^4 \cdot (1,05) - 1\,000 \cdot (1,05)}{1,05 - 1} = \\ &= \frac{1\,000 \cdot (1,05)^5 - 1\,000 \cdot (1,05)}{0,05} = \frac{1\,000 \cdot (1,05) [(1,05)^4 - 1]}{0,05} \\ &= 4\,525,63 \text{ euros.} \end{aligned}$$

Ó final do cuarto ano teremos 4 525,63 euros.

Exercicio nº13.-

O capital é $C = 25\,000$ euros.

O tempo son $n = 6$ anos.

O interese é do $r = 10\%$ anual $\rightarrow i = \frac{r}{100} = \frac{10}{100} = 0,1$

A anualidade será:

$$a = C \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} = 25\,000 \cdot \frac{(1,1)^6 \cdot 0,1}{(1,1)^6 - 1} = 5\,740,18 \text{ euros}$$

Cada ano pagaranse 5740,18 euros.

Exercicio nº14.-

Fagamos unha tabla:

	CAPITAL PENDIENTE	PAGO DE INTERESES + PAGO DE CAPITAL = PAGO ANUAL	DEUDA PENDIENTE
1 ^{er} AÑO	30 000	$30\,000 \cdot 0,08 + 10\,000 = 12\,400$	20 000
2º AÑO	20 000	$20\,000 \cdot 0,08 + 10\,000 = 11\,600$	10 000
3 ^{er} AÑO	10 000	$10\,000 \cdot 0,08 + 10\,000 = 10\,800$	0

O primeiro ano haberá que pagar 12 400 euros, o segundo ano 11 600 euros e, o terceiro ano, 10 800 euros.