Desmontando monumentos. Actividades.

3. El pazo de mis sueños

3.7 Casa de los Hermidas

La casa de los Hermidas

Bienvenidos a la Casa de los Hermidas en Vilaza, Ourense, considerada también un pazo.

Este lugar especial, vecino de la iglesia de San Salvador, es un bien catalogado del ayuntamiento de Monterrei, con mucha historia, geometría y belleza. ¡Atrévete a descubrirla!

Busca la casa en Google maps y realiza un pequeño paseo con Street View para familiarizarte con ella y con su entorno. Las coordenadas son: 41°55'50.8"N 7°29'17.0"W

Geometría escondida

Seguro que te has dado cuenta de que las dos fachadas de la casa observables desde el exterior son muy similares. Comenzaremos por la fachada en la que se encuentra la puerta de entrada a la casa.

- Escribe en tu cuaderno todos los objetos geométricos que encuentres en la fachada.
- ¿Has encontrado rectas y segmentos? ¿Cuál es la posición relativa de las rectas que has encontrado?
- ¿Ves algún polígono? ¿Cuántos tipos de cuadriláteros observas?
- Busca un radio, un diámetro, una cuerda, un arco y un ángulo central en alguno de los elementos de la fachada.
- ¿Encuentras alguna línea poligonal interesante?

Solución:

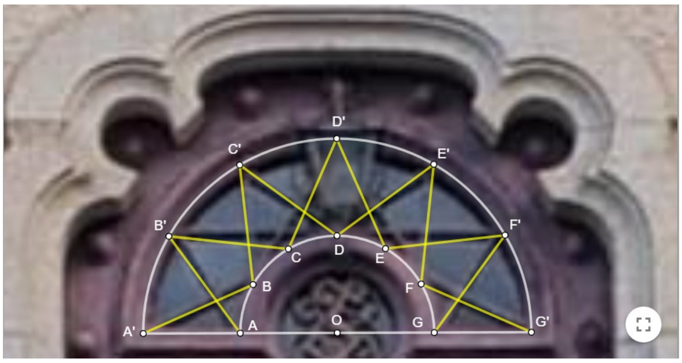
Actividad de respuesta abierta. Parte de la solución se da en el apartado siguiente.

Descubre el patrón

Solución de la actividad anterior.

Corona de ángulos

Si observas detenidamente la fachada de la casa verás en la puerta una semicorona circular en la que aparecen un gran número de ángulos diferentes. ¿Serás capaz de calcularlos?



- Comienza calculando los ángulos $\widehat{AOB}$ y $\widehat{A'OB'}$, ambos con vértice en O. ¿Sabes calcularlos sin hacer uso de GeoGebra? Comprueba tus suposiciones midiendo sobre la imagen.
- Calcula el ángulo $\widehat{AB'C}$ con vértice en B'.
- Considera ahora el triángulo AB'C'. ¿Qué tipo de triángulo es según sus lados? Calcula, sin medir sobre la fotografía los otros dos ángulos del triángulo (los que tienen vértices en A y C).

Solución:

Los ángulos $\widehat{AOB}$ y $\widehat{A'OB'}$ miden ambos 30°, pues son una sexta parte de medio círculo, el cual mide 180°.

El ángulo $\widehat{AB'C}$, medido con la herramienta *Ángulo*, mide 47,59°, es decir, 47° 35' 24''.

Como tiene dos lados iguales y uno desigual es isósceles. Por este motivo los ángulos pedidos son iguales y medirán la mitad de 180° — 47,59° = 132,41°. Medirán la mitad de 132,41°, es decir: 66,21°=66° 12' 18''.

Espejito mágico

Simetrías calcando

Para hacer esta actividad necesitarás papel vegetal, también llamado papel cebolla. Utilízalo para calcar elementos de la fachada, voltea el papel para hacer el efecto de la reflexión (simetría axial) y busca coincidencias sobre la foto. Marca sobre ella los ejes de simetría.

Puedes señalar cada elemento calcado con una letra (A) y poner en sus simétricos la misma letra añadiendo primas (A’, A’’, A’’’...).

Ventana sobre ventana

Observa ahora la otra fachada de la Casa de los Hermidas. Busca todas las simetrías axiales que aparecen. Toma como referencia tanto la fachada entera como sus elementos: ventanas, balcones, friso del tejado...

Simetrías de la casa

Soluciones de la actividad anterior.

