

# RESUMEN DE CONTENIDOS



## Índice

|                                                           |   |
|-----------------------------------------------------------|---|
| Experimentos y sucesos.....                               | 2 |
| Definiciones.....                                         | 2 |
| Tipos de sucesos.....                                     | 2 |
| Operaciones con sucesos.....                              | 3 |
| Probabilidad.....                                         | 4 |
| Definiciones.....                                         | 4 |
| Propiedades de la probabilidad.....                       | 4 |
| Recuentos.....                                            | 5 |
| Experimentos aleatorios compuestos.....                   | 5 |
| Atribución de los recursos incorporados al documento..... | 7 |

# El legado de San Fiz de Azar

## Experimentos y sucesos

### Definiciones

Un **experimento aleatorio** es el que puede tener distintos resultados, todos ellos conocidos previamente, sin que se pueda saber cuál de ellos saldrá en cada realización.

Por ejemplo: lanzar un dado una vez.

Un **experimento determinista** es aquel en el que, si se realiza bajo las mismas condiciones, se obtienen los mismos resultados, por tanto, estos son previsibles.

Por ejemplo: mezclar agua y sal.

Cada uno de los posibles resultados de un experimento aleatorio se llama suceso elemental.

Al conjunto formado por todos los sucesos elementales se le llama **espacio muestral**. Se representa por la letra **E**.

Cualquier subconjunto de este espacio muestral se llama **suceso**. Se representan por letras mayúsculas: A, B... y se describen usando lenguaje de conjuntos (con una descripción o con enumeración de sus elementos entre llaves).

Por ejemplo, al lanzar un dado  $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .

A = “sale un múltiplo de 3” es un suceso, que también puede escribirse como  $A = \{3, 6\}$ .

### Tipos de sucesos

Además de los **sucesos elementales** hay otros tipos de sucesos.

**Suceso imposible:** nunca puede ocurrir.

Por ejemplo, al lanzar un dado de seis caras,  $C = \{7\}$  es un suceso imposible.

**Suceso seguro:** ocurre con toda seguridad.

Por ejemplo, al lanzar un dado de seis caras, su espacio muestral  $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  es un suceso seguro.

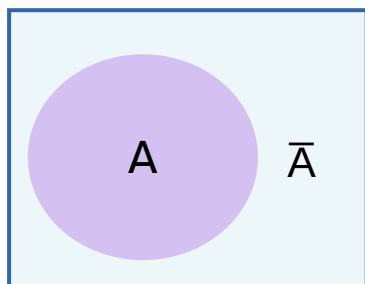
**Sucesos compatibles:** pueden ocurrir simultáneamente.

**Sucesos incompatibles:** no pueden ocurrir simultáneamente.

## Operaciones con sucesos

Son las mismas que se usan para los conjuntos, dado que un suceso es un conjunto.

### Contrario de un suceso



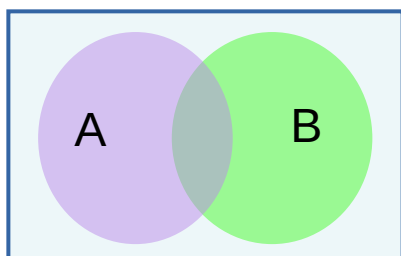
**Suceso contrario** (o complementario) de un suceso A: ocurre cuando no sucede A.

Se representa como  $\bar{A}$ .

El rectángulo del gráfico representa el conjunto total.

Observa que A y  $\bar{A}$  forman el conjunto total E.

### Unión



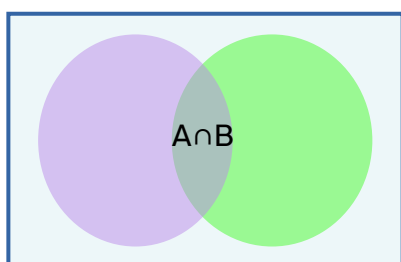
La unión de dos sucesos es otro suceso formado por todos los elementos de ambos.

Representa que ocurra alguno de ellos, A o B.

Su símbolo es una U mayúscula:  $A \cup B$  significa "A o B".

En el diagrama, es la zona formada por cada uno de los dos conjuntos, tanto verde como violeta.

### Intersección de sucesos



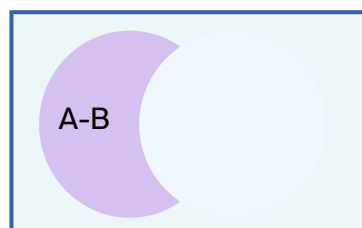
La intersección de dos sucesos es otro suceso formado por los elementos de ambos. Ocurre cuando se cumplen los dos al mismo tiempo. Se representa con el símbolo  $\cap$ :  $A \cap B$  y significa "A y B".

En el diagrama, es la zona común a los dos conjuntos.

Observa que la unión también contiene a la intersección.

Si vas a contar los elementos de la unión de dos sucesos ten cuidado de no duplicarlos.

### Diferencia de sucesos



Si lo que te interesa es identificar los sucesos que cumplen una condición, pero no la otra, estarás buscando  $A - B$ , la diferencia.

La diferencia de dos conjuntos es el formado por los elementos que están en el primero pero no en el segundo.

También puedes verlo como  $A \cap \bar{B}$ ; y  $B \cap \bar{A}$ .

# Probabilidad

## Definiciones

### Regla de Laplace

Si un suceso puede ocurrir de “s” formas, de un total de “n” posibles, la probabilidad de ese suceso es “s/n”.

