

GUÍA DIDÁCTICA

“PROBABILIDADE E DISTRIBUCIÓNS DE PROBABILIDADE”



MATEMÁTICAS e MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

Proposta para Bacharelato

Autora: María José Vázquez Cancelo

GUÍA DIDÁCTICA

O proxecto presentado diríxese ao alumnado de Bacharelato e pretende ser unha axuda para a preparación da materia do bloque de estatística e probabilidade que aparece no DECRETO 156/2022, do 15 de setembro, polo que se establecen a ordenación e o currículo da educación secundaria obrigatoria na Comunidade Autónoma de Galicia.

A pretensión é preparar ao alumnado para que poida tomar decisións sobre experimentos aleatorios en diferentes contextos, planificando, realizando e analizando a incerteza asociada. Que sexa capaz de calcular probabilidades aplicando a regra de Laplace e técnicas de recuento en experimentos simples e compostos (mediante diagramas de árbore, táboas...) e o aplique á toma de decisións de xeito fundamentado.

É importante mencionar que está elaborado para que xunto coa unidade Mostraxe e estimación, publicada no repositorio Abalar, quede cuberta a totalidade dos contidos do bloque de Estatística e probabilidade que o alumno debe dominar ao longo da etapa de bacharelato. A estrutura de ambos ODEs é igual para que o alumno teña un fío condutor ao longo das distintas unidades deste bloque de Estatística e probabilidade do bacharelato.

OBSECTIVOS EDUCATIVOS

A finalidade do proxecto é a de proporcionar ao alumnado formación, madureza intelectual e humana, coñecementos e habilidades que lle permitan desenvolver funcións sociais e incorporarse á vida activa con responsabilidade e competencia. Así mesmo, capacitará o alumnado para acceder á educación superior.

O estudo da **probabilidade** sitúase dentro do chamado sentido estocástico que comprende a análise e a interpretación de datos, a elaboración de conxecturas e a toma de decisións a partir da información estatística, a súa valoración crítica e a comprensión e comunicación de fenómenos aleatorios nunha ampla variedade de situacións (DECRETO 156/2022, do 15 de setembro).

Como se sinala no mencionado decreto, as matemáticas non son unha colección de saberes separados e inconexos, senón que constitúen un campo integrado de coñecemento. O

conxunto de obxectivos, criterios de avaliación e contidos están deseñados para constituír un todo que facilite a formulación de tarefas sinxelas ou complexas, individuais ou colectivas, dentro do propio corpo das matemáticas ou multidisciplinares. Sen abandonar o uso de lapis e papel nos casos sinxelos, o emprego de ferramentas dixitais para investigar, interpretar e analizar posibilita que procesos e operacións que requiren sofisticados e tediosos métodos manuais, poidan abordarse de forma sinxela mediante o uso de calculadoras, follas de cálculo, programas de xeometría dinámica ou outro software específico, favorecendo o razoamento fronte ás aprendizaxes memorísticas e rutineiras.

Preténdese contribuír a desenvolver os seguintes **obxectivos** do bacharelato:

- OBX1. Modelizar e resolver problemas da vida cotiá e da ciencia e da tecnoloxía aplicando diferentes estratexias e formas de razoamento para obter posibles solucións.
- OBX3. Formular ou investigar conxecturas ou problemas, utilizando o razoamento, a argumentación, a creatividade e o uso de ferramentas tecnolóxicas, para xerar novo coñecemento matemático.
- OBX6. Descubrir os vínculos das matemáticas con outras áreas de coñecemento e profundar nas súas conexións, interrelacionando conceptos e procedementos, para modelizar, resolver problemas e desenvolver a capacidade crítica, creativa e innovadora en situacións diversas.
- OBX7. Representar conceptos, procedementos e información matemáticos seleccionando diferentes tecnoloxías, para visualizar ideas e estruturar razoamentos matemáticos.