Enredados

Una maraña de formas

Imágenes de enrejados motivadoras de la siguente actividad.

Busca y encuentra

Observa la siguiente barandilla sacada de un edificio de la ciudad de A Coruña y contesta a estas preguntas:

- ¿Qué objetos geométricos de los estudiados observas?
- Busca rectas paralelas, secantes y perpendiculares.
- Encuentra algún ejemplo de los ángulos siguientes:
  - Dos ángulos consecutivos y dos complementarios.
  - Dos ángulos adyacentes.
  - Dos ángulos opuestos por el vértice y dos correspondientes.
  - Dos ángulos alternos internos y dos alternos externos.
- En el rosetón central busca un ángulo central y otro inscrito.

Solución:

Actividad abierta con múltiples soluciones.

El cierre de la casa de los Hermidas

Haremos ahora lo mismo con la verja de cierre de la casa de los Hermidas. Busca en el enrejado segmentos paralelos, perpendiculares y círculos. Cuando creas que los has encontrado, pulsa en el botón reproducir y comprueba tu respuesta. ¿Cuál es el elemento geométrico que se repite en el enrejado?

Solución:

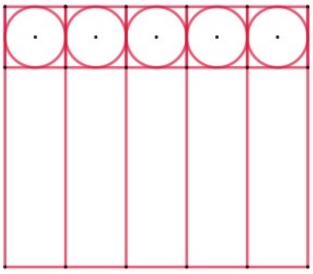
La solución se ofrece en el mismo apartado.

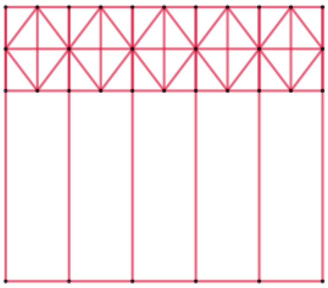
El elemento geométrico que se repite en el enrejado podría considerarse el círculo o el elemento formado por el conjunto de círculo, cuadrado que lo contiene y rectángulo adyacente inferior. La solución puede verse en la imagen siguiente.

Aprendiz de herrero. Enrejado de círculos. Enrejado de rombos.

¿Las has encontrado todas? Entonces ya estás preparado. Ahora serás tú el que construya la verja de la casa de los Hermidas. Para ello utilizaremos el programa GeoGebra.

Construye los enrejados en GeoGebra siguiendo los tutoriales





- ¿Cómo describirías la relación entre los lados de un rombo? ¿ Y los de un cuadrado?
- ¿Qué sucede cuando dibujas las diagonales en un rombo?¿ Y las de un cuadrado?
- ¿Cómo podrías transformar un rombo en un cuadrado?

Solución:

Los lados de un rombo miden lo mismo. Los de un cuadrado también.

Tanto las diagonales de un rombo como las de un cuadrado se cortan formando un ángulo de 90°.

Podemos transformar un rombo en un cuadrado “tirando” o “empujando” de dos vértices opuestos a lo largo de la diagonal hasta conseguir que todos sus ángulos sean de 90°.

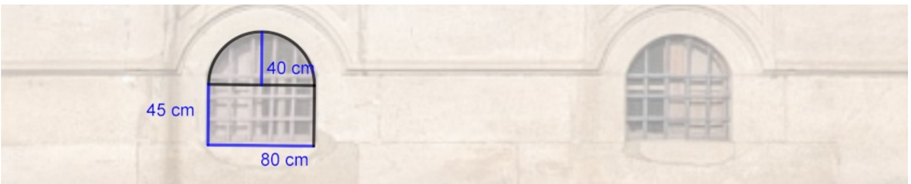
Restaurando

La mirada a las ventanas

Introducción de las actividades sobre ventanales que vienen a continuación.

Las bodegas

Queremos calcular el perímetro y el área de las ventanas situadas en la parte inferior de la fachada. Necesitamos conocer el perímetro para poder colocar el marco de las rejas y el área para saber cuánto medirá el hueco que tape cada una de las contraventanas interiores. Ayuda a los restauradores calculando dichas medidas.



Como puedes ver en la imagen, las ventanas están formadas por un semicírculo de 40 cm de radio apoyado sobre un rectángulo de 80 cm de ancho y 45 cm de alto.