Dicho de otro modo: *Probabilidad del suceso A* =  $\frac{\text{Número de casos favorables al suceso A}}{\text{Número de casos posibles}}$

Esta definición de probabilidad solo se puede aplicar para espacios muestrales cuyos sucesos elementales sean equiprobables.

### Probabilidad frecuencial

Si un estudio lo extiendes a muchos lanzamientos, al final la frecuencia relativa podrás estimarla como la probabilidad.

A esta forma de calcular la probabilidad se le llama frecuencial o empírica. Está basada en la idea de que: “si un experimento aleatorio se realiza un número suficientemente grande de veces, la frecuencia relativa se aproxima a la probabilidad”.

Este resultado se conoce como la Ley de los Grandes Números.

## Propiedades de la probabilidad

### Valor de la probabilidad

Sea E el espacio muestral de un experimento aleatorio y sean A y B dos sucesos cualesquiera del mismo.

La probabilidad de cualquier suceso siempre es un número comprendido entre cero y uno:  
 $0 \leq P(A) \leq 1$

- La probabilidad del **suceso imposible** es:  $P(\emptyset) = 0$
- La probabilidad del **suceso seguro** es:  $P(E) = 1$

Observa que:

- Ningún suceso puede tener probabilidad negativa.
- Ningún suceso puede tener probabilidad mayor que uno.

$$\begin{aligned} P(E) &= 1 \\ P(\emptyset) &= 0 \\ 0 &\leq P(A) \leq 1 \end{aligned}$$

## Probabilidad de la unión

- Si  $A$  y  $B$  son dos sucesos incompatibles (su intersección no tiene elementos), la probabilidad de su unión es la suma de sus probabilidades.  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- Si  $A$  y  $B$  son dos sucesos compatibles de un experimento aleatorio, la probabilidad de su unión es la suma de sus probabilidades menos la probabilidad de su intersección.  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

## Probabilidad del contrario de un suceso

La suma de las probabilidades de dos sucesos contrarios es 1.

Por tanto:  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

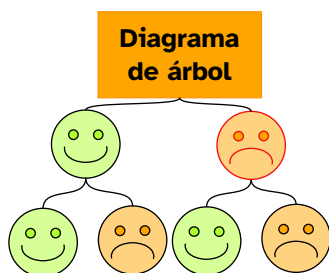
$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \text{ (si } A \cap B = \emptyset)$$

## Recuentos

### Experimentos aleatorios compuestos



Un experimento aleatorio compuesto es aquel que está formado por la sucesión de varios experimentos simples.

#### Diagrama de árbol

Cuando un experimento tiene varias decisiones consecutivas, o si quieres representar los resultados de un experimento compuesto, puedes utilizar un diagrama de árbol.

#### Regla del producto

Para calcular cuántos resultados posibles puede tener un experimento aleatorio compuesto se emplea la regla del producto:  $N = n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \dots n_k$

Donde:  $n_1, n_2, n_3$  son las opciones de la primera, segunda y tercera decisión y  $N$  el número total de resultados posibles.

#### Factorial de un número



El factorial de un número es el producto de ese número por todos sus anteriores. En tu calculadora tienes una tecla que hace la operación.

Para calcular el número de ordenaciones de un conjunto se usa este Cálculo. A las ordenaciones también se les llama **permutaciones**.

Ejemplo: ¿Cuántas ordenaciones puedes hacer con las cifras {1, 2, 3}?

El número de ordenaciones de tres elementos es  $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ .

Si lo que quieres es ordenar solo una parte del conjunto usarías otra tecla, la que pone nPr.



Ejemplo: ¿Cuántas ordenaciones de dos elementos puedes hacer con las cifras {1, 2, 3, 4, 5}?

El resultado es  $5 \cdot 4 = 20$ , que puedes escribirlo como  $\frac{5!}{3!}$

Observa que el denominador elimina las ordenaciones de los elementos que no fueron elegidos (3!).

A este tipo de ordenaciones se les llama **variaciones** de 5 elementos tomados de 2 en 2.

Nota: La tecla para las variaciones es la que pone nPr. El motivo es que en muchos lugares se le llama del mismo modo a la elección ordenada de todos los elementos o de una parte.



Y por último, si lo que quieres es hacer subconjuntos, sin ordenarlos, entonces usarás la tecla **nCr**.

Sirve para hacer **combinaciones**, cuyo cálculo sale del **número combinatorio**:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Ejemplo: ¿Cuántos subconjuntos de dos elementos puedes hacer con las cifras {1, 2, 3, 4, 5}?

El resultado es  $\frac{5!}{2! \cdot 3!} = 10$ .

Observa que el denominador elimina las ordenaciones de las parejas (2!) y las de los elementos no elegidos, igual que antes (3!).

En ninguno de los ejemplos anteriores se trabajó con las repeticiones de elementos, eso queda para el próximo curso.

Este es un resumen de todas las fórmulas de recuento, que también tienes en el esquema que puedes descargar en pdf:

Regla del producto:

$$N_{total} = n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \dots$$

Expresiones de recuento:

$$p_n = n!$$

$$V_{m,n} = \frac{m!}{(m-n)!}$$

$$C_{m,n} = \binom{m}{n} = \frac{m!}{n!(m-n)!}$$

## Atribución de los recursos incorporados al documento

Recursos incorporados por orden de aparición y página:

*Las imágenes de las teclas de la calculadora son de elaboración propia.*



“Resumen de contenidos. El legado de San Fiz de Azar”, del proxecto *cREAgal*, se publica con [Licencia Creative Commons Atribución/Reconocimiento No-comercial Compartir igual 4.0](#)