Outros obxectivos que se pretenden tamén son:

- Ofrecer unha aprendizaxe diferenciada e flexible. por ser unha ferramenta idónea para facilitar a asimilación de coñecementos sen desmotivacións. Os estudantes con maiores dificultades lograrán máis confianza e seguridade en si mesmos, xa que poden acceder ao material tantas veces lles sexa necesario.
- Ser unha ferramenta fácil de utilizar na clase e na aula virtual.
- Integar as TIC na aprendizaxe.
- Ofrecer un obxecto versátil que facilite á docencia tanto presencial coma semipresencial ou virtual.

ASPECTOS CURRICULARES

A través desta proposta pretendemos traballar contidos relativos aos bloques de Sentido estocástico e Sentido socioafectivo que se desenvolven no currículo das materias de Matemáticas e Matemáticas Aplicadas ás Ciencias Sociais, así como na optativa de Métodos Estatísticos e Numéricos.

Os contidos descritos a continuación desenvólvense no ODE de forma secuencial. No obstante, os bloques non se traballan ailladamente, de forma que as/os estudantes alcancen a ver as relacións que presentan entre sí, co fin de que poidan afianzar os distintos conceptos formando parte dun todo. A continuación explícanse os contidos traballados, así como a secuenciación dos mesmos.

UD 1. Técnicas de recuento

- Permutacións
- Combinacións
- Variacións

UD 2. Probabilidade

- Sucesos
 - Operacións con sucesos
 - Leis de Morgan
- Cálculo de probabilidades
 - Axiomática de Kolmogorov
 - Probabilidade
 - Experimentos simples
 - Experimentos compostos
- Probabilidade condicionada
 - Independencia de sucesos
 - Regra do produto
- Diagramas de probabilidade
 - Diagramas de árbore
 - Táboas de continxencia
 - Diagramas de Venn
- Teoremas de probabilidade

- Teorema da probabilidade total
- Teorema de Bayes

UD 3. Distribucións de probabilidade

- Variables aleatorias discretas
 - Función de probabilidade
 - Función de distribución
 - Parámetros
- Variables aleatorias continuas
 - Función de densidade
 - Función de distribución
- Modelización de fenómenos estocásticos
 - Distribución de probabilidade Binomial.
 - Distribución de probabilidade Normal.
- Aproximación da Binomial á normal.

UD 4. Ferramentas tecnolóxicas para o cálculo de probabilidades

- Calculadoras gráficas e científicas
- Folla de cálculo
- Software estatístico
- Linguaxes de programación
- Aplicacións e ferramentas en línea

UD 5. Exercicios ABAU

- Exercicios das ABAU dende o ano 2018 ao 2023

UD 6. O estudo estatístico bidimensional

- Fases e das tarefas
- Elaboración e presentación
- Análise e descrición
- Ferramentas tecnolóxicas

En todas as unidades didácticas:

- Planificación e expresión verbal do proceso de resolución de problemas.

- Análise dos resultados obtidos: revisión das operacións utilizadas, coherencia das solucións coa situación, revisión sistemática do proceso, procura doutros xeitos de resolución e identificación de problemas parecidos.
- Elaboración e presentación oral e/ou escrita de informes científicos sobre o proceso seguido na resolución dun problema, utilizando as ferramentas tecnolóxicas axeitadas.
- Utilización de medios tecnolóxicos no proceso de aprendizaxe.
- Planificación e realización de proxectos e investigacións matemáticas a partir de contextos da realidade ou do mundo das matemáticas, de xeito individual e en equipo.
- Práctica de procesos de matematización e modelización, en contextos da realidade.
- Confianza nas propias capacidades para desenvolver actitudes axeitadas e afrontar as dificultades propias do traballo científico.

COMPETENCIAS CLAVE

A proposta pretende contribuír á adquisición das seguintes competencias:

- Competencia en comunicación lingüística (CCL): supón interactuar de forma oral, escrita, signada ou multimodal de maneira coherente e adecuada en diferentes ámbitos e contextos, e con propósitos comunicativos diversos. Implica mobilizar, de maneira consciente, o conxunto de coñecementos, destrezas e actitudes que permiten comprender, interpretar e valorar criticamente mensaxes orais, escritas, signadas ou multimodais evitando os riscos de manipulación e desinformación, así como comunicarse eficazmente con outras persoas de maneira cooperativa, creativa, ética e respectuosa.
- Competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería (STEM): entraña a comprensión do mundo utilizando os métodos científicos, o pensamento e representación matemáticos, a tecnoloxía e os métodos da enxeñaría para transformar a contorna de forma comprometida, responsable e sustentable.
- Competencia dixital (CD): implica o uso seguro, saudable, sustentable, crítico e responsable das tecnoloxías dixitais para a aprendizaxe, para o traballo e para a participación na sociedade, así como a interacción con estas.

- Competencia persoal, social e de aprender a aprender (CPSAA): implica a capacidade de reflexionar sobre un mesmo para autocoñecerse, aceptarse e promover un crecemento persoal constante; xestionar o tempo e a información eficazmente; colaborar con outros de forma construtiva; manter a resiliencia, e xestionar a aprendizaxe ao longo da vida. Inclúe tamén a capacidade de lle facer fronte á incerteza e á complexidade; adaptarse aos cambios; aprender a xestionar os procesos metacognitivos; identificar condutas contrarias á convivencia e desenvolver estratexias para abordalas; contribuír ao benestar físico, mental e emocional propio e das demais persoas, desenvolvendo habilidades para coidarse a si mesmo e a quen o rodea, a través da corresponsabilidade; ser capaz de levar unha vida orientada ao futuro; así como expresar empatía e abordar os conflitos nun contexto integrador e de apoio.
- Competencia cidadá (CC): contribúe a que alumnas e alumnos poidan exercer unha cidadanía responsable e participar plenamente na vida social e cívica, baseándose na comprensión dos conceptos e nas estruturas sociais, económicas, xurídicas e políticas, así como no coñecemento dos acontecementos mundiais e o compromiso activo coa sustentabilidade e o logro dunha cidadanía mundial. Inclúe a alfabetización cívica, a adopción consciente dos valores propios dunha cultura democrática fundada no respecto aos dereitos humanos, a reflexión crítica sobre os grandes problemas éticos do noso tempo e o desenvolvemento dun estilo de vida sustentable acorde cos obxectivos de desenvolvemento sustentable expostos na Axenda 2030.
- Competencia emprendedora (CE): implica desenvolver un enfoque vital dirixido a actuar sobre oportunidades e ideas, utilizando os coñecementos específicos necesarios para xerar resultados de valor para outras persoas. Achega estratexias que permiten adaptar a mirada para detectar necesidades e oportunidades; adestrar o pensamento para analizar e avaliar a contorna, e crear e reformular ideas utilizando a imaxinación, a creatividade, o pensamento estratéxico e a reflexión ética, crítica e construtiva dentro dos procesos creativos e de innovación; e espertar a disposición a aprender, a arriscar e a afrontar a incerteza. Así mesmo, implica tomar decisións baseadas na información e no coñecemento e colaborar de maneira áxil con outras persoas, con motivación, empatía e habilidades de comunicación e

de negociación, para levar as ideas expostas á acción mediante a planificación e xestión de proxectos sustentables de valor social, cultural e económico e financeiro.

- Competencia en conciencia e expresión culturais (CCEC): supón comprender e respectar o modo en que as ideas, as opinións, os sentimentos e as emocións se expresan e se comunican de forma creativa en distintas culturas e por medio dunha ampla gama de manifestacións artísticas e culturais. Implica tamén un compromiso coa comprensión, o desenvolvemento e a expresión das ideas propias e do sentido do lugar que se ocupa ou do papel que se desempeña na sociedade. Así mesmo, require a comprensión da propia identidade en evolución e do patrimonio cultural nun mundo caracterizado pola diversidade, así como a toma de conciencia de que a arte e outras manifestacións culturais poden supoñer unha maneira de mirar o mundo e de darlle forma.

É importante preparar aos alumnos para saber ser (competencias existenciais), saber facer (competencias prácticas) e saber aplicar coñecemento en diversos contextos. Para iso é necesario ter en conta o seguinte:

- Partir dos coñecementos previos
Os estudantes posúen unha serie de coñecementos previos, por esta razón, é necesario que os novos contidos a adquirir estean enraizados na súa experiencia anterior e se proxecten para a súa aplicación no seu propio contorno.
- Facilitar a construción dunha aprendizaxe significativa
O estudante posúe información, habilidades e actitudes previas e debe establecer relacións entre o que xa sabe e o novo contido que pretende assimilar, incorporalo a a súa estrutura cognitiva e aplícaa en diferentes contextos.
- Ter en conta as características cognitivas
As actividades didácticas deben adaptarse ás características da aprendizaxe dos estudantes.
- Funcionalidade de aprendizaxe
A motivación é maior se se aplica o novo contido, non só para acadar novas aprendizaxes, senón tamén para mellorar o rendemento das súas actividades habituais.

- Proporcionar información frecuente sobre o proceso de aprendizaxe
O alumno debe coñecer os obxectivos, contidos, metodoloxía e organización do proceso educativo antes de inicialo e durante o seu desenvolvemento, así como o grao de consecución dos obxectivos en cada momento.
- Maximizar a participación activa do alumno
Isto debe fomentarse activamente en función da súa situación específica, de aí que se propoña unha variada gama de actividades para maximizar os procesos de desenvolvemento mental e verbal. A actividade sera tanto interna coma externa (traballo en grupo, pequenas investigacións, etc.).
- Atender ás peculiaridades de cada persoa
Ter en conta que cada persoa aprende segundo un ritmo e un estilo específicos e que é necesario respectar os diferentes ritmos de aprendizaxe. Aínda que as unidades se desenvolven dende a perspectiva das necesidades do grupo, non se debe esquecer que cada problema, necesidade ou experiencia presenta peculiaridades diferentes en cada caso.
- Potenciar habilidades de tratamento de información
Desenvolveranse capacidades relacionadas coa comprensión lectora e o tratamento da información (busca, obtención, análise crítica, reelaboración e presentación), sen esquecer as outras linguaxes (gráfica, audiovisual, informática), comúns na sociedade actual. Os medios de información e comunicación deben estar moi presentes nas actividades de aprendizaxe como fonte de información.

Tendo en conta o anterior:

1. O espazo principal onde terán lugar as unidades didácticas será na clase.
2. As formas básicas de traballo serán:
 1. De toda a clase: presentación da materia nova, brainstorming...
 2. En pequeno grupo: repaso dos contidos, realización das actividades resoltas...
 3. Individualmente: afianzamento dos contidos, realización das actividades propostas...
3. Os agrupamentos faranse segundo as actividades e a marcha da unidade

4. Poderase recorrer á presentación da resolución de problemas por parte dos estudantes, tendo que indicar a orixe do problema, a súa análise e como alcanzou a súa resolución.
5. Dentro dos materiais que se empregarán terán un peso específico as TIC.

Medidas concretas de atención á diversidade

- En cada unidade didáctica estableceranse contidos mínimos e, en función destes, faranse as extensións e reforzos que se consideran necesarios.
- Presentación da unidade didáctica antes de comezar a traballar nela.
- Estimulación do coñecemento previo mediante o brainstorming.
- Ampliación do tempo para o desenvolvemento dunha unidade didáctica, se fose necesario.
- Axuste progresivo da duración e dificultade das tarefas para estudantes con necesidades específicas de apoio.
- Para estudantes cun nivel de competencia superior á media da aula ou para que teñan altas habilidades usaránse as mesmas actividades con modificacións dos requisitos.
- Nos casos que se consideren oportunos, solicitarase axuda ao equipo de orientación para atopar, seleccionar ou desenvolver materiais adaptados ás necesidades dos estudantes con NEE.

ACTIVIDADES

Ao longo do ODE hai varios tipos de actividades:

- **Actividades exemplo**
 - Serven para axudar a **comprender conceptos**.
- **Actividades resoltas**
 - Son exercicios que teñen como finalidade **axudar a fixar conceptos**.

- O formato empregado consiste en mostrar o enunciado e, cando se solicite, mostrar a solución.
- Se despois de estudar a materia e de facer as actividades resoltas quedan cousas sen entender, é o momento de anotalo e preguntar ao profesor.
- **Actividades propostas**
 - Neste apartado aparecen exercicios que **axudan a avaliar a aprendizaxe**. Ás veces, conceptos que non se entenderon ao estudar a unidade enténdense ao realizar as actividades propostas.
 - Son actividades de encher ocos xunto con máis preguntas que servirán para reforzar así como para ampliar coñecementos.
 - Deberanse **facер ao final do estudo** de cada unidade didáctica.
- **Xogos:** sección composta por tres clases de actividade
 - Problemas matemáticos: actividades nas que o alumnado terá que pescudar o resultado.
 - Adiviña: dada unha definición, solicítase o término ao que fai referencia completando as letras que falten.
 - Sopa de letras
- **Autoavaliación**
 - Son preguntas de elección múltiple, na que a retroalimentación é inmediata.

RECURSOS DE AVALIACIÓN

- **Criterios de avaliación**
 - Expresar verbalmente, de xeito razoado, o proceso seguido na resolución dun problema.
 - Utilizar procesos de razoamento e estratexias de resolución de problemas, realizando os cálculos necesarios e comprobando as solucións obtidas.

- Elaborar un informe científico escrito que sirva para comunicar as ideas matemáticas xurdidas na resolución dun problema, coa precisión e o rigor adecuados.
- Planificar adecuadamente o proceso de investigación, tendo en conta o contexto en que se desenvolve e o problema de investigación formulado.
- Practicar estratexias para a xeración de investigacións matemáticas, a partir da resolución dun problema e o afondamento posterior, da xeneralización de propiedades e leis matemáticas, e do afondamento nalgún momento da historia das matemáticas, concretando todo iso en estatísticos ou probabilísticos.
- Desenvolver procesos de matematización en contextos da realidade cotiá (estatísticos ou probabilísticos) a partir da identificación de problemas en situacións problemáticas da realidade.
- Valorar a modelización matemática como un recurso para resolver problemas da realidade cotiá, avaliando a eficacia e as limitacións dos modelos utilizados ou construídos.
- Desenvolver e cultivar as actitudes persoais inherentes ao quefacer matemático.
- Superar bloqueos e inseguridades ante a resolución de situacións descoñecidas.
- Reflexionar sobre as decisións tomadas, valorando a súa eficacia, e aprender diso para situacións similares futuras.
- Empregar as ferramentas tecnolóxicas adecuadas, de xeito autónomo, realizando cálculos estatísticos, analizando con sentido crítico situacións diversas que axuden á comprensión ou á resolución de problemas.
- Utilizar as tecnoloxías da información e da comunicación de maneira habitual no proceso de aprendizaxe, buscando, analizando e seleccionando información salientable en internet ou noutras fontes, elaborando documentos propios, facendo exposicións e argumentacións destes e compartíndoos en ámbitos apropiados para facilitar a interacción

- **Instrumentos de avaliación**

- Proba obxectiva de resolución de exercicios (presenciais ou telemáticos a través da aula virtual ou, se é necesario, por videoconferencia en Webex).
- Foros de debate.
- Documentos colaborativos.

- **Tipos de avaliación**

- Avaliación formativa
 - Avaliación por pares: os alumnos avaliarán os exercicios realizados por cada un dos seus compañeiros.
 - Autoavaliación: o alumno avaliará o seu desempeño nas tarefas realizadas.
 - Deseño de instrución: o profesor avaliará a eficacia de cada un dos pasos do deseño de aprendizaxe, adaptándoos segundo corresponda.
- Avaliación sumativa
 - Resultados da proba obxectiva para resolver exercicios.
 - Resultados da avaliación por pares.
 - Grao de participación do alumnado nas actividades propostas.