Solución:

Calculamos el perímetro de la ventana sumando los dos lados menores del rectángulo, el lado mayor y la mitad del perímetro de la circunferencia de radio 40 cm. Las operaciones serían las siguientes:

Perímetro = $80 + 45 \cdot 2 + \pi \cdot 40 =$ 125,66 cm

Para calcular el área basta sumar las áreas del rectángulo y de medio círculo:

Área = $45 \cdot 80 + \pi \cdot 40^2 = 8626{,}55\ cm^2 = 0{,}86\ m^2$

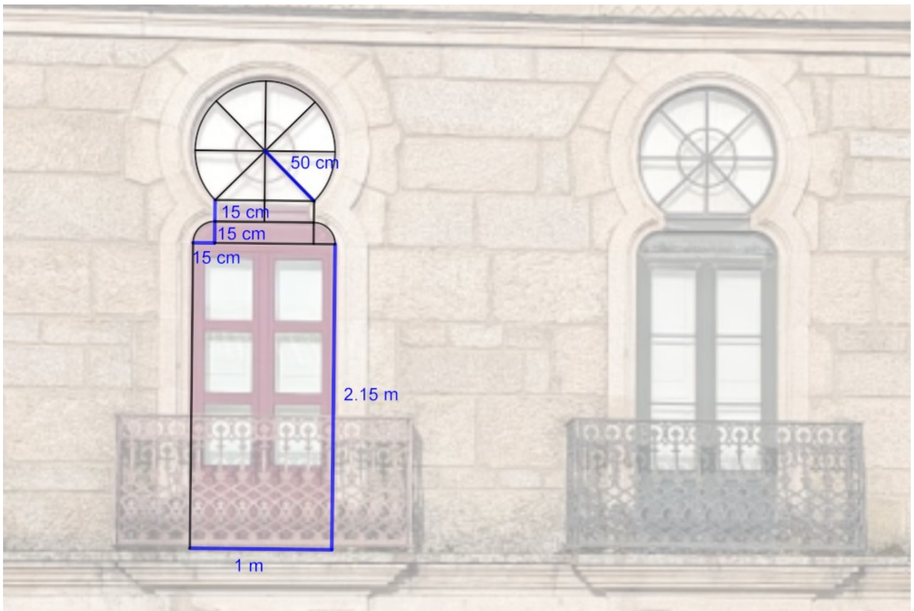
Los salones

Ahora es el turno de restaurar las ventanas superiores de la fachada. El cristalero necesita saber el perímetro de la circunferencia superior y el carpintero tomar buena nota de las medidas de la parte inferior. Como primera aproximación podríamos decir que la ventana está formada por un círculo apoyado sobre un rectángulo, pero necesitamos algo más de exactitud si queremos que las nuevas ventanas se ajusten al hueco disponible.

Las medidas que se han tomado de las ventanas son las siguientes:

- El círculo tiene un radio de 50 cm. Observa que sólo tomamos las tres cuartas partes (los 6/8 del círculo).
- La figura circular está apoyada en un triángulo rectángulo, que además es isósceles y cuyos lados iguales son el radio del círculo.
- El triángulo está apoyado en dos rectángulos iguales de 15 cm de altura.

- A los lados de uno de los rectángulos hay dos cuartos de círculo de 15 cm de radio.
- El rectángulo que contiene las puertas de la ventana mide 100 cm de ancho y 215 cm de altura.



Con esta información, ¿serás capaz de calcular el área y el perímetro de estas ventanas?

Solución:

Calcularemos el perímetro sumando las ¾ partes de la longitud de la circunferencia, los dos lados menores del rectángulo sobre el que se apoya el triángulo rectángulo (los que miden 15 cm), la mitad del perímetro de la circunferencia de 15 cm de radio y los dos lados mayores y el menor del rectángulo grande. Debemos fijarnos en que las medidas que nos ofrecen están en distintas unidades. Haremos los cálculos en centímetros (para tener que cambiar las unidades del menor número de datos) y daremos el resultado en las unidades que nos resulten más eficientes.

Perímetro = ¾ · 2 · π · 50 + 15 · 2 + ½ · 2 · π · 15 + 215 · 2 + 1 = 743,74 cm = 7,44 m

Para el cálculo del área de la ventana, calcularemos las áreas de los distintos elementos que componen la figura y las sumaremos al final:

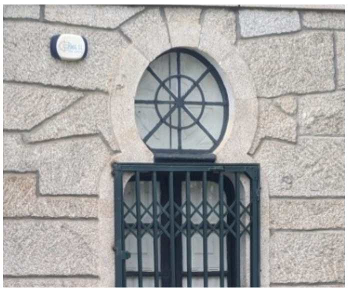
- Área de las ¾ partes del círculo = ¾ · π · 50^2 = 5890,49 cm^2 = 0,59 m^2
- Para calcular el área del triángulo rectángulo necesito conocer su base y su altura.
    - Calculamos la base utilizando el teorema de Pitágoras. La base es la hipotenusa del triángulo rectángulo en el que los catetos miden 50 cm. Por lo tanto: Base = $\sqrt{50^2+50^2}=70,71$ cm.
    - Para calcular la altura es suficiente observar que coincide con la mitad de la base (por semejanza de triángulos), es decir: Altura = $\frac{70,71}{2}=35,36$ cm.
    - Por lo tanto, área del triángulo rectángulo = $\frac{base \cdot altura}{2}=\frac{70,71 \cdot 35,36}{2}=1250,15$ cm^2 = 0,125 m^2
- Área de los dos rectángulos pequeños = 2 · 15 · 0,7071 = 21, 21 cm^2

- Área del semicírculo = ½ · π · 15^2 = 353,43 cm^2
- Área del rectángulo grande = 215 · 1 = 215 cm^2

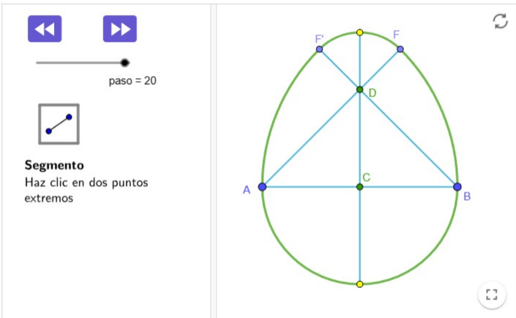
Área = 5890,49 + 1250,15 + 21, 21 + 353,43 + 215 = 7730,28 cm^2 = 0,77 m^2

La biblioteca

Cuando se disponen a cambiar las ventanas de la biblioteca se dan cuenta que han cometido un gran error. ¡La parte superior de la ventana no es un círculo sino un huevo!



Tendremos que diseñar la ventana antes restaurarla. ¿Te atreves a construirla con GeoGebra? Utiliza el tutorial



A vista de pájaro

Los dueños de la casa de los Hermida están valorando la posibilidad de vender la casa, pero para ello necesitan saber la superficie construída.

La escala del plano es 1: 1000, es decir, 1 centímetro en el mapa equivale a 1000 centímetros (10 metros) en la realidad.

- ¿A cuánto equivalen 3 cm del plano? ¿Y 5 cm?
- Mide sobre el plano el largo y el ancho de la planta de la casa (basta con medir el largo y el ancho del rectángulo en el que está inscrita). Para medir en GeoGebra utiliza la herramienta -cm- y después selecciona el segmento a medir haciendo clic en sus extremos.
- Calcula las medidas reales del largo y el ancho de la planta de la casa. Expresa el resultado en metros.
- Realiza las medidas que necesites para calcular el perímetro de la planta de la casa.
- Realiza las medidas que necesites para calcular el área de la planta de la casa.

Solución:

3 cm en el plano equivalen a 3 · 1000 = 3000 cm = 30 m en la realidad. De la misma forma, 5 cm en el plano equivaldrán a 50 m en la realidad.

En el plano el largo mide 3 cm y el ancho 2,75 cm.

En la realidad las medidas de largo y ancho serían 3000 cm = 30 m y 2750 cm = 27,5 m respectivamente.

El perímetro de la planta de la casa es el mismo que el del rectángulo en el que está inscrita. Por lo tanto el perímetro es:

Perímetro = 2 · 30 + 2 · 27,5 = 115 m

Para calcular el área, basta con calcular el área del rectángulo grande y restarle rectángulos exteriores al área coloreada de azul (hay varias formas de hacerlo). Hacemos primero los cálculos en el plano (en cm):

Área = 3 · 2,75 – (0,46 + 0,75 + 0,5 + 0,2 + 0,16) = 8,25 – 2,07 = 6,18 cm^2.

Para obtener las medidas reales debemos hacer la conversión de cm^2 en el plano a m^2 en la realidad.

1 cm^2 en el plano equivalen a 1000 · 1000 cm^2 = 1 000 000 cm^2 = 100 m^2 en la realidad.

Por lo tanto, el área de la planta de la casa será: Área = 6,18 cm^2 · 100 = 618 m^